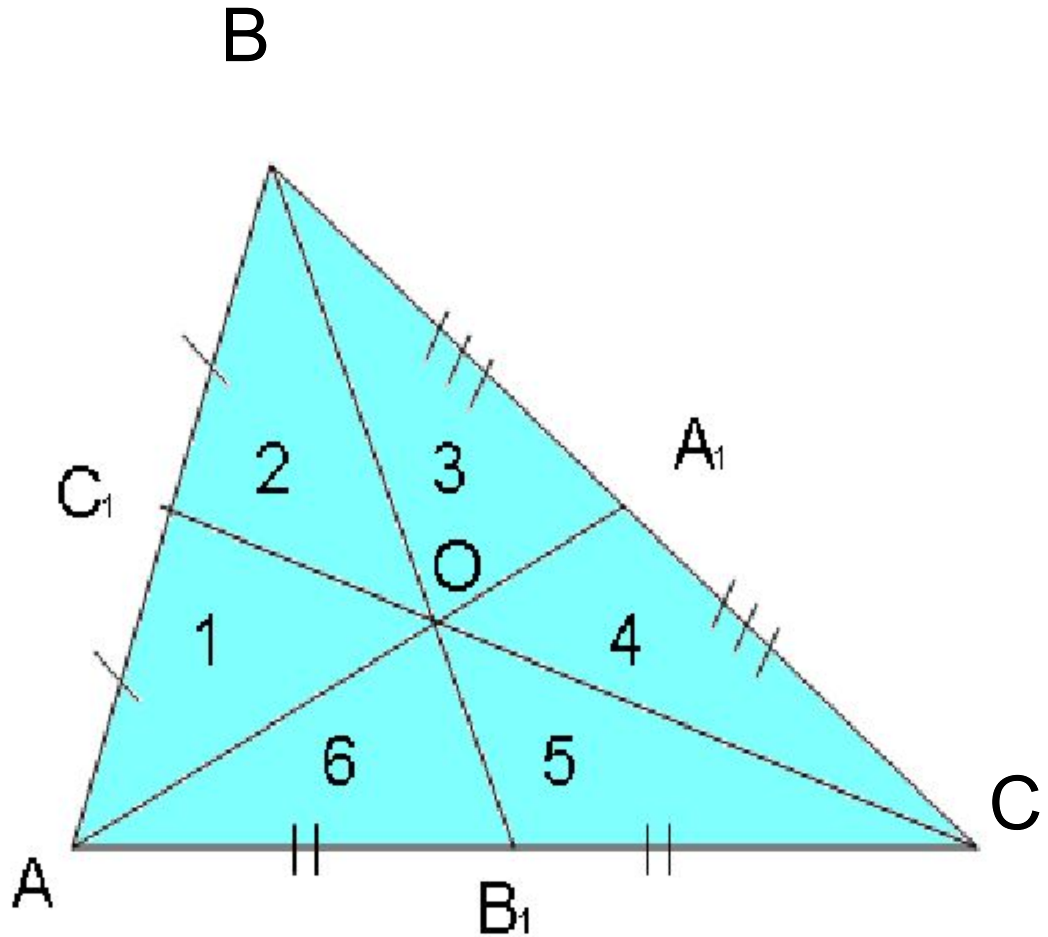
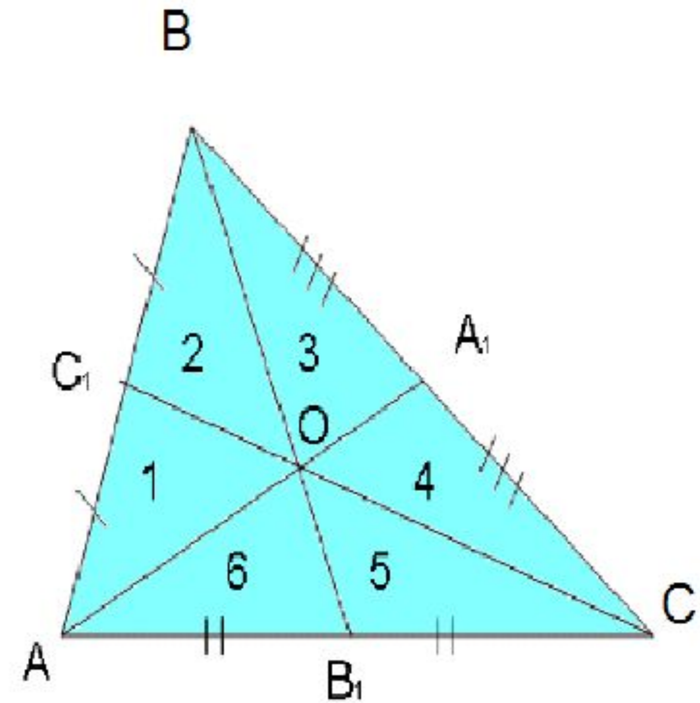
Чевианы треугольника Свойства медиан

Что вы знаете о медианах треугольника?



Что вы знаете о медианах треугольника?

- Медиана треугольника – отрезок, соединяющий его вершину с серединой противолежащей стороны
- Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины
- Медиана треугольника делит его на два равновеликих треугольника
- Медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников*



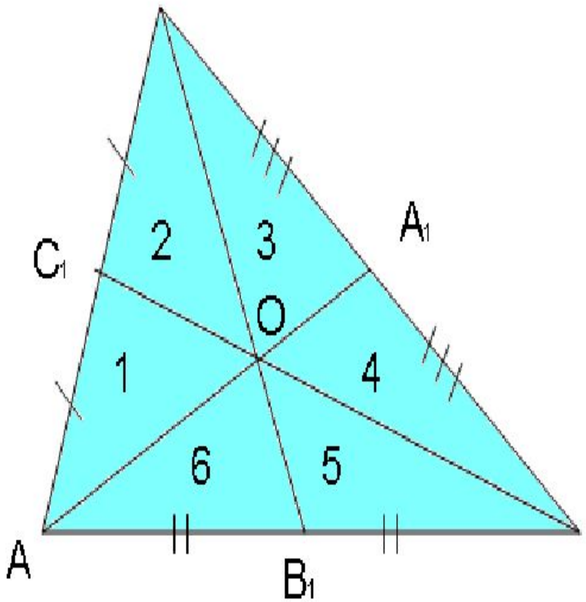
*Сформулируйте последнее утверждение, разделив его на условие и заключение

Если

3 чевианы являются медианами

То

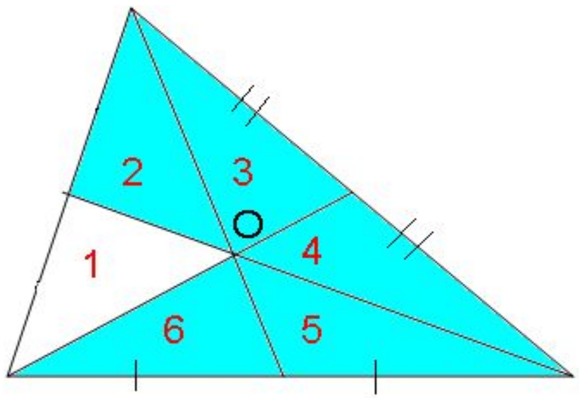
они делят треугольник на 6 равновеликих треугольников



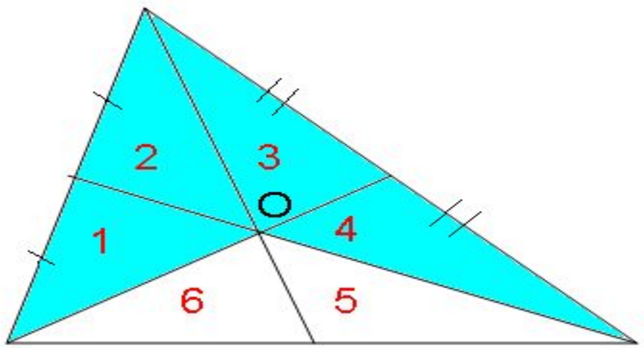
Сформулируйте и докажите обратное утверждение

Да, этот признак является достаточным. Необходимо ли в условии равенство площадей всех шести треугольников?

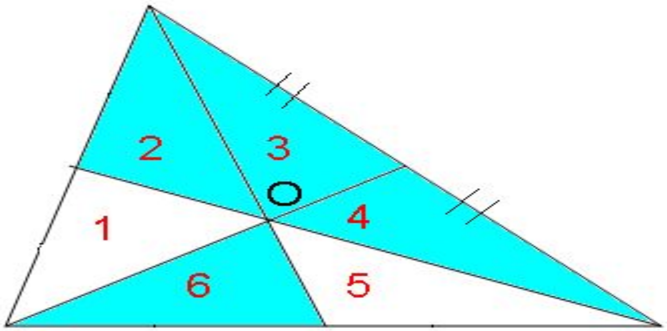
Уменьшим на один их количество



Оставим в условии четыре равновеликих треугольника



А если они они расположены так?



Доказать, что и при таком условии чевианы являются медианами поможет следующая теорема.

Критерий точки медианы

Критерий точки медианы

Точка G внутри Δ ABC принадлежит медиане AD тогда и только тогда, когда $S_{ABG}=S_{ACG}$

Дано:

Δ ABC, AD - чевиана,

G $\in$ AD, $S_{ABG} = S_{ACG}$

Доказать:

BD = DC

Доказательство:

Дополнительное построение, BH ⊥ AD и CK ⊥ AD.

Рассмотрим прямоугольные Δ BHD и ΔCKD.

В них:

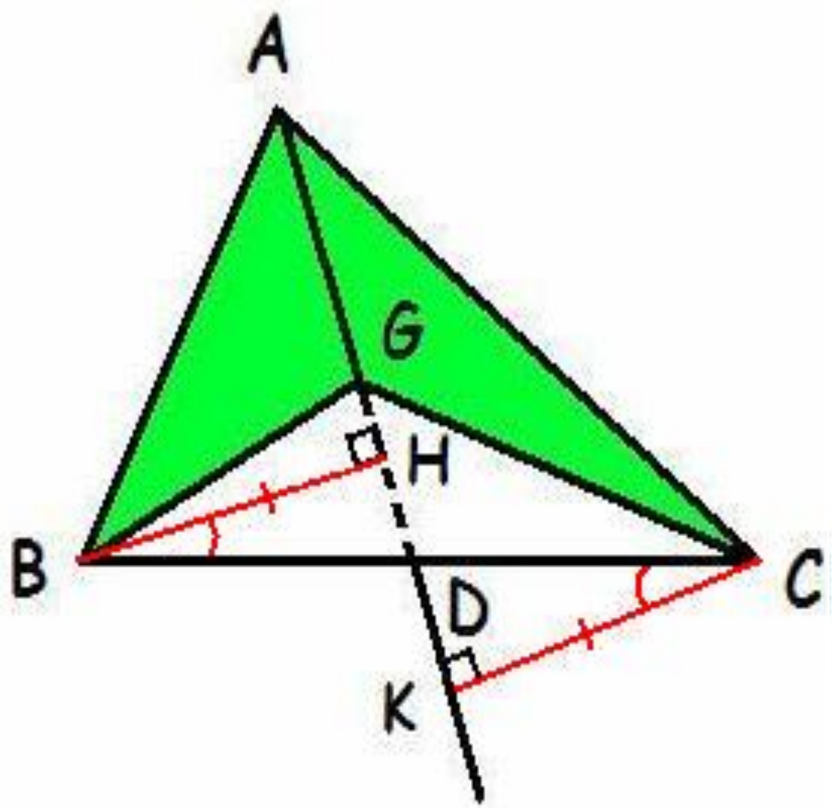
∠ HBD = ∠DCK как накрест лежащие при BH ∥ CK (BH⊥AD и CK⊥AD) и секущей BC.

BH=CK как высоты, проведенные к общей стороне AG в треугольниках ΔBAG и ΔCAG, имеющих равную площадь.

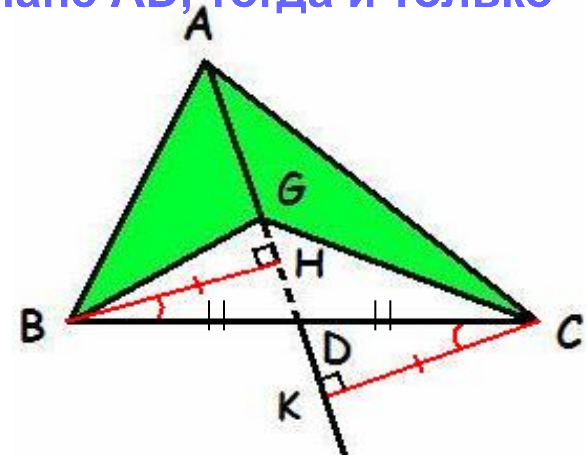
Треугольники равны по катету и острому углу. Следовательно BD=DC.

Теорема доказана?

Нет. Докажем обратное утверждение.



Точка G внутри Δ ABC принадлежит медиане AD, тогда и только тогда, когда $S_{ABG}=S_{ACG}$



Дано:

Δ ABC, AD-чевиана,

$G \in AD$, $S_{ABG} = S_{ACG}$

Доказать:

BD = DC

Доказательство:

Дополнительное построение, $BH \perp BD$ и $CK \perp AD$.

Рассмотрим прямоугольные Δ BHD и ΔCKD.

В них:

$\angle HBD = \angle DCK$ как накрест лежащие при $BH \parallel CD$ ($BH \perp BD$ и $CK \perp AD$) и секущей BC.

BD=DC по условию.

Треугольники равны по гипотенузе и острому углу.

Следовательно, BH = CK.

$S_{ABG} = ½ AG * BH$

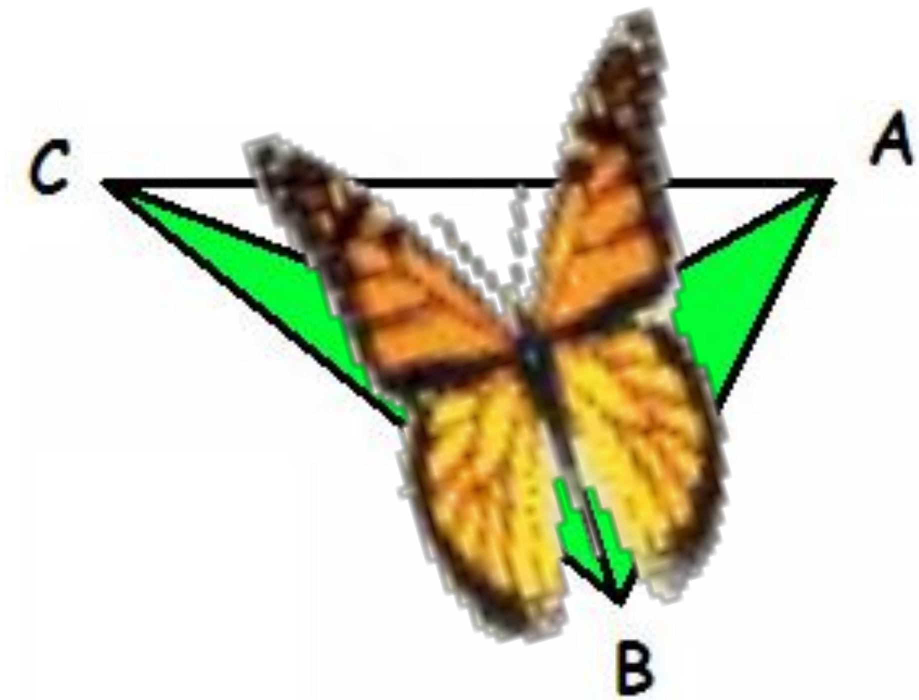
$S_{ACG} = ½ AG * CK$

$S_{ABG} = S_{ACG}$

Теорема доказана.

Критерий

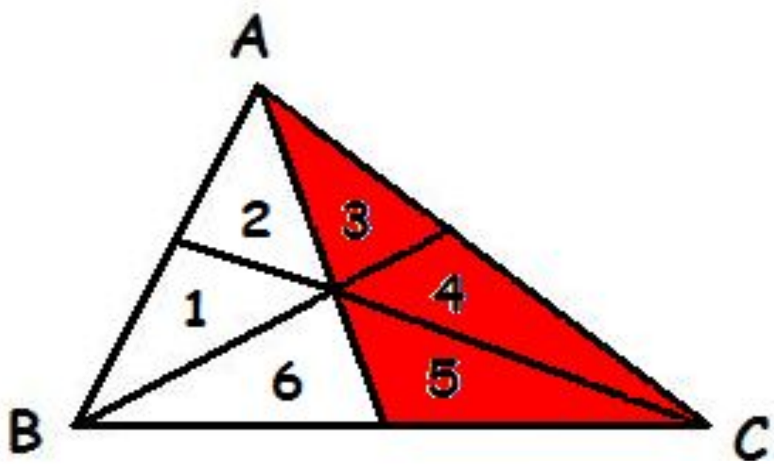
о мотыльке с равновеликими крыльями



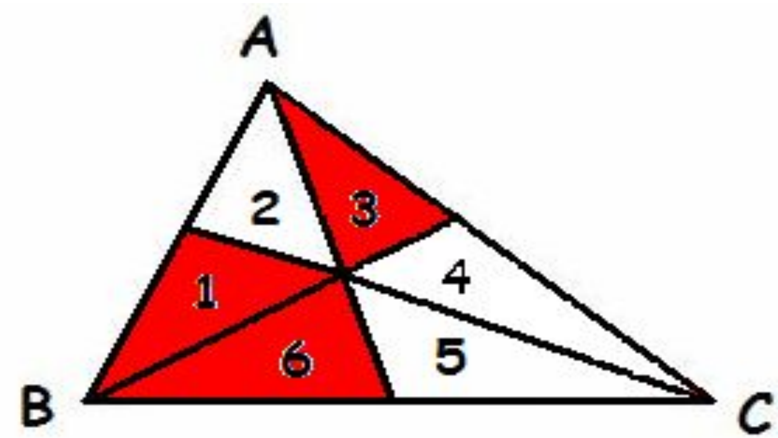
Вернёмся к задаче, которую мы не смогли решить.

Домашнее задание

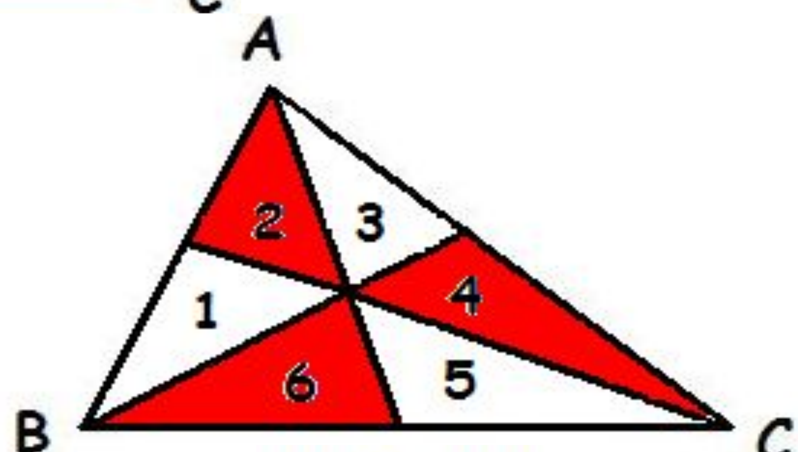
Докажите утверждение: если при пересечении трёх чевиан в одной точке образуется *три равновеликих треугольника*, то чевианы являются медианами.



I уровень

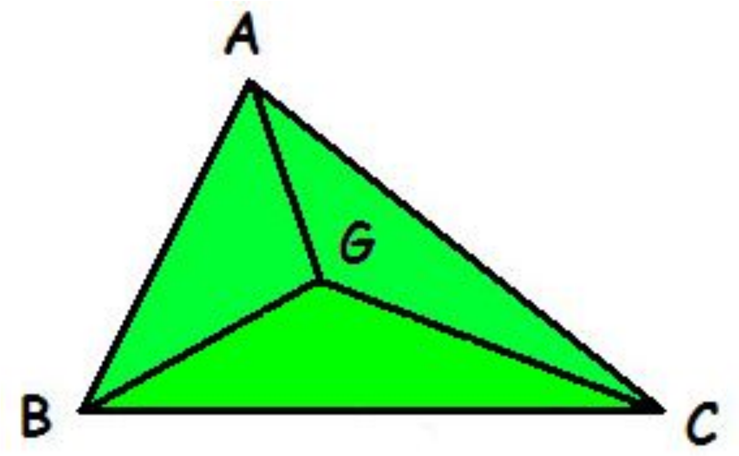


II уровень



III уровень

Критерий
точки пересечения медиан



Что можно утверждать, если все три треугольника равновеликие?

Точка G является точкой пересечения медиан тогда и только тогда, когда $S_{ABG}=S_{CBG}=S_{AGC}$

Докажите это.

Задача

На каком расстоянии от стороны треугольника, равной 12 см, находится его центр масс, если от стороны, равной 18 см, он находится на расстоянии 4 см?