Геометрия

Решения треугольников

Содержание

Нажатием мышки выберите нужную тему.

Теорема косинусов

Теорема синусов

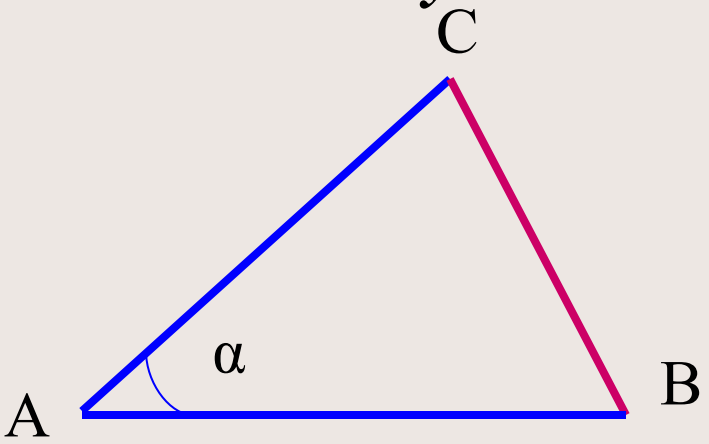
Соотношение между углами треугольника и противолежащими сторонами

Решения треугольников

Тест

Теорема косинусов

Теорема 1. ***Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.***

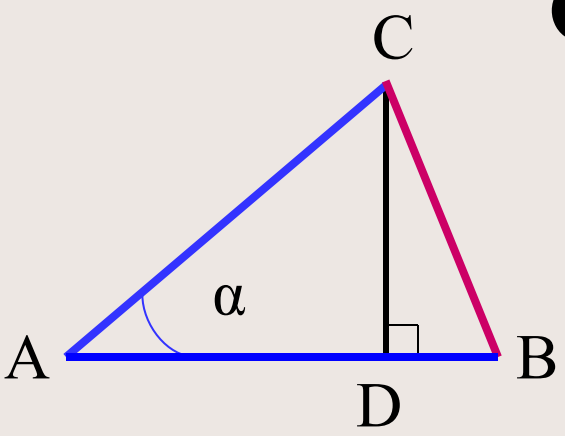


! $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos\alpha$!

Далее

Теорема косинусов

Следствие



Угол α - острый

CD – высота

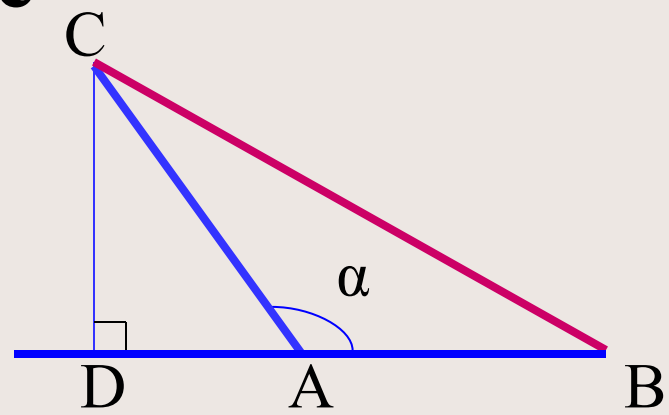
AD – проекция стороны AC на сторону AB.

$\cos \alpha = AD/AC$

$AD = AC \cdot \cos \alpha$

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AD$

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон «±» удвоенное произведение одной из них на проекцию другой. Знак «+»надо брать, когда противолежащий угол тупой, а знак «-», когда угол острый.



Угол α - тупой

CD – высота

AD – проекция стороны AC на продолжение стороны AB.

$\cos (180 - \alpha) = -\cos \alpha$

$\cos (180 - \alpha) = AD / AC = -\cos \alpha$

$AD = -AC \cdot \cos \alpha$

$BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AD$

Далее

Теорема косинусов

Решение задач - пример № 1.

Дано:

$AC = 5$ м

$AB = 6$ м

$\cos\alpha = 0{,}6$

Найти:

BC - ?

Решение:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos\alpha$

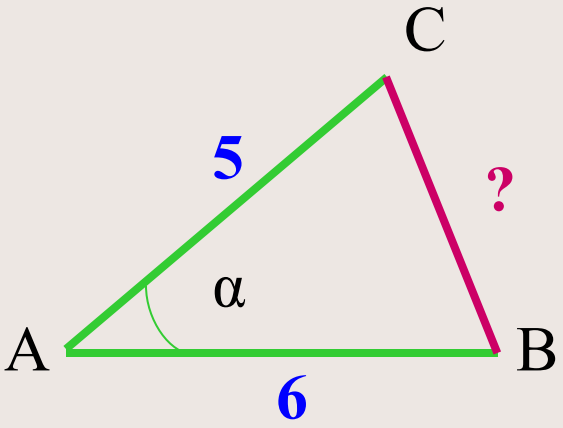
$BC^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 0{,}6$

$BC^2 = 36 + 25 - 36$

$BC^2 = 25$

$BC = \sqrt{25}$

$BC = 5$



Ответ: 5 м.

Далее

Теорема косинусов

Решение задач - пример № 2.

Дано:

AC = 5 м

AB = 6 м

BC = 7 м

Найти:

cos α - ?

Решение:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos\alpha$

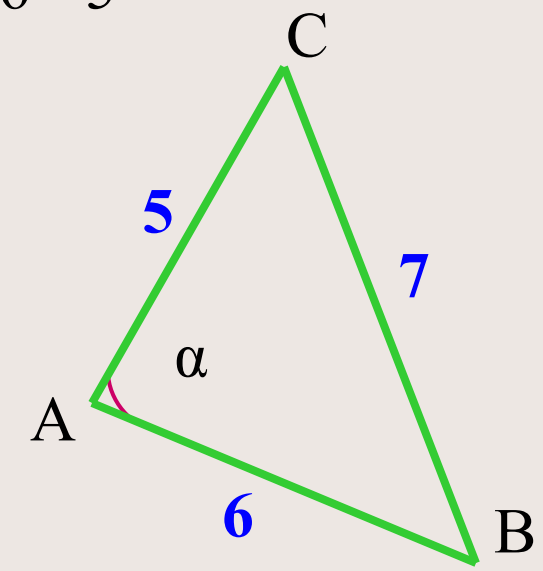
$\cos\alpha = (AB^2 + AC^2 - BC^2) / 2AB \cdot AC$

$\cos\alpha = (6^2 + 5^2 - 7^2) / 2 \cdot 6 \cdot 5$

$\cos\alpha = (36 + 25 - 49) / 60$

$\cos\alpha = 0{,}2$

Ответ: 0,2 .



Далее

Теорема косинусов

Решение задач - пример № 3.

Дано:

$BC = 4$ м

$AC = 5$ м

$AB = 6$ м

Найти:

AD - ?

BD - ?

Решение:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos\alpha$

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AD$

$AD = (AB^2 + AC^2 - BC^2) / 2AB$

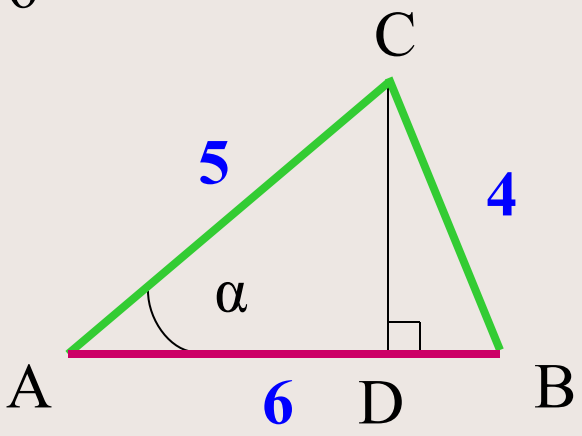
$AD = (6^2 + 5^2 - 4^2) / 2 \cdot 6$

$AD = (36 + 25 - 16) / 12$

$AD = 3{,}75$

$BD = AB - AD$

$BD = 6 - 3{,}75 = 2{,}25$

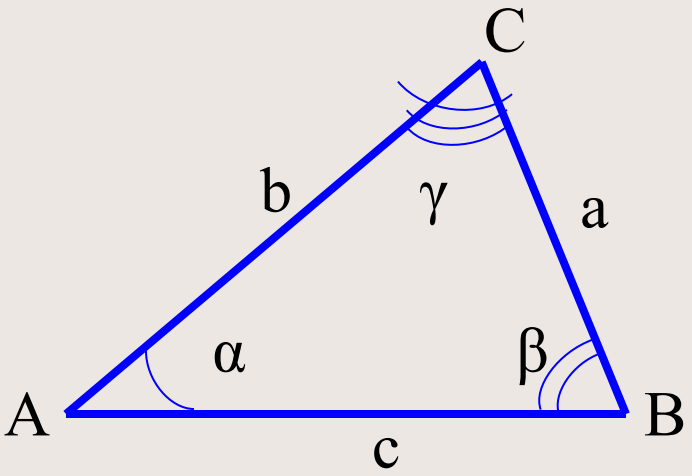


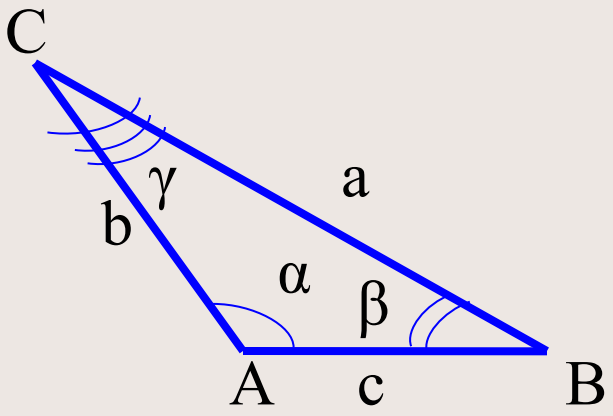
Ответ: $AD = 3{,}75$ м; $BD = 2{,}25$ м.

Возврат в меню

Теорема синусов

Теорема 2. ***Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.***





! $a/\sin\alpha = b/\sin\beta = c/\sin\gamma$!

Далее

Теорема синусов

Решение задач - пример № 1.

Дано:

□ ABC

AC = b

∠α, ∠ γ

точка B недоступна

Найти:

AB - ?

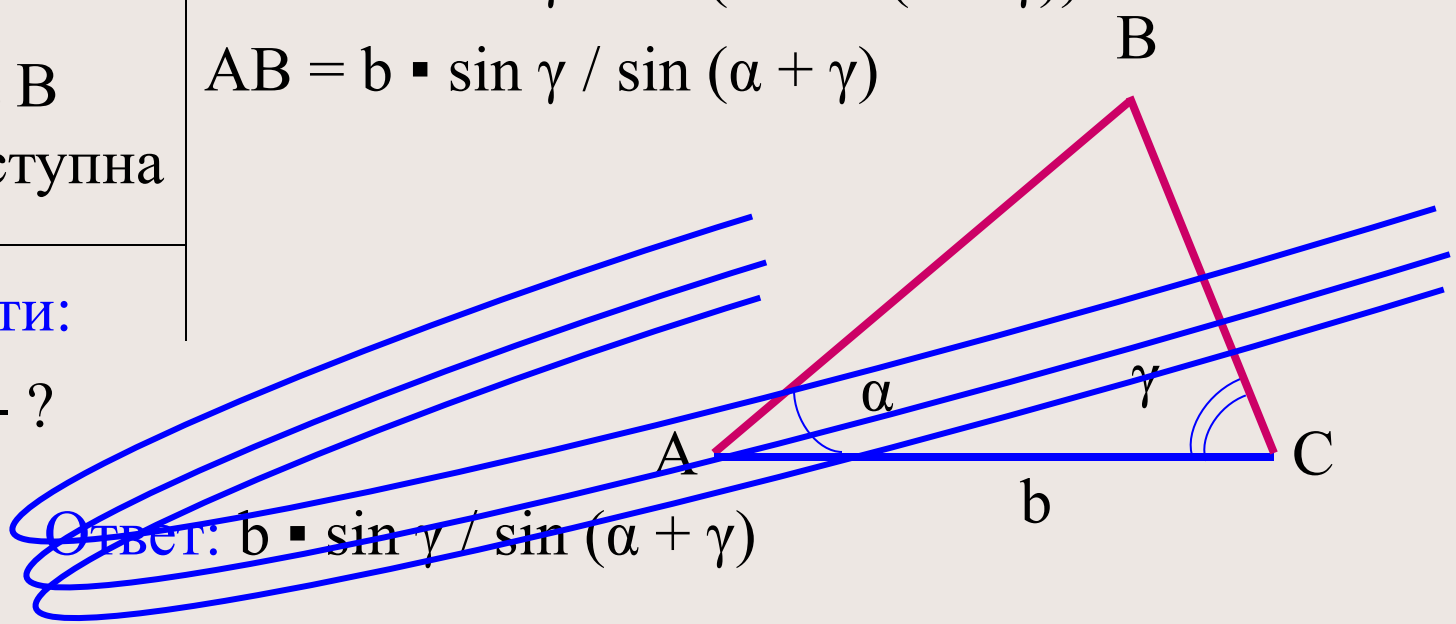
Решение:

$b / \sin\beta = AB / \sin\gamma$

$AB = b \cdot \sin\gamma / \sin\beta$

$AB = b \cdot \sin\gamma / \sin(180 - (\alpha + \gamma))$

$AB = b \cdot \sin\gamma / \sin(\alpha + \gamma)$



Ответ: $b \cdot \sin\gamma / \sin(\alpha + \gamma)$

Далее

Теорема синусов

Решение задач - пример № 2.

Дано:

$\alpha = 45°$

$\beta = 60°$

$a = 3$ м

Найти:

b - ?

Решение:

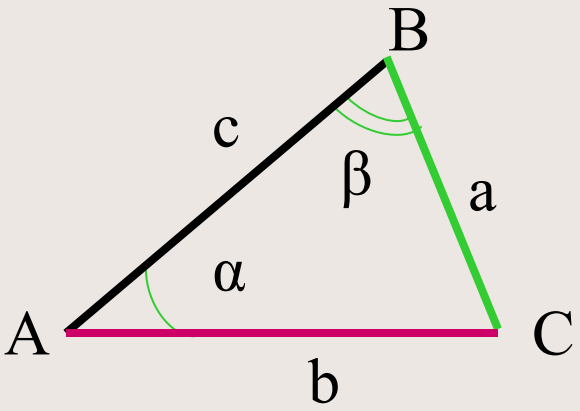
$a/\sin\alpha = b/\sin\beta$

$b = a \cdot \sin\beta / \sin\alpha$

$b = 3 \cdot \sin 60° / \sin 45°$

$b = 3 \cdot (\sqrt{3} / 2) / (1 / \sqrt{2})$

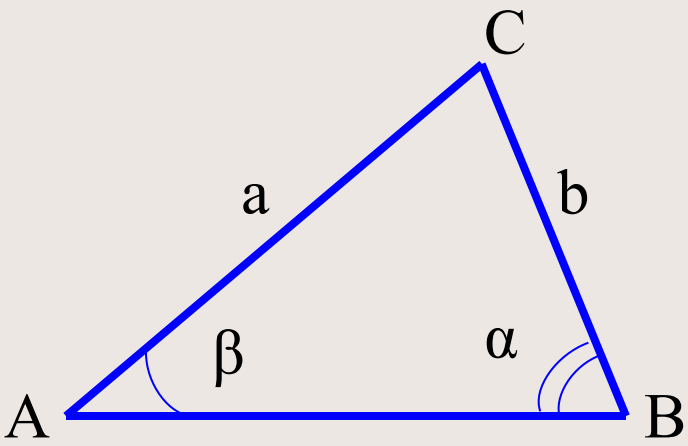
$b = 3 \cdot \sqrt{6} / 2$

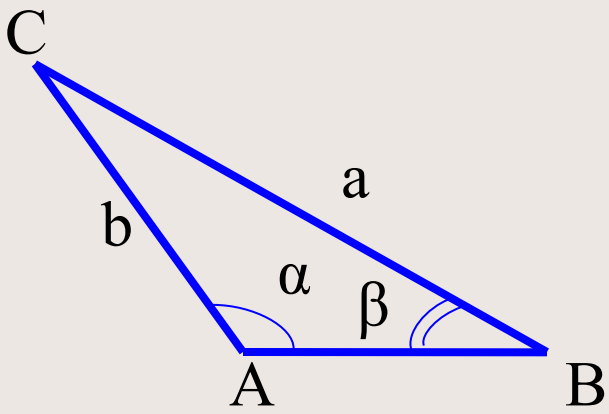


Ответ: $3 \cdot \sqrt{6} / 2$

Соотношение между углами треугольника и противолежащими сторонами

Теорема 3. ***В треугольнике против большего угла лежит большая сторона, а против большей стороны лежит больший угол.***





! ***Если α > β, то a > b*** !

Далее

Соотношение между углами треугольника и противолежащими сторонами

Решение задач - пример № 1.

Дано:

□ABC - равнобедренный

$\angle A = \angle C > 60°$

Найти:

Что больше AC или AB?

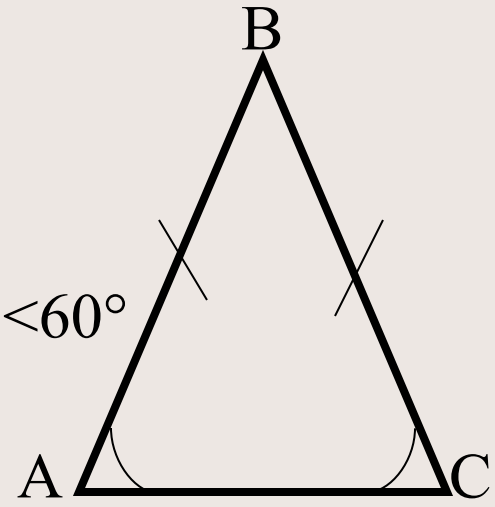
Решение:

$\angle A = \angle C > 60°$

Значит, $\angle A + \angle C > 120°$

$\angle B = 180° - (\angle A + \angle C) < 60°$

Следовательно в □ABC $\angle B$ – наименьший.



Тогда, согласно соотношению между углами треугольника и его сторонами,AC – наименьшая сторона.

Ответ: AC<AB

Далее

Соотношение между углами треугольника и противолежащими сторонами

Решение задач - пример № 2.

Дано:

AC = 18 см

AB = 20 см

∠B = 50°

Найти:

Каким является ∠A – острым, прямым или тупым?

Решение:

Так как AB > AC, то ∠C > ∠B

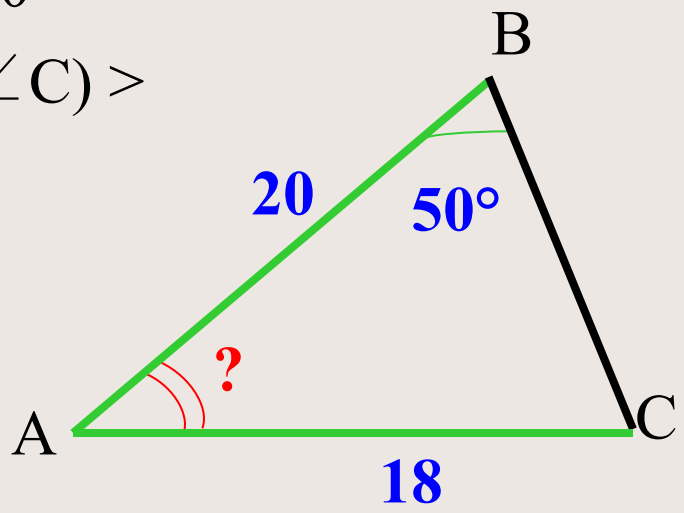
То есть ∠C > 50°

Тогда ∠B + ∠C > 100°

∠A = 180° - (∠B + ∠C) > 80°

∠A - острый

Ответ: ∠A - острый.



Возврат в меню

Решения треугольников

Решение задач - пример № 1.

Дано:

$a = 20$ см

$\angle \alpha = 75°$

$\angle \beta = 60°$

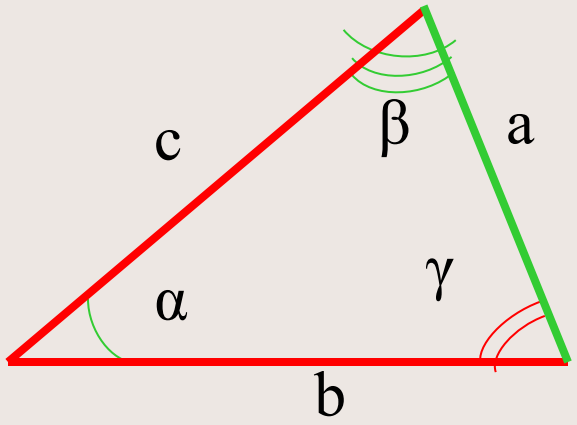
Найти:

$\angle \gamma$ - ?

b - ?

c - ?

Решение:



$\gamma = 180° - (\beta + \alpha)$

$\gamma = 180° - (75° + 60°) = 45°$

$a / \sin \alpha = b / \sin \beta = c / \sin \gamma$

$b = a \cdot (\sin \beta / \sin \gamma)$

$b = 20 \cdot (\sin 60° / \sin 75°) \approx 20 \cdot (0{,}866 / 0{,}966) \approx 17{,}9$

$c = a \cdot (\sin \gamma / \sin \alpha)$

$c = 20 \cdot (\sin 45° / \sin 75°) \approx 20 \cdot (0{,}7 / 0{,}966) \approx 14{,}6$

Ответ: 45°; 17,9 см; 14,6 см.

Далее

Решения треугольников

Решение задач - пример № 2.

Дано:

$a = 7$ м

$b = 23$ м

$\angle \gamma = 130°$

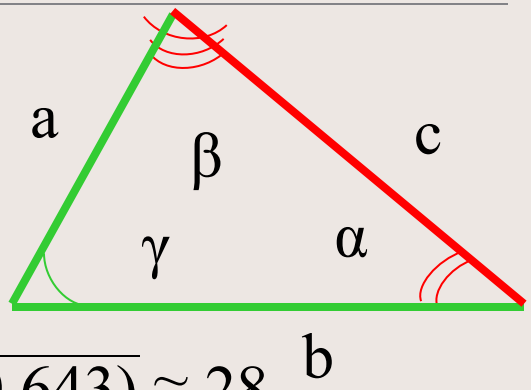
Найти:

$\angle \alpha$ - ?

$\angle \beta$ - ?

c - ?

Решение:



$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma}$$

$$c = \sqrt{49 + 529 - 2 \cdot 7 \cdot 23 \cdot (-0{,}643)} \approx 28$$

$$\cos\alpha = (b^2 + c^2 - a^2) / 2 \cdot b \cdot c$$

$$\cos\alpha = (529 + 784 - 49) / 2 \cdot 23 \cdot 28 \approx 0{,}981$$

$$\angle\alpha \approx 11°$$

$$\angle\beta = 180° - (\alpha + \gamma) = 180° - (11° + 130°) \approx 39°$$

Ответ: 28 см; 39°; 11°.

Далее

Решения треугольников

Решение задач - пример № 3.

Дано:

$a = 7$ см

$b = 2$ см

$c = 8$ см

Найти:

$\angle\alpha$ - ?

$\angle\beta$ - ?

$\angle\gamma$ - ?

Решение:

$\cos\alpha = (b^2 + c^2 - a^2) / 2 \cdot b \cdot c$

$\cos\alpha = (4 + 64 - 49) / 2 \cdot 2 \cdot 8 \approx 0{,}981$

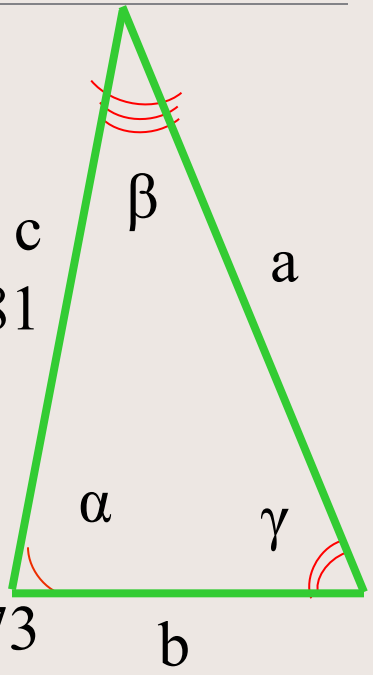
$\angle\alpha \approx 54°$

$\cos\beta = (a^2 + c^2 - b^2) / 2 \cdot a \cdot c$

$\cos\beta = (49 + 64 - 4) / 2 \cdot 7 \cdot 8 \approx 0{,}973$

$\angle\beta \approx 13°$

$\angle\gamma \approx 180° - (\alpha + \beta) = 180° - (54° + 13°) = 113°$



Ответ: 54°; 13°; 113°.

Далее

Решения треугольников

Решение задач - пример № 4.

Дано:

$a = 12$ см

$b = 5$ см

$\angle\alpha = 120°$

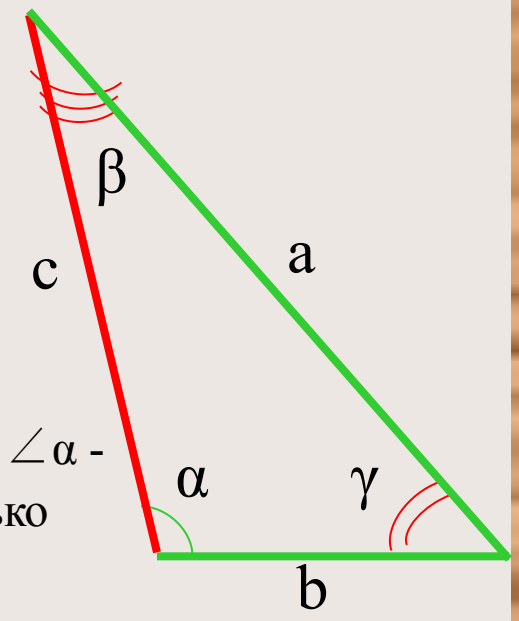
Найти:

c - ?

$\angle\beta$ - ?

$\angle\gamma$ - ?

Решение:



$a / \sin\alpha = b / \sin\beta = c / \sin\gamma$

$\sin\beta = (b / a) \cdot \sin\alpha$

$\sin\beta = (5 / 12) \cdot 0{,}866 \approx 0{,}361$

$\angle\beta_1 \approx 21°$ и $\angle\beta_2 \approx 159°$, так как $\angle\alpha$ - тупой, а в треугольнике может быть только один тупой угол, то $\angle\beta \approx 21°$.

$\angle\gamma \approx 180° - (\alpha + \beta) = 180° - (120° + 21°) = 39°$

$c = a \cdot (\sin\gamma / \sin\alpha)$

$c = 12 \cdot (\sin 39° / \sin 120°) \approx 12 \cdot (0{,}629 / 0{,}866) \approx 8{,}69$

Ответ: 8,69 см; 21°; 39°.

Далее

Удачи!

Возврат в меню

Выход