

**Алгоритм решения
оптимизационной
задачи с использованием
табличного процессора
Excel**



Кондитерский цех техникума готовит пирожки и пирожные. В силу ограниченности складских помещений за день можно приготовить в совокупности не более 700 изделий. Рабочий день в кондитерском цехе длится 8 часов. Если выпускать только пирожные, за день можно произвести не более 250 штук, пирожков же можно произвести 1000, если при этом не выпускать пирожных. Стоимость пирожного вдвое выше чем пирожка. Требуется составить дневной план производства, обеспечивающий кондитерскому цеху наибольшую выручку.



Выработаем математическую модель задачи.

Плановыми показателями являются:

x - дневной план выпуска пирожков;

y - дневной план выпуска пирожных.

Ресурсы производства:

длительность рабочего дня - 8 часов;

емкость складских помещений – 700 мест.

Предполагается для простоты, что другие ресурсы неограничены (сырье, электроэнергия и пр.)



Если обозначить время изготовления пирожка – t мин, то время изготовления пирожного будет – $4t$ мин. Значит суммарное время на изготовление x пирожков и y пирожных равно

$$tx+4ty=(x+4y)t.$$

Но это время не может быть больше длительности рабочего дня. Отсюда следует неравенство:

$$(x + 4y)t \leq 8 \cdot 60$$

$$(x + 4y)t \leq 480$$



Легко вычислить t – время изготовления одного пирожка. Поскольку за рабочий день их может быть изготовлено 1000 штук, то на один пирожок затрачивается $480/1000=0,48$ мин. Подставляя это значение в неравенство, получим:

$$(x + 4y) \cdot 0,48 \leq 480$$

или

$$x + 4y \leq 1000$$

Ограничение на общее число изделий дает совершенно очевидное неравенство

$$x + y \leq 700$$



К двум полученным неравенствам следует добавить условия положительности значений величин x и y (не может быть отрицательного числа пирожков и пирожных). В итоге мы получаем систему неравенств:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 4y \leq 1000; \\ x + y \leq 700; \\ x \geq 0; \\ y \geq 0. \end{array} \right.$$



А теперь перейдем к формализации стратегической цели: получение максимальной выручки. Выручка - это стоимость всей проданной продукции. Пусть цена одного пирожка – r рублей. По условию задачи, цена пирожного в два раза больше, то есть $2r$ рублей. Отсюда стоимость всей произведенной за день продукции равна

$$rx+2ry=r(x+2y).$$

Будем рассматривать записанное выражение как функцию от x, y :

$$f(x,y)=r(x+2y).$$

Она называется **целевой функцией**.

Поскольку значение r – константа, то максимальное значение $f(x,y)$ будет достигнуто при максимальной величине выражения $(x+2y)$. Поэтому в качестве целевой функции можно принять

$$f(x,y)=x+2y.$$



Следовательно, получение оптимального плана свелось к следующей математической задаче: найти значения плановых показателей x и y , удовлетворяющей системе неравенств, полученных выше, при которых указанная целевая функция принимает максимальное значение.

Компьютерная модель. Будем искать решение задачи путем создания и исследования компьютерной модели в электронных таблицах Excel.



Оптимизационное моделирование

Ячейки B5 и C5 выделить для хранения значений параметров x и y .

Ниже этих ячеек представить систему неравенств, определяющую ограничения на искомые решения

В ячейку B15 ввести целевую функцию.



	A	B	C	D
1	Оптимальное планирование			
2				
3	Основные показатели			
4		X (пирожков)	Y (пирожных)	
5				
6				
7	Ограничения			
8				
9		Левая часть	Знак	Правая часть
10	Время производства	$=B5+4*C5$	\leq	1000
11	Общее количество	$=B5+C5$	\leq	700
12	Положительность X	$=B5$	\geq	0
13	Положительность Y	$=C5$	\geq	0
14				
15	Целевая функция	$=B5+2*C5$		
18				



Исследование модели. Для поиска оптимального решения задачи использовать надстройку электронных таблиц Поиск решения. Для этого выполнить команду Сервис => Поиск решения. На экране появится соответствующая форма.

Поиск решения

Установить целевую

Равной максимальному значению значению
 минимальному значению

Изменяя ячейки

Ограничения



Далее нужно выполнить следующий алгоритм:

- 1. Ввести координату ячейки с целевой функцией. В нашем примере это B15.**
- 2. Поставить отметку «максимальному значению», то есть сообщить программе, что нас интересует нахождение максимума целевой функции.**
- 3. В поле «Изменяя ячейки» ввести B5:C5, то есть сообщить, какое место отведено под значения переменных – плановых показателей.**
- 4. В поле «Ограничения» надо ввести информацию о неравенствах - ограничениях, которые имеют вид $B10 \leq D10$; $B11 \leq D11$; $B12 \geq D12$; $B13 \geq D13$. Ограничения вводятся следующим образом:
=> щелкнуть по кнопке «Добавить»;**



=> щелкнуть по кнопке «Добавить»;

В появившемся диалоговом окне «Добавление ограничения» ввести ссылку на ячейку B10, выбрать из меню знак неравенства \leq и ввести ссылку на ячейку D10; снова щелкнуть по кнопке «добавить» и аналогично ввести второе ограничение $B11 \leq D11$ и так далее. В конце надо щелкнуть по кнопке ОК.

Закрывать диалоговое окно «Добавление ограничения».
Снова появится форма «Поиск решения»



Поиск решения



Установить целевую

\$R\$15

Выполнить

Равной



максимальному значению



значению

0

Закреть



минимальному значению

Изменяя ячейки

\$B\$5 : \$C\$5

Предположить

Ограничения

\$B\$10 <= \$D\$10

\$B\$11 <= \$D\$11

\$B\$12 >= \$D\$12

\$B\$13 >= \$D\$13

Добавить

Параметры

Изменить

Восстановить

Удалить

Справка



Теперь надо дать последние указания: задача является линейной. Для этого следует щелкнуть по кнопке «Параметры» - появится форма «Параметры поиска решения».

Параметры поиска решения		?									
Максимальное время	<input type="text" value="100"/>	секунд									
Предельное число итераций	<input type="text" value="100"/>										
Относительная погрешность	<input type="text" value="0.000001"/>										
Допустимое отклонение	<input type="text" value="5"/>	%									
Сходимость	<input type="text" value="0.0001"/>										
<input checked="" type="checkbox"/> Линейная модель	<input type="checkbox"/> Автоматическое масштабирование										
<input type="checkbox"/> Неотрицательные значения	<input type="checkbox"/> Показывать результаты итераций										
<table border="1"><tr><td>Оценки</td><td>Разности</td><td>Метод поиска</td></tr><tr><td><input type="radio"/> линейная</td><td><input type="radio"/> прямые</td><td><input type="radio"/> Ньютона</td></tr><tr><td><input type="radio"/> квадратичная</td><td><input type="radio"/> квадратичные</td><td><input type="radio"/> Сопряженных</td></tr></table>			Оценки	Разности	Метод поиска	<input type="radio"/> линейная	<input type="radio"/> прямые	<input type="radio"/> Ньютона	<input type="radio"/> квадратичная	<input type="radio"/> квадратичные	<input type="radio"/> Сопряженных
Оценки	Разности	Метод поиска									
<input type="radio"/> линейная	<input type="radio"/> прямые	<input type="radio"/> Ньютона									
<input type="radio"/> квадратичная	<input type="radio"/> квадратичные	<input type="radio"/> Сопряженных									



1. **Надо выставить флажки на переключателях «Линейная модель», «Прямые разности», «Метод поиска Ньютона» и щелкнуть по кнопке ОК, что возвратит нас в форму «Поиск решения».**

2. **Вся информация введена. Далее надо щелкнуть по кнопке «Выполнить» - мгновенно в ячейках B5 и C5 появится оптимальное решение (числа 600 и 100), а также число 800 в ячейке B15 – максимальное значение целевой функции.**



	A	B	C	D
1	Оптимальное планирование	B		
2				
3	Плановые показатели			
4		X(пирожки)	У (пирожные)	
5		600	100	
6				
7	Ограничения			
8				
9		Левая часть	Знак	Правая часть
10	Время производства:	1000	\leq	1000
11	Общее количество:	700	\leq	700
12	Положительность X	600	\geq	0
13	Положительность Y	100	\geq	0
14				
15	Целевая функция	800		
16				



Результаты решения задачи.

Кроме того, на экране появится еще одна форма – «Результаты поиска решения»

Результаты поиска решения

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Сохранить найденное решение

Восстановить исходные значения

Тип отчета

Результаты

Устойчивость

Пределы

ОК Отмена Сохранить сценарий Справка



Полученная электронная таблица и настроенная на нее сервисная функция «Поиск решения» являются средством, с помощью которого можно решать задачу оптимального планирования при меняющихся условиях. Например, может измениться длина рабочего дня. Тогда надо внести новое значение в ячейку D10 и оптимальный план автоматически пересчитается. Так же может измениться допустимое суммарное число изделий в ячейке D11.

Следует иметь в виду, что при решении подобных задач искомого оптимального решения может и не быть – тогда программа об этом сообщит.

