Системы счисления

Позиционные:

1. Десятичная (2009_{10})
2. Двоичная (11111011001_2)
3. Восьмеричная (3731_8)
4. Шестнадцатеричная($7D9_{16}$)

Непозиционные:

1.Римская (MMIX)

В позиционных системах счисления количественный эквивалент числа ***A***, состоящего из ***n*** цифр $\boldsymbol{a_k}$ ($k = 0,\dots,n-1$) в системе счисления с основанием ***p*** записывается в виде последовательности цифр

$\boldsymbol{A_{(p)}=a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1 a_0}$, где $\boldsymbol{a_k<p}$.

Также, в общем случае, значение количественного эквивалента числа в позиционной системе счисления с основанием p можно представить в виде многочлена:

$\boldsymbol{A_{(p)}=a_{n-1}*p^{n-1}+a_{n-2}*p^{n-2}+\dots+a_1*p^1+a_0*p^0}$, где $\boldsymbol{a_k<p}$, $\boldsymbol{p>0}$ ***(1)***

Переводы натуральных чисел между системами счисления

восьмеричная <->двоичная<->шестнадцатеричная

Если основание системы счисления можно представить как степень 2,

$p=2^m, \; m=1,2,\ldots,k$

то перевод осуществляется через двоичную систему.

1. Сначала число в восьмеричной или шестнадцатеричной системе записываем в двоичном представлении:
   $7D9_{16} = 0111\ 1101\ 1001_2$
   $3731_8 = 011\ 111\ 011\ 001_2$
2. разряды согласно основанию ***p*** системы счисления, в которую выполняем перевод числа:
   $0111\ 1101\ 1001_2 = 011\ 111\ 011\ 001_2$
   $011\ 111\ 011\ 001_2 = 0111\ 1101\ 1001_2$
3. Записываем число в представлении с основанием ***p*** системы счисления, в которую выполняем перевод числа:
   3731_8
   $7D9_{16}$

десятичная ->двоичная

2009_{10} | 2

2008 1004 | 2

1 1004 502 | 2

0 502 251 | 2

0 250 125 | 2

1 124 62 | 2

1 62 31 | 2

0 30 15 | 2

1 14 7 | 2

1 6 3 | 2

1 2 **1** | 2

1 0

11111011001_2

двоичная -> десятичная

$11111011001_2 =$

$= 1*2^{10} + 1*2^9 + 1*2^8 + 1*2^7 + 1*2^6 + 0*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 =$

$= 1024_{10} + 512_{10} + 256_{10} + 128_{10} + 64_{10} + 0 + 16_{10} + 8_{10} + 0 + 0 + 1_{10} =$

$= 2009_{10}$

десятичная -> восьмеричная

2009_{10} | 8

$\underline{2008}$ 251 | 8

1 $\underline{248}$ 31 | 8

3 $\underline{24}$ **3** | 8

7 0

3731_8

восьмеричная -> десятичная

$3731_8 =$

$= 3*8^3 + 7*8^2 + 3*8^1 + 1*8^0 =$

$= 1536_{10} + 448_{10} + 24_{10} + 1_{10} =$

$= 2009_{10}$

десятичная -> шестнадцатеричная

2009_{10} | 16

$\underline{2000}$ 125 | 16

9 $\underline{112}$ **7** | 16

13 0

$7D9_{16}$ **D**

шестнадцатеричная -> десятичная

$7D9_{16} =$

$= 7*16^2 + 13*16^1 + 9*16^0 =$

$= 1792_{10} + 208_{10} + 9_{10} =$

$= 2009_{10}$

Перевод дробных положительных чисел

Двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная -> десятичная

Обощаем формулу (1) на случай дробных положительных чисел

$$\boldsymbol{A_{(p)}=a_{n-1}*p^{n-1}+a_{n-2}*p^{n-2}+\ldots+a_1*p^1+a_0*p^0+a_{-1}*p^{-1}+a_{-2}*p^{-2}+\ldots+a_{-m}*p^{-m}},$$

где $\boldsymbol{a_k<p}$, $\boldsymbol{p>0}$ ***(2)***

десятичная ->двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная

1. Выделить целую часть десятичной дроби.
2. Перевести ее в выбранную систему счисления по рассмотренным ранее алгоритмам.
3. Выделить дробную часть десятичной дроби.
4. Умножить ее на основание выбранной системы счисления.
5. После умножения выделить целую часть и принять ее в качестве следующего разряда дробной части в выбранной системе счисления. (На первой итерации – первого разряда после запятой.)
6. Если дробная часть результата после умножения равна 0 или достигнута требуемая точность, то остановить
   процесс перевода дробной части числа в выбранную систему счисления.
   В противном случае перейти на шаг 4.
7. Записать число в выбранной системе счисления, объединив переведенные целую и дробную части.

десятичная ->двоичная

1) $9.03125_{10} = 9_{10} + 0.03125_{10} =$

2) $= 1001_2 + 0.03125_{10}$

3) $.03125_{10}$

4,5,6)

$$
\begin{array}{r}
.03125_{10} \\
2 \\
\hline
0.06250_{10} \\
2 \\
\hline
0.12500_{10} \\
2 \\
\hline
0.25000_{10} \\
2 \\
\hline
0.50000_{10} \\
2 \\
\hline
1.00000_{10}
\end{array}
$$

0.00001_2

7) $1001_2 + 0.00001_2 = 1001.00001_2$

двоичная -> десятичная

$1001.00001_2 =$

$= 1*2^3+0*2^2+0*2^1+1*2^0+ 0*2^{-1}+0*2^{-2}+0*2^{-3}+0*2^{-4}+1*2^{-5} =$

$= 8_{10} +0 +0 +1_{10} + 0.0 +0.0 +0.0 +0.0 +0.03125_{10}=$

$= 9.03125_{10}$

Отрицательные числа

Старший разряд - знаковый , туда помещается цифра 1

4 разряда $0101_2 = 5_{10}$

Прямой код	**Обратный код**	**Дополнительный код**
0101	0101	0101
1101 $= -5_{10}$	**1010** $= -5_{10}$	**1011** $= -5_{10}$

-1	1001		1110		1111
+- 0	0000	1000	0000	1111	0000
1	0001		0001		0001

$$\begin{array}{r} 1111 \\ +\quad 1 \\ \hline 1|0000 \end{array}$$