

Системы счисления

Позиционные:

1. Десятичная (2009_{10})
2. Двоичная (11111011001_2)
3. Восьмеричная (3731_8)
4. Шестнадцатеричная ($7D9_{16}$)

Непозиционные:

1. Римская (MMIX)

В позиционных системах счисления количественный эквивалент числа A , состоящего из n цифр a_k ($k = 0, \dots, n-1$) в системе счисления с основанием p записывается в виде последовательности цифр

$A_{(p)} = a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0$, где $a_k < p$.

Также, в общем случае, значение количественного эквивалента числа в позиционной системе счисления с основанием p можно представить в виде многочлена:

$$A_{(p)} = a_{n-1} * p^{n-1} + a_{n-2} * p^{n-2} + \dots + a_1 * p^1 + a_0 * p^0, \text{ где } a_k < p, p > 0 \quad (1)$$

Переводы натуральных чисел между системами счисления

восьмеричная <->двоичная<->шестнадцатеричная

Если основание системы счисления можно представить как степень 2,

$$p=2^m, m=1,2,\dots,k$$

то перевод осуществляется через двоичную систему.

1. Сначала число в восьмеричной или шестнадцатеричной системе записываем в двоичном представлении:

$$7D9_{16} = 0111\ 1101\ 1001_2$$

$$3731_8 = 011\ 111\ 011\ 001_2$$

2. разряды согласно основанию p системы счисления, в которую выполняем перевод числа:

$$0111\ 1101\ 1001_2 = 011\ 111\ 011\ 001_2$$

$$011\ 111\ 011\ 001_2 = 0111\ 1101\ 1001_2$$

3. Записываем число в представлении с основанием p системы счисления, в которую выполняем перевод числа:

$$3731_8$$

$$7D9_{16}$$

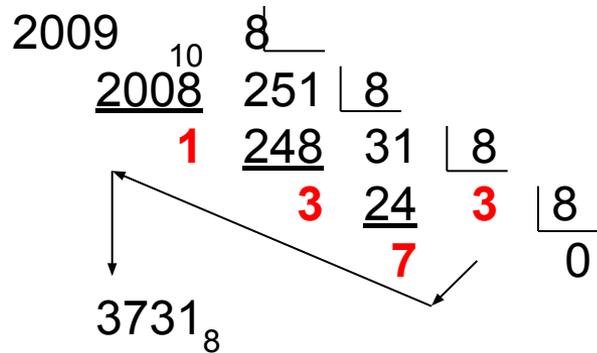
десятичная -> двоичная



двоичная -> десятичная

$$\begin{aligned}
 &11111011001_2 = \\
 &= 1 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \\
 &= 1024_{10} + 512_{10} + 256_{10} + 128_{10} + 64_{10} + 0 + 16_{10} + 8_{10} + 0 + 0 + 1_{10} = \\
 &= 2009_{10}
 \end{aligned}$$

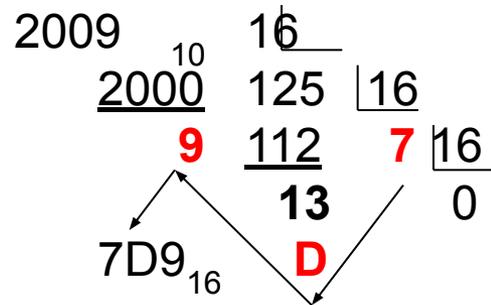
десятичная -> восьмеричная



восьмеричная -> десятичная

$$\begin{aligned} 3731_8 &= \\ &= 3 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = \\ &= 1536_{10} + 448_{10} + 24_{10} + 1_{10} = \\ &= 2009_{10} \end{aligned}$$

десятичная -> шестнадцатеричная



шестнадцатеричная -> десятичная

$$\begin{aligned} 7D9_{16} &= \\ &= 7 \cdot 16^2 + 13 \cdot 16^1 + 9 \cdot 16^0 = \\ &= 1792_{10} + 208_{10} + 9_{10} = \\ &= 2009_{10} \end{aligned}$$

Перевод дробных положительных чисел

Двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная -> десятичная

Обобщаем формулу (1) на случай дробных положительных чисел

$$A_{(p)} = a_{n-1} * p^{n-1} + a_{n-2} * p^{n-2} + \dots + a_1 * p^1 + a_0 * p^0 + a_{-1} * p^{-1} + a_{-2} * p^{-2} + \dots + a_{-m} * p^{-m},$$

где $a_k < p, p > 0$ (2)

десятичная -> двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная

1. Выделить целую часть десятичной дроби.
2. Перевести ее в выбранную систему счисления по рассмотренным ранее алгоритмам.
3. Выделить дробную часть десятичной дроби.
4. Умножить ее на основание выбранной системы счисления.
5. После умножения выделить целую часть и принять ее в качестве следующего разряда дробной части в выбранной системе счисления. (На первой итерации – первого разряда после запятой.)
6. Если дробная часть результата после умножения равна 0 или достигнута требуемая точность, то остановить процесс перевода дробной части числа в выбранную систему счисления.
В противном случае перейти на шаг 4.
7. Записать число в выбранной системе счисления, объединив переведенные целую и дробную части.

десятичная -> двоичная

$$1) 9.03125_{10} = 9_{10} + 0.03125_{10} =$$

$$2) = 1001_2 + 0.03125_{10}$$

$$3) .03125_{10}$$

4,5,6)

$$\begin{array}{r}
 .03125_{10} \\
 \hline
 2 \\
 \hline
 \leftarrow 0.06250_{10} \\
 \hline
 2 \\
 \hline
 \leftarrow 0.12500_{10} \\
 \hline
 2 \\
 \hline
 \leftarrow 0.25000_{10} \\
 \hline
 2 \\
 \hline
 \leftarrow 0.50000_{10} \\
 \hline
 2 \\
 \hline
 \leftarrow 1.00000_{10} \\
 \hline
 0.00001_2
 \end{array}$$

$$7) 1001_2 + 0.00001_2 = 1001.00001_2$$

двоичная -> десятичная

$$1001.00001_2 =$$

$$= 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 0 \cdot 2^{-4} + 1 \cdot 2^{-5} =$$

$$= 8_{10} + 0 + 0 + 1_{10} + 0.0 + 0.0 + 0.0 + 0.0 + 0.03125_{10} =$$

$$= 9.03125_{10}$$

Отрицательные числа

Старший разряд - знаковый, туда помещается цифра 1

4 разряда

$$0101_2 = 5_{10}$$

←
Прямой код

↓
Обратный код

→
Дополнительный код

0101

$$\mathbf{1101} = -5_{10}$$

0101

$$\mathbf{1010} = -5_{10}$$

0101

$$\mathbf{1011} = -5_{10}$$

-1 1001

1110

1111

+ - 0 0000 1000

0000 1111

0000

$$\begin{array}{r} 1111 \\ + \quad 1 \\ \hline 10000 \end{array}$$

1 0001

0001

0001