

***ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ СИНУСОМ,
КОСИНУСОМ И ТАНГЕНСОМ
ОДНОГО И ТОГО ЖЕ УГЛА***

Зависимость между синусом и косинусом

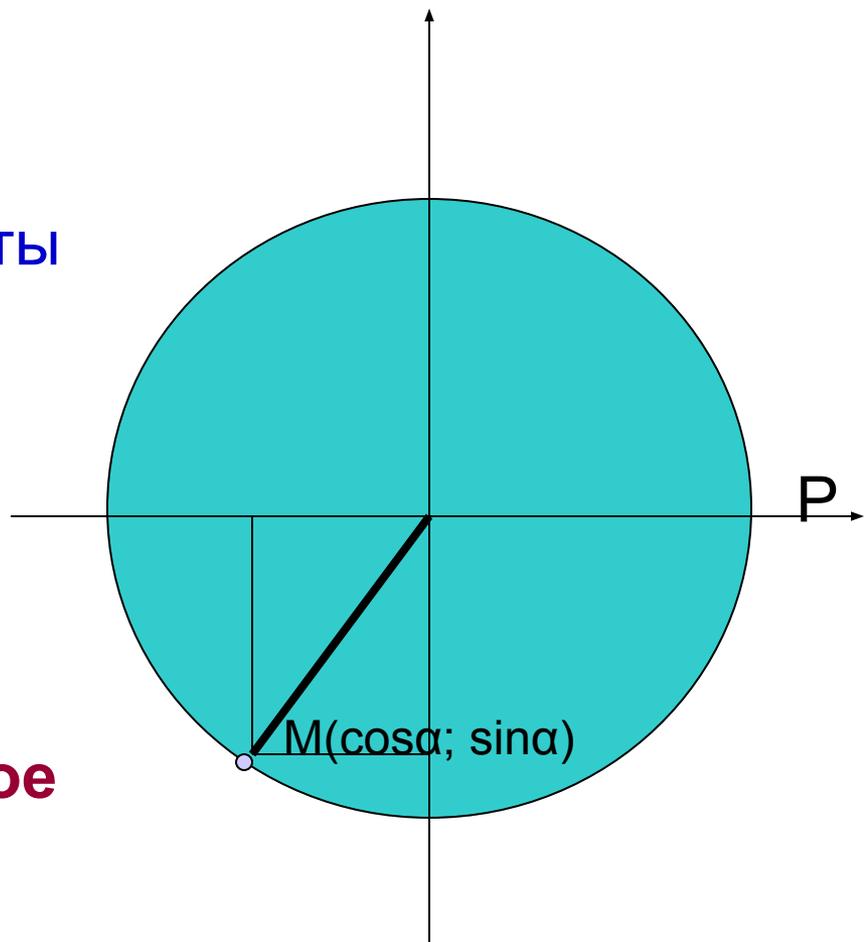
■ По определению:

$$y = \sin \alpha, \quad x = \cos \alpha$$

М - принадлежит единичной окружности, значит её координаты $(x; y)$ удовлетворяют уравнению $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Основное тригонометрическое тождество



$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

Из равенства

выразим $\sin\alpha$ через $\cos\alpha$

и $\cos\alpha$ через $\sin\alpha$

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$$

$$\sin\alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2\alpha}$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$$

$$\cos\alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$$

1) Вычислите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$

$$\text{и } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$$

Воспользуемся формулой $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$

Т.к $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\sin \alpha < 0$,

поэтому знак будет "-".

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}$$

Зависимость между тангенсом и котангенсом

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} \qquad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Перемножая равенства
получим:

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cancel{\sin \alpha} \cancel{\cos \alpha}}{\cancel{\cos \alpha} \cancel{\sin \alpha}} = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Зависимость между тангенсом и косинусом

- Разделив обе части равенства $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ на $\cos^2\alpha$, предполагая, что $\cos\alpha \neq 0$. Получаем:

$$\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}, \text{ откуда}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

№2. Вычислить $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = -3/5$ и $\pi/2 < \alpha < \pi$

■ Из формулы

$$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

■ Получаем: $\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 =$
 $= 1: (-3/5)^2 - 1 = 16/9$

Тангенс во второй четверти отрицателен, зн.
 $\operatorname{tg}\alpha = -4/3$



В классе:

■ № 457(1,3)

■ № 458(1)



Дома:

■ *П.25*

№ 457(2,4)

№ 458(2)