

Сегодня: *

Электростатика

Степанова Екатерина Николаевна
доцент кафедры ОФ ФТИ ТПУ

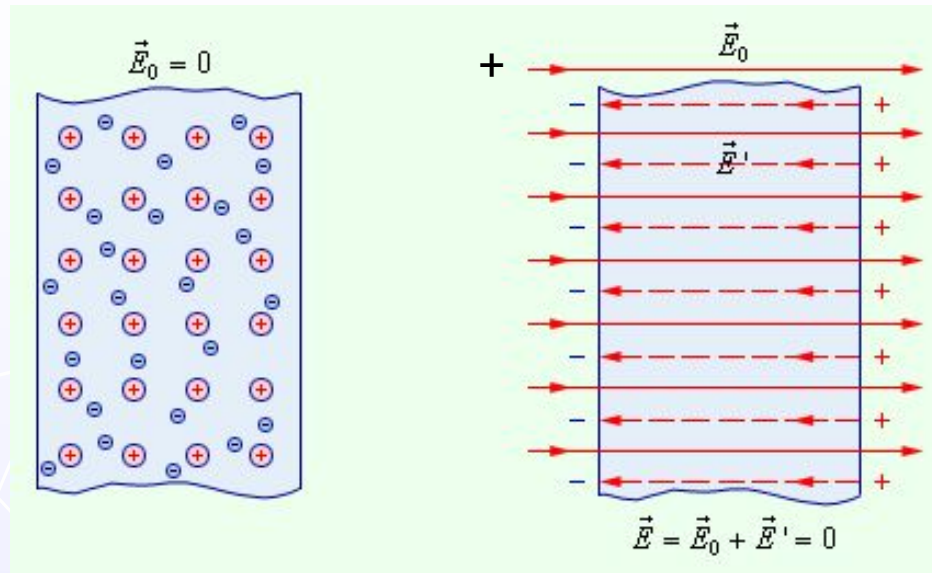
Тема 5. ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

- 5.1. Напряженность и потенциал электростатического поля в проводнике.
- 5.2. Определение напряженности электростатического поля вблизи проводника.
- 5.3. Экспериментальная проверка распределения заряда на проводнике.
- 5.4. Конденсаторы.
 - 5.4.1. Электрическая емкость. Конденсаторы.
 - 5.4.2. Соединение конденсаторов.
 - 5.4.3. Расчет емкостей различных конденсаторов.
 - 5.4.4. Энергия заряженного конденсатора.
- 5.5. Энергия электростатического поля.

5.1. Напряженность и потенциал электростатического поля в проводнике

В проводниках имеются электрически заряженные частицы – носители заряда (электроны в металлах, ионы в электролитах), способные перемещаться по всему объему проводника под действием внешнего электростатического поля.

Носителями заряда в металлах являются электроны проводимости. Они возникают при конденсации паров металла за счет обобществления валентных электронов.



В *отсутствие внешнего поля* в любом элементе объема проводника отрицательный свободный заряд компенсируется положительным зарядом ионной решетки.

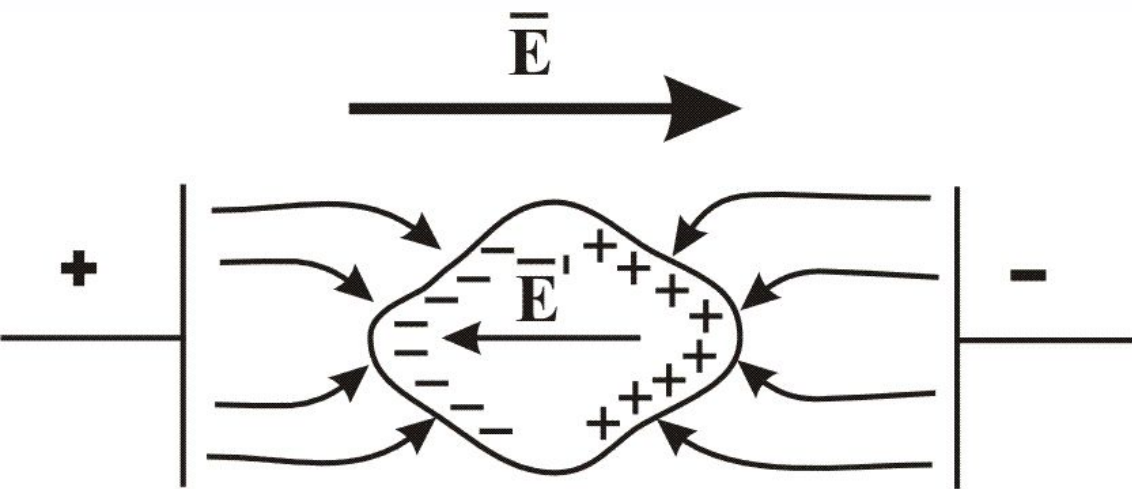
В *проводнике, внесенном в электрическое поле*, происходит перераспределение свободных зарядов, в результате чего на поверхности проводника возникают нескомпенсированные положительные и отрицательные заряды. Этот процесс называют *электростатической индукцией*, а появившиеся на поверхности проводника заряды – *индукционными зарядами*.

В любой точке внутри проводника, находящимся в электростатическом поле $E = 0$; $d\varphi = 0$; т. е. $\varphi = \text{const}$.

Диэлектрическая проницаемость $\epsilon_{\text{me}} \rightarrow \infty$.

На поверхности проводника напряженность направлена по нормали к этой поверхности, иначе, под действием составляющей E_{τ} , касательной к поверхности, заряды перемещались бы по проводнику, а это противоречило бы их статическому распределению.

Вне заряженного проводника – поле есть, следовательно, должен быть вектор \vec{E} , и направлен он перпендикулярно поверхности!



В установившемся состоянии в проводнике, помещенном в электростатическое поле мы имеем:

1. Появление у заряженной поверхности на металле заряда противоположного знака – **электростатическая индукция**. Этот процесс очень краток $\sim 10^{-8}$ секунд.
2. **Электростатическое экранирование** – внутри проводника поле не проникает.
3. Во всех точках внутри проводника $E = 0$, а во всех точках на поверхности $E = E_n$ ($E_\tau = 0$);
4. Весь объем проводника, находящегося в электростатическом поле, **эквипотенциален**.

Действительно, в любой точке внутри проводника,

$$\frac{d\varphi}{dl} = -E_{\text{след}} \Rightarrow \text{следовательно, } \varphi = \text{const.}$$

Поверхность проводника тоже эквипотенциальна:

$$\frac{d\varphi}{dl} = -E \quad (5.101)$$

(для любой линии на поверхности)

Потенциал поверхности равен потенциалу объема проводника.

В заряженном проводнике *нескомпенсированные заряды, располагаются ТОЛЬКО на поверхности (их расталкивают кулоновские силы).*

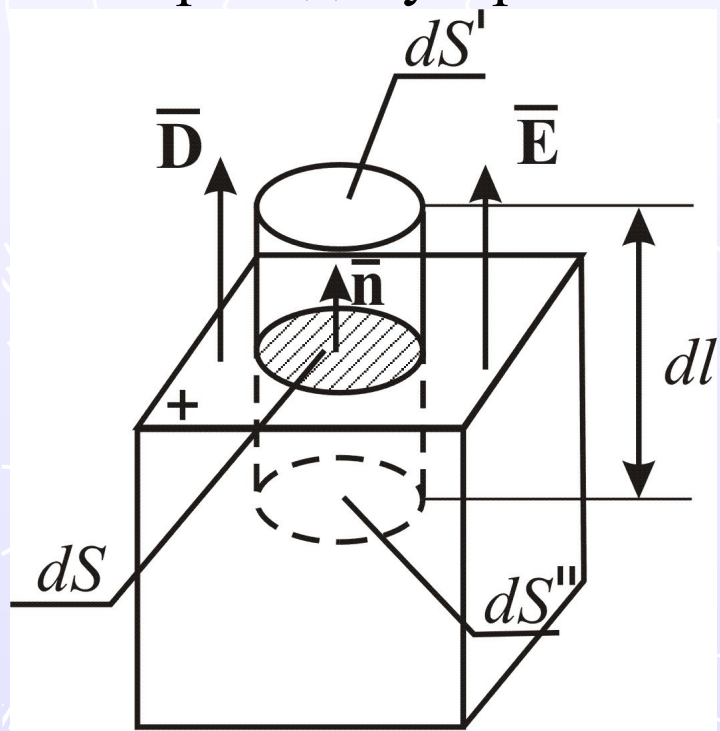
Доказательство:

Согласно теореме Остроградского – Гаусса суммарный заряд q внутри объема проводника равен нулю, так как $E = 0$

$$q = \oint_S D dS = \oint_S E \varepsilon \varepsilon_0 dS = 0,$$

5.2. Определение напряженности электростатического поля вблизи проводника

Выделим на поверхности S проводника площадку dS и построим на ней цилиндр с образующими, перпендикулярными к площадке dS , высотой dl .



$$dS' = dS'' = dS$$

На поверхности проводника вектор напряженности поля \vec{E} и вектор электрического смещения $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}$ перпендикулярны поверхности. Поэтому \vec{D} поток сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю.

Поток вектора электрического смещения Φ_D через dS'' тоже равен нулю, так как dS'' лежит внутри проводника, где $\mathbf{E} = 0$ и, следовательно $\mathbf{D} = 0$.

Отсюда следует, что **поток $d\Phi_D$ сквозь замкнутую поверхность равен потоку \mathbf{D} через dS' :**

$$d\Phi_D = D_n dS \quad (5.2.1).$$

С другой стороны **по теореме Остроградского-Гаусса:**

$$d\Phi_D = dq = \sigma dS \quad (5.2.2)$$

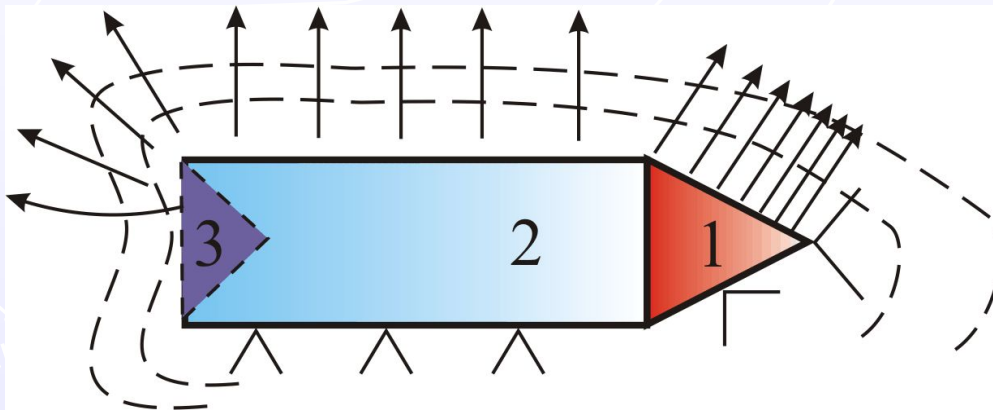
где: σ – поверхностная плотность зарядов на dS . Из равенства правых частей следует, что $D_n = \sigma$ тогда

$$E_n = \frac{D_n}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} \quad (5.2.3)$$

Напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводника прямо пропорциональна поверхностной плотности зарядов.

5.3. Экспериментальная проверка распределения заряда на проводнике

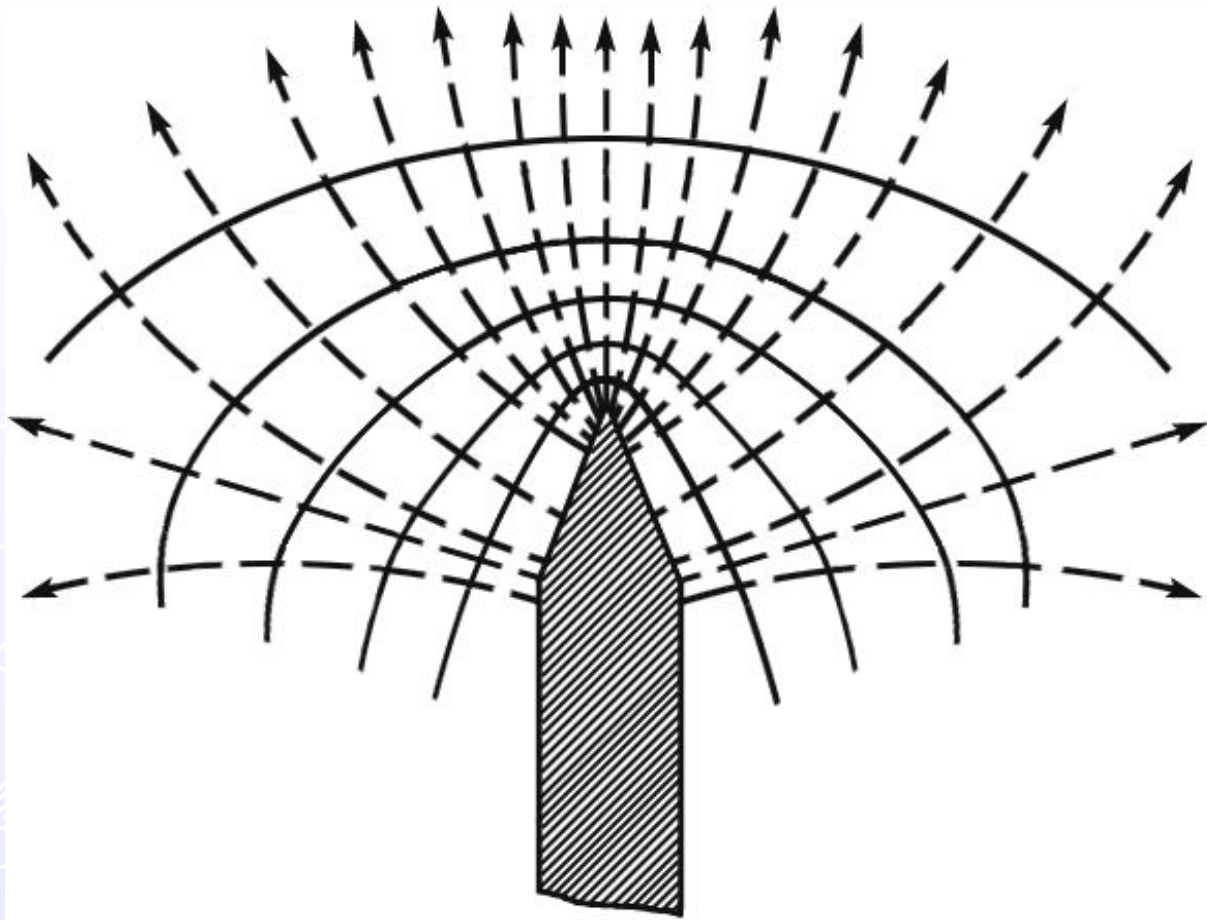
1. Заряженный кондуктор



В местах разной напряженности электростатического поля лепестки бумажки расходятся по-разному:

на поверхности 1 – максимальное расхождение,
на поверхности 2 заряд распределен равномерно $q = const$ и имеем одинаковое расхождение лепестков.

Электромметр – прибор, с помощью которого измеряют заряд и потенциал кондуктора. Если сообщить электромметру заряд с острия, то будет максимальное отклонение стрелки электромметра; с поверхности 2 – отклонение будет меньше; и нулевое отклонение с поверхности 3 внутри кондуктора.



Из рисунка видно, что напряженность электростатического поля *максимальна на острие* заряженного проводника.

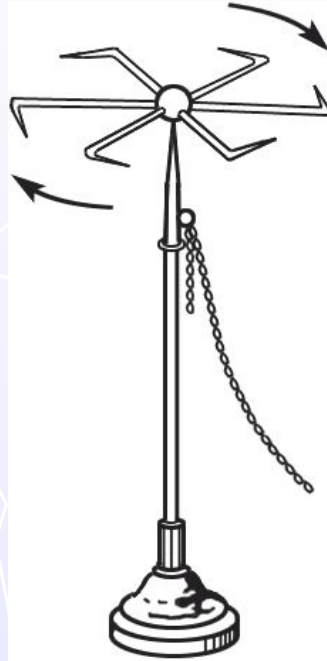
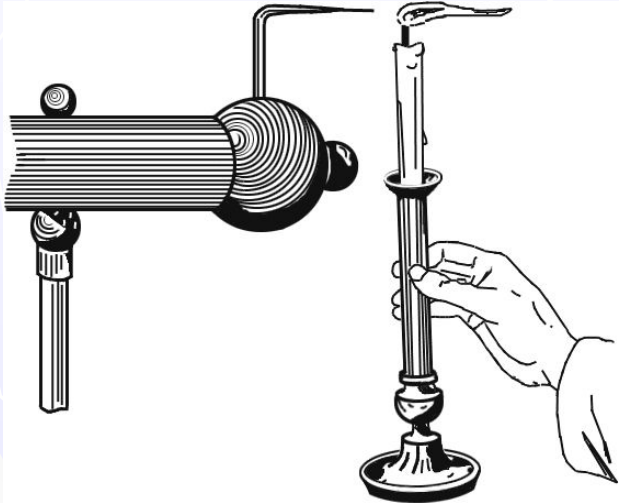
2. Стеkanie электростатических зарядов с острия.

Большая напряженность поля E на остриях – нежелательное явление, т.к. происходит утечка зарядов и ионизация воздуха. Ионы уносят электрический заряд, образуется как бы «**электрический ветер**» («огни Святого Эльма»).

На острие заряженного проводника поверхностная плотность заряда достигает большой величины. Электрическое поле вблизи острия является сильным и резко неоднородным. При этом могут происходить следующие явления.

Нейтральные молекулы воздуха поляризуются и притягиваются к острию. Коснувшись острия, они заряжаются одноимённо с ним и отталкиваются. Сила отталкивания превосходит ранее действовавшую силу притяжения, так как она действует на заряженные молекулы, а сила притяжения – на нейтральные. По этой причине молекулы удаляются от острия с большими скоростями, чем приближались к нему. Возникает поток заряженных частиц, направленный от острия («электрический ветер»). Это явление называют также «стеканием заряда с острия».

Есть наглядные эксперименты по этому явлению: *сдувание пламени свечи электрическим ветром*; *колесо Франклина* или вертушка. На этом принципе построен *электростатический двигатель*.

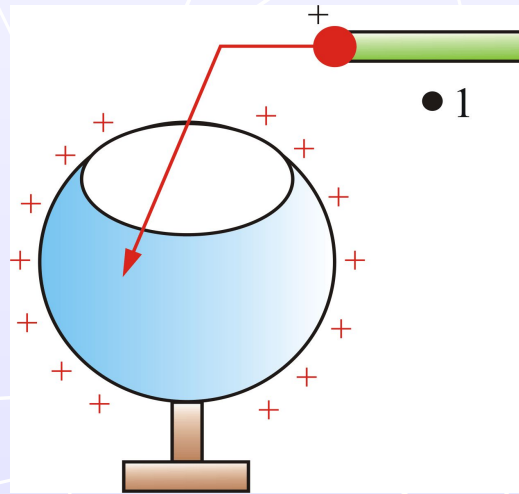


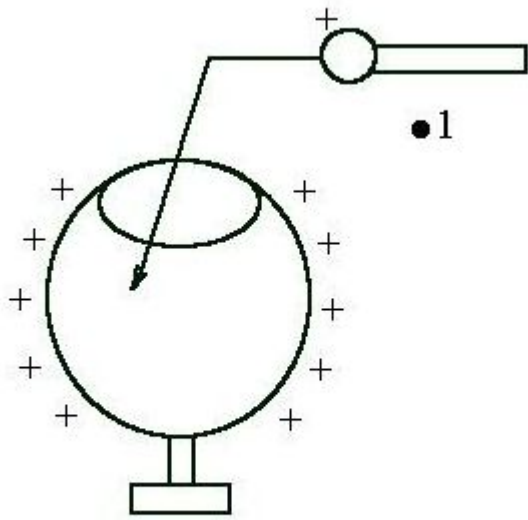
Прибор (рис. 2, 3) предназначен для демонстрации вращения легкой спицы за счет стекания электростатического заряда с ее заостренных концов.

Основные части прибора: спица из тонколистовой бронзы с заостренными концами и центральным опорным подшипником; стержень с острием на верхнем конце и отверстием диаметром 4 мм для подключения электрофорной машины; подставка .

3. Электростатический генератор.

Если заряженный металлический шарик привести в соприкосновение с поверхностью какого-либо проводника, то заряд шарика частично передается проводнику: шарик будет разряжаться до тех пор, пока их потенциалы не выровняются. Иначе обстоит дело, если шарик привести в соприкосновение с внутренней поверхностью полого проводника. При этом весь заряд с шарика стечет на проводник и распределится на внешней поверхности проводника.





Потенциал полого проводника может быть больше, чем потенциал шарика, тем не менее, заряд с шарика стечет полностью: В точке 1 $\varphi_{Ш} < \varphi_{ПР}$, но пока мы переносили шарик в полость, мы совершили работу по преодолению сил отталкивания, и тем самым, увеличивая потенциальную

энергию – увеличили потенциал шарика. То есть пока вносим шарик, потенциал его станет больше и заряд будет, как обычно, перетекать от большего потенциала к меньшему. Перенося с помощью шарика следующую порцию заряда, мы совершаем еще большую работу. Это наглядный пример того, что потенциал – энергетическая характеристика.



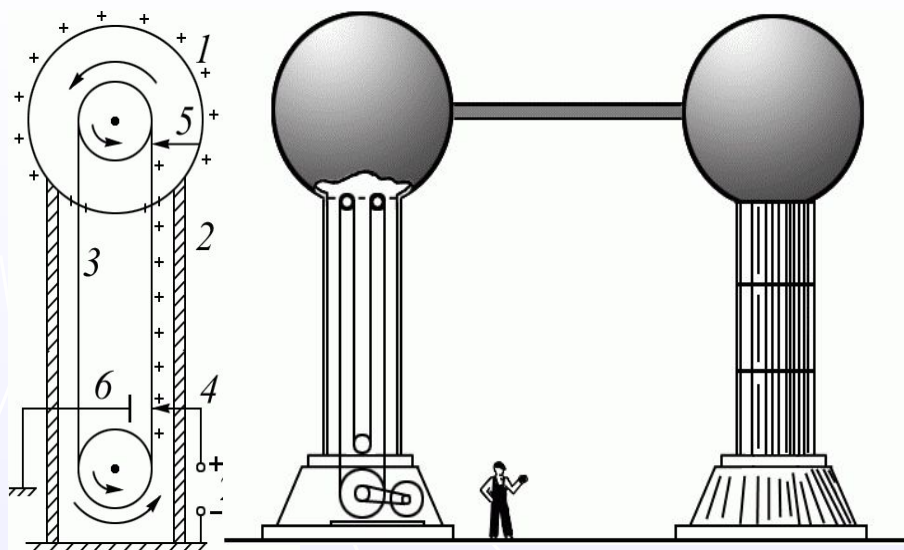
ВАН ДЕ ГРААФ Роберт

(1901 – 1967) - американский физик.

*Окончил университет штата Алабама (1922).
Совершенствовал знания в Сорбонне и Оксфорде.
В 1929-1931 работал в Принстонском университете, в
1931 –1960 – в Массачусетском технологическом
институте.*

*Научные исследования в области ядерной физики и
ускорительной техники.*

- Выдвинул идею тандемного ускорителя и к 1958 построил первый тандемный ускоритель отрицательных ионов.*
- Изобрел в 1931 году высоковольтный электростатический ускоритель (генератор Ван де Граафа), спроектировал и построил генератор с диаметром сфер по 4,5 м.*
- В 1936 построил самый большой из традиционных генераторов постоянного напряжения.*



Зарядное устройство заряжает ленту транспортера положительными зарядами. Лента переносит их вовнутрь сферы и там происходит съем положительных зарядов. Далее они стекают на внешнюю поверхность. Так можно получить потенциал относительно земли в несколько миллионов вольт —

ограничение — ток утечки. Такие генераторы существуют в настоящее время. Например, в Массачусетском технологическом институте построен генератор с диаметром сферы 4,5 метров и получен потенциал $3 \div 5 \cdot 10^6$ В.

В Томске очень развита ускорительная техника. Так, только в НИИ ядерной физики имеется около десяти ускорителей (генераторы различного класса). Один из них ЭСГ или генератор Ван-де-Граафа. Он изготовлен в специальной башне и на нем получали потенциал один миллион вольт.

5.4. Конденсаторы

5.4.1. Электрическая емкость

При сообщении проводнику заряда, на его поверхности появляется потенциал φ . Но если этот же заряд сообщить другому проводнику, то потенциал будет другой. Это зависит от геометрических параметров проводника. Но в любом случае, потенциал φ пропорционален заряду q .

$$q = C \cdot \varphi \quad (5.4.1)$$

Коэффициент пропорциональности называют **электроемкостью** – это физическая величина, численно равна заряду, который необходимо сообщить проводнику для того, чтобы изменить его потенциал на единицу. Единица измерения емкости в СИ – фарада $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл} / 1 \text{ В}$.

Если потенциал поверхности шара

$$\Phi_{\text{шар.}} = \frac{(5.4.3)q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$$

то

$$C_{\text{шар.}} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R \quad (5.4.4),$$

Если $\epsilon = 1$ (воздух, вакуум) и $R = R_{\text{земли}}$, то

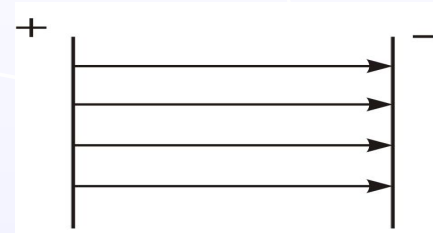
$$C_3 = 7 \cdot 10^{-4} \text{ Ф или } 700 \text{ мкФ.}$$

Чаще на практике используют и более мелкие единицы: 1 нФ (нанофарада) = 10^{-9} Ф и 1 пкФ (пикофарада) = 10^{-12} Ф.

Необходимость в устройствах, накапливающих заряд есть, а уединенные проводники обладают малой емкостью. Обратите внимание, что электроемкость проводника увеличивается, если к нему поднести другой проводник — явление электростатической индукции.

Конденсатор — два проводника называемые обкладками расположенные близко друг к другу.

Конструкция такова, что внешние окружающие конденсатор тела не оказывают влияние на емкость конденсатора. Это будет выполняться, если **электростатическое поле будет сосредоточено внутри конденсатора между обкладками.**



Конденсаторы бывают **плоские, цилиндрические и сферические.**

Так как электростатическое поле находится внутри конденсатора, то линии электрического смещения начинаются на положительной обкладке и заканчиваются на отрицательной – и никуда не исчезают. Следовательно, заряды на обкладках **противоположны по знаку, но одинаковы по величине.**

§ Емкость конденсатора:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} \stackrel{(5.4.5)}{=} \frac{q}{U}$$

Найдем формулу для емкости плоского конденсатора.

Напряженность между обкладками равна

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S}$$

где: S – площадь пластин (обкладок); q – заряд конденсатора

$$U = Ed \text{ отсюда,}$$

$$(5.47) \quad \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$$

ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика между обкладками.

Как видно из формулы, диэлектрическая проницаемость вещества очень сильно влияет на емкость конденсатора. Это можно увидеть и экспериментально: заряжаем электроскоп, подносим к нему металлическую пластину – получили конденсатор (за счет электростатической индукции, потенциал увеличился).

Вносим между пластинами диэлектрик с ϵ , больше чем у воздуха и потенциал конденсатора изменяется.

Отсюда можно получить единицы измерения ϵ_0 :

$$\epsilon_0 = \frac{Cd}{\epsilon S}$$

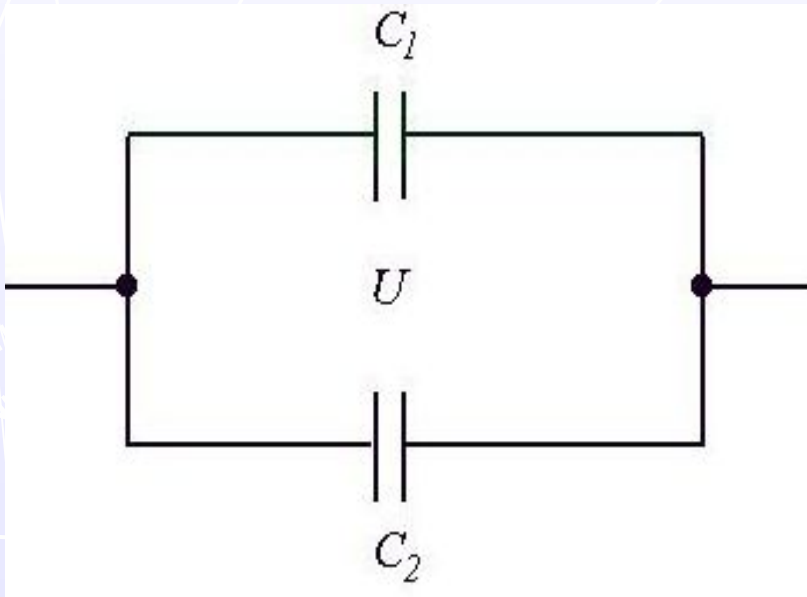
$$[\epsilon_0] = \frac{[C] \cdot [d]}{[S]} = \frac{\Phi \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\Phi}{\text{м}}$$

Помимо емкости каждый конденсатор характеризуется $U_{\text{раб}}$ (или $U_{\text{пр.}}$ — максимальное допустимое напряжение).

5.4.2. Соединение конденсаторов

Емкостные батареи – комбинации параллельных и последовательных соединений конденсаторов.

1) Параллельное соединение (рис.):



Общим является напряжение U

$$q_1 = C_1 U;$$

$$q_2 = C_2 U;$$

Суммарный заряд:

$$q = q_1 + q_2 = U(C_1 + C_2). \quad (5.4.9)$$

Результирующая емкость:

$$C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2 \quad (5.4.10)$$

Сравните с параллельным соединением сопротивлений R :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Таким образом, при параллельном соединении конденсаторов, их емкости складываются.

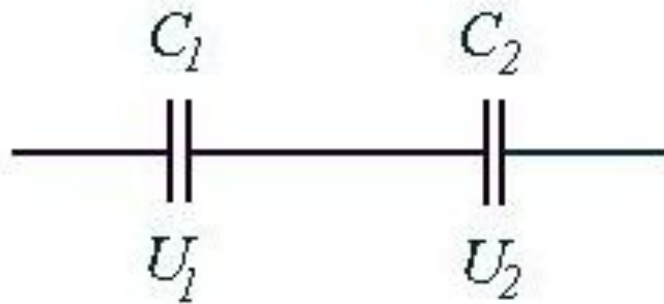
2) Последовательное соединение:

Общим является заряд q

$$U_1 = \frac{q}{C_1}; \quad U_2 = \frac{q}{C_2};$$

$$U = \sum U_i = q \sum \frac{1}{C_i} \quad (5.4.12)$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



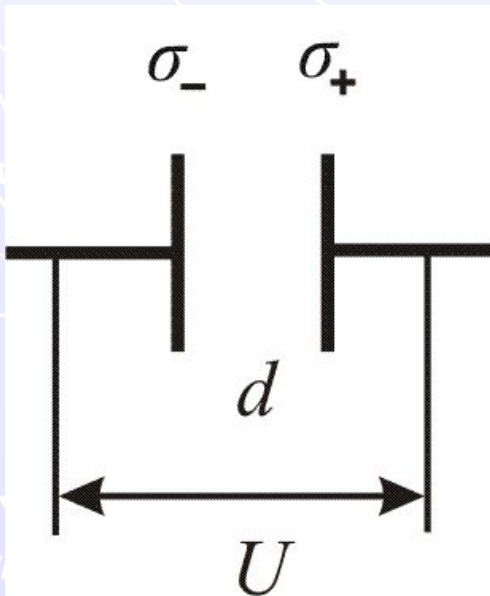
$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} \quad (5.4.14)$$

$$R = R_1 + R_2 \quad (5.4.13)$$

5.4.3. Расчет емкостей различных конденсаторов

1. Емкость плоского конденсатора.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}; \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_2}^{x_1} E dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} d$$



где $d = x_2 - x_1$ — расстояние между пластинами.

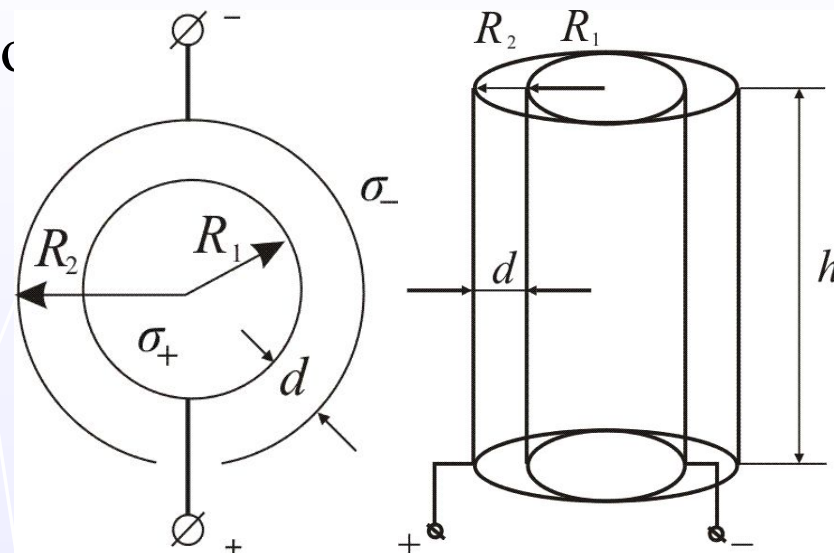
Так как заряд $q = \sigma \cdot S$, то

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \epsilon_0 \epsilon \frac{S}{d} \quad (5.4.16)$$

2. Емкость цилиндрического конденсатора.

Разность потенциалов между

конденсатора



(5.4.17)

$$\Delta\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

ная плотность заряда, R_1
 лусы
 ческих обкладок.

$q = \lambda l$, (l – длина конденсатора)

$$\Delta\varphi = \frac{\lambda \ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi\epsilon_0 \epsilon l} = \frac{q}{C} \quad (5.4.18)$$

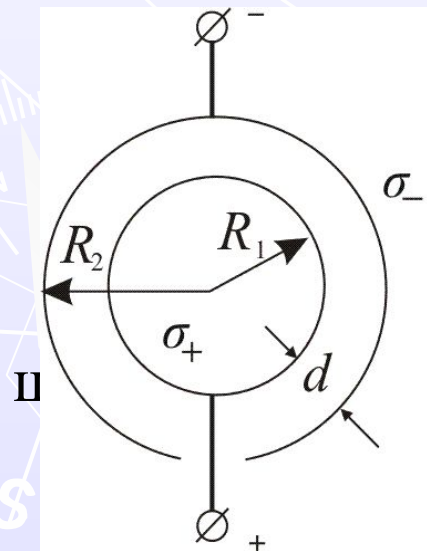
$$C_{\text{цил.}} = \frac{2\pi\epsilon_0 \epsilon l}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (5.4.19)$$

Понятно, что зазор между обкладками мал: $d = R_2 - R_1$, то есть $d \ll R_1$, тогда

$$\ln \frac{R_2}{R_1} \approx \frac{R_2 - R_1}{R_1}$$

$$C_{\text{шл.}} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1} \approx \epsilon_0\epsilon \frac{S}{d}$$

3. Емкость шарового конденсатора.



$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Разность потенциалов между обкладками конденсатора, где R_1 и R_2 – радиусы шаров.

$$\Delta\varphi = \frac{q}{C} = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

В шаровом конденсаторе $R_1 \approx R_2$; $S = 4\pi R_2^2$; $R_2 - R_1 = d$ – расстояние между обкладками. Тогда

$$C_{\text{шар.}} = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}{d} = \varepsilon_0\varepsilon \frac{S}{d}. \quad (5.4.23)$$

Таким образом, емкость шарового конденсатора,

$$C_{\text{шар.}} = \varepsilon_0\varepsilon \frac{S}{d},$$

что совпадает с емкостями плоского и цилиндрического конденсатора.

5.4.4. Энергия заряженного конденсатора

Если замкнуть обкладки конденсатора, то по проволоке потечет ток, который может даже расплавить ее. Значит, конденсатор запасает энергию. Вычислим ее.

Конденсатор разряжается U' – мгновенное значение напряжения на обкладках. Если при этом значении напряжения между обкладками проходит заряд dq , то *работа*

$$dA = U'dq. \quad (5.4.24)$$

Работа равна убыли потенциальной энергии конденсатора:

$$dA = -dWc. \quad (5.4.25)$$

Так как $q = CU$, то $dA = CU'dU'$, а полная работа

$$A = \int dA.$$

$$A = -W_c = C \int_U^0 U' dU' \stackrel{(5.4.26)}{=} \frac{1}{2} CU^2$$

$$W_c \stackrel{(5.4.27)}{=} \frac{CU^2}{2}$$

Энергию конденсатора можно посчитать и по другим формулам:

$$W_c \stackrel{(5.4.28)}{=} \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} qU$$

5.5. Энергия электростатического поля

В пределах электростатики дать ответ на вопрос «Где сосредоточена энергия конденсатора?» невозможно. Поля и заряды, их образовавшие не могут существовать обособленно. Их не разделить. Однако переменные поля могут существовать независимо от возбуждавших их зарядов (излучение солнца, радиоволны, ...) и они переносят энергию. Эти факты заставляют признать, что носителем энергии является электростатическое поле.

Носителем энергии в конденсаторе, W_c является электростатическое поле. Найдем W_c :

$$W_c = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2}{2d} \frac{d}{d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{2} \left(\frac{U}{d} \right)^2 Sd, \quad Sd = V - \text{объем. Отсюда:}$$

$$\frac{U}{d} = E;$$

$$(5.5.1) \quad W = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V$$

Если поле **однородно**, заключенная в нем энергия распределяется в пространстве с постоянной плотностью. Тогда можно посчитать удельную энергию $\omega_{y\partial}$:

$$\omega_{y\partial} = \frac{W}{V}; \quad (5.5.2) \quad \omega_{y\partial} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2}$$

Или, так как $D = \epsilon_0 \epsilon E$, то
$$\omega_{y\partial} = \frac{ED}{2} \quad (5.5.3)$$

Эти формулы справедливы для однородного поля.

Если поле создано двумя точечными зарядами q_1 и q_2 , то для каждого из них

$$W_1 = q_1 \cdot \phi_{12}; \quad W_2 = q_2 \cdot \phi_{21}$$

Здесь ϕ_{12} – потенциал поля, создаваемого зарядом q_2 в точке, где расположен заряд q_1 , ϕ_{21} – потенциал поля от заряда q_1 в точке с зарядом q_2 .

Для вакуума можно записать

$$\varphi_{12} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \varphi_{21} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Здесь r – расстояние между зарядами. Из двух последних систем уравнений следует, что

$$W_1 = W_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = W \quad W = \frac{1}{2} W_1 + \frac{1}{2} W_2 = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_{12} + q_2 \varphi_{21}).$$

Обобщая этот вывод на систему из N зарядов, записываем:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i \quad (5.5.4)$$

$\varphi_i = \sum_{k \neq i} \varphi_k$ потенциал в точке, где расположен заряд q_i , создаваемый всеми остальными зарядами (кроме q_i).

Итак, **пондермоторные силы** – это силы электрического взаимодействия.

Разноименные пластины конденсатора будут притягиваться. Силу их притяжения называют **пондермоторной**.

При незначительном перемещении одной пластины в поле другой совершается работа

$$dA = -dW = Fdx, \quad F = \frac{dW}{dx} \quad (5.5.8)$$

Тогда, можно записать, что $dW = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 dx}{2\epsilon_0 \epsilon S}$.

Отсюда можно получить формулу для расчета **пондермоторной силы**

$$(5.5.9) \quad F = \frac{q^2}{2\epsilon_0 \epsilon S}$$