

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«РЕЧИЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАЙОННЫЙ ЛИЦЕЙ»

ОБЪЕМ ПРИЗМЫ. Решение задач.



*Геометрия является самым
могущественным средством для
изоощрения наших умственных
способностей и дает нам
возможность правильно мыслить и
рассуждать.
Г.Галилей*

Урок подготовила
учитель математики
Аристова
Лилия Станиславовна

Цель урока:

- -обучить решению задач на вычисление объема призм, обобщить и систематизировать имеющиеся у учащихся сведения о призме и ее элементах, формировать умения решать задачи повышенной сложности;
- -развивать логическое мышление, умение самостоятельно работать, навыки взаимоконтроля и самоконтроля, умение говорить и слушать;
- -выработать привычку к постоянной занятости каким-либо полезным делом, воспитание отзывчивости, трудолюбия, аккуратности.

САМОКОНКОЛЬ И ВЗАИМОКОНТРОЛЬ

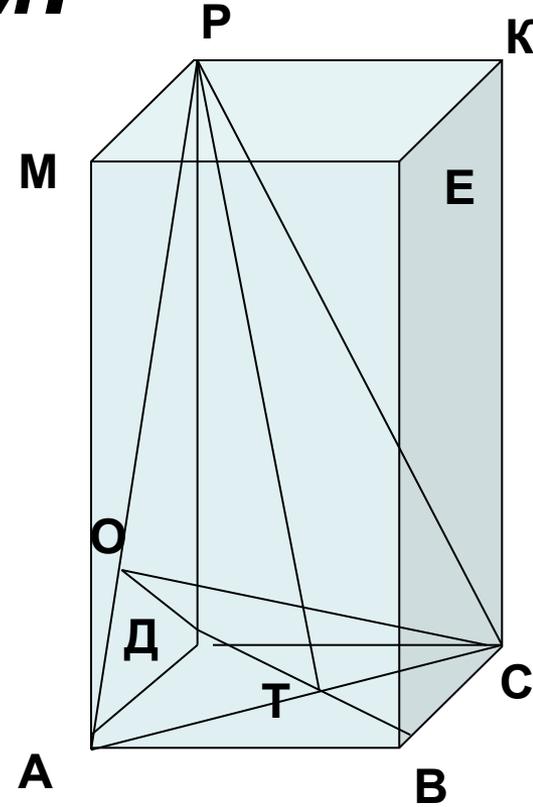
- Класс **11 «В»** Фамилия имя **Иванова Варвара**
Основные линейные элементы: **7** max 8
- С помощью рисунка назовите: **7** max 8
Домашнее задание **7** max 10
- Задачи **8** max 8
- Тест **8** max 10
- Итоговая Оценка

$$O = \frac{(\text{кол}^{37} - \text{во})}{44} \cdot 10$$

Оценка **8,4=8**

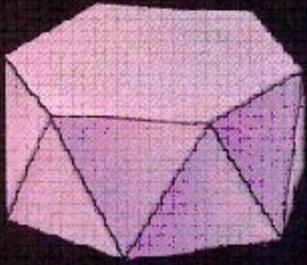
Основные линейные элементы призмы:

- Сторона основания
- Боковое ребро
- Радиусы окружностей, вписанных или описанных около основания
- Площадь основания
- Площадь боковой поверхности
- Площадь полной поверхности
- Объем призмы
- Угловые элементы:
 - линейные углы при вершине,
 - двугранные углы при основании,
 - двугранные углы между плоскостью сечения и гранью

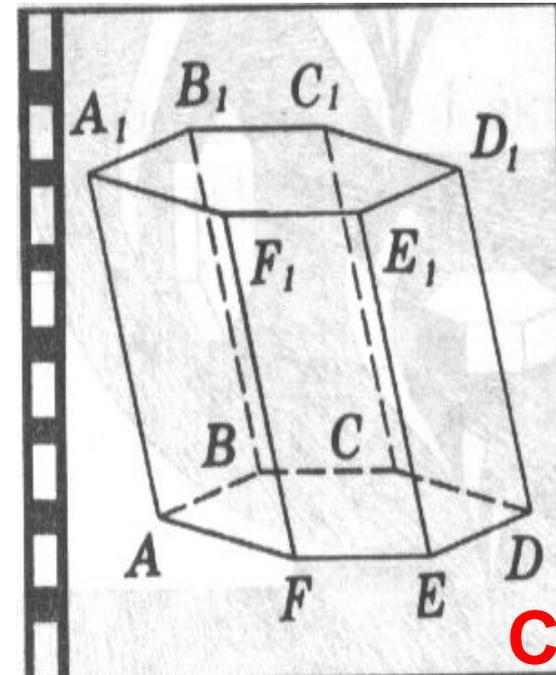
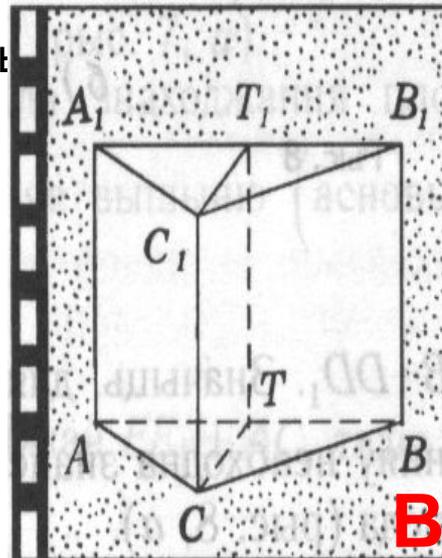
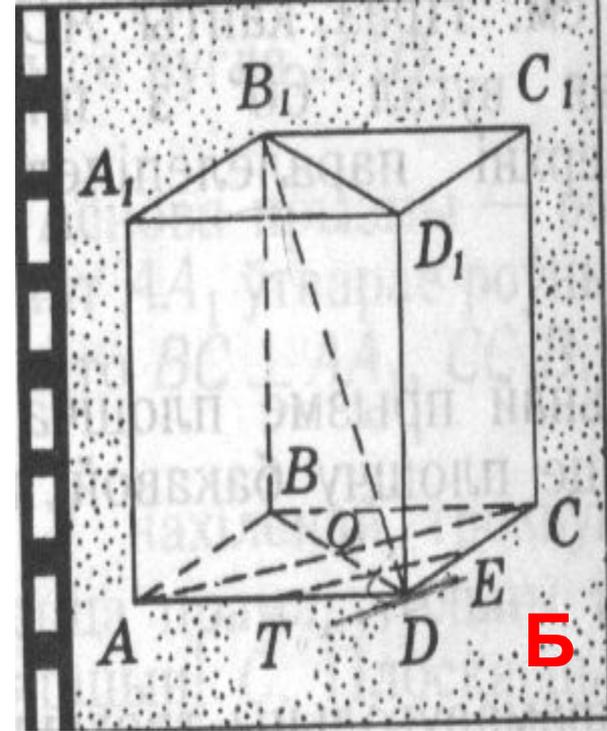
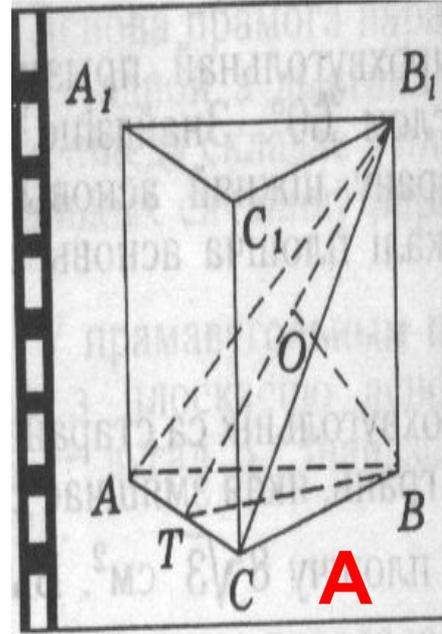


Призма задается величинами двух независимых элементов. (В частности, эти два элемента не могут быть углами)

ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ



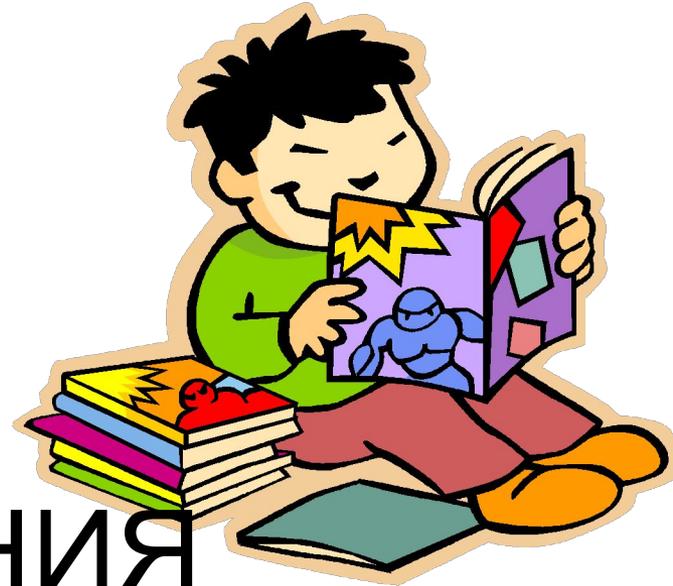
- С помощью рисунка назовите:
- Боковые ребра призмы (А).
- Боковую поверхность призмы.(Б)
- Высоту призмы.(В,С)
- Прямую призму.
- Наклонную призму.
- Правильную призму.
- Диагональное сечение призмы.
- Диагональ призмы.
- Перпендикулярное сечение призмы.
- Площадь боковой поверхности призмы.(Б,С)
- Площадь полной поверхности призмы.
- Объем призмы.



ОБЪЕМ ПРИЗМЫ

- **Теорема.**
- *Объем призмы равен произведению площади основания на высоту.*
- **Следствие.**
- *Объем прямой призмы равен произведению площади основания на длину бокового ребра: $V = S_{\text{осн}} \cdot b$ ($S_{\text{осн}}$ - площадь основания, b - длина бокового ребра)*

ПРОВЕРКА ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

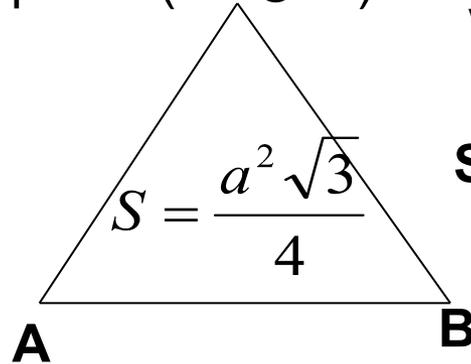
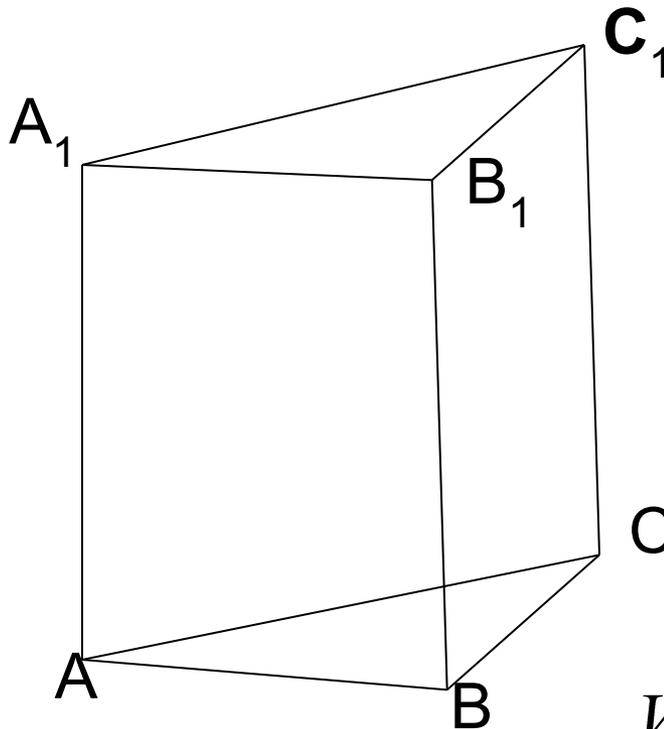


Обменяйтесь тетрадями,
проверьте
и выставьте отметку



Глава 2, §3

Задача.2. Длины всех ребер правильной треугольной призмы равны между собой. Вычислите объем призмы, если площадь ее поверхности равна $(2\sqrt{3} + 12)\text{см}^2$



$$V = SH$$

$$S_{\text{пов}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H, \text{ где } H = a$$

$$2\sqrt{3} + 12 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} + 3a^2$$

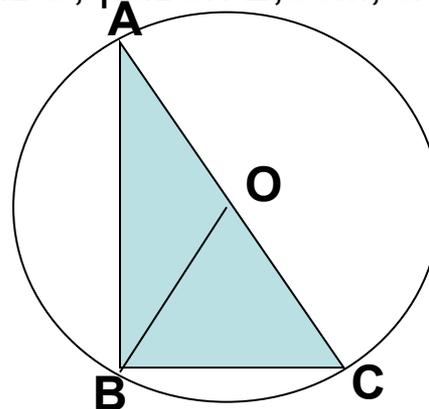
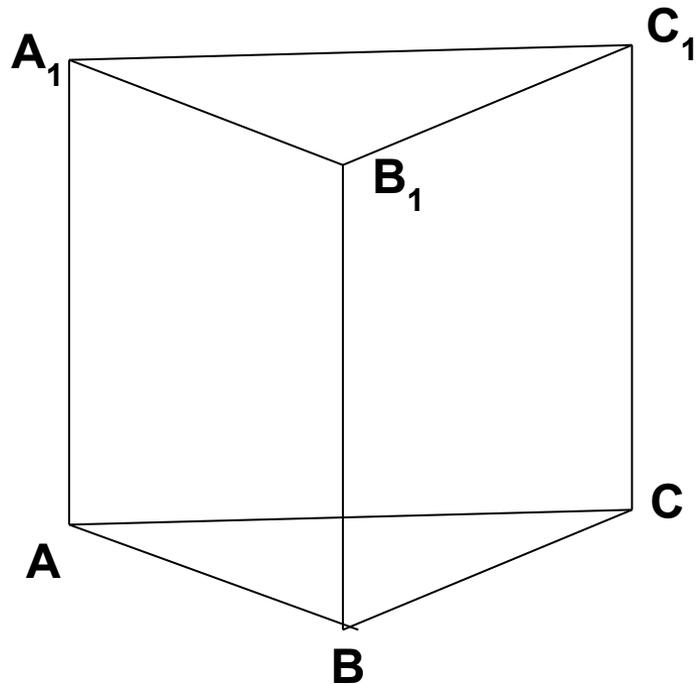
$$a^2 = \frac{4\sqrt{3} + 24}{\sqrt{3} + 6} = 4, a = 2$$

$$V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} H$$

$$V = 2\sqrt{3}\text{см}^3$$

Глава 2, §3

Задача 5. Основание прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ есть прямоугольный треугольник ABC (угол $ABC=90^\circ$), $AB=4$ см. Вычислите объем призмы, если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 2,5 см, а высота призмы равна 10 см.



Дано: $H=AA_1=10$ см,
 $AB=4$ см, $BO=2,5$ см

Найти: V

Решение.
 $V=SH$

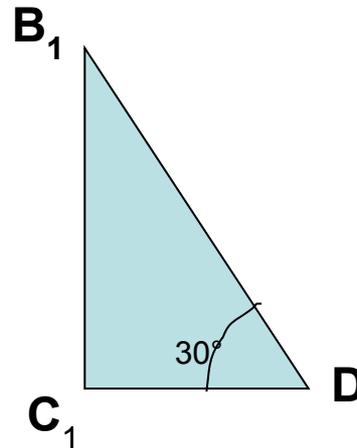
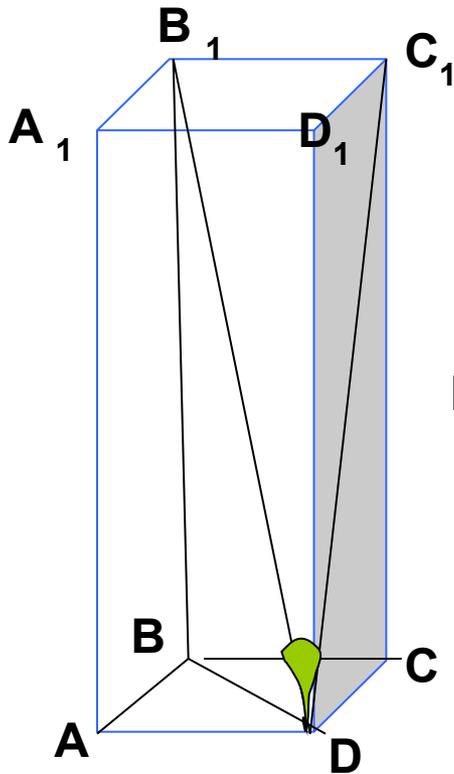
$$AC=2R, \quad AC=5 \text{ см,}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2, \quad BC=4 \text{ см}$$

$$V=0.5AB \cdot BC \cdot H, \quad V=60 \text{ см}^3$$

Глава 2, § 3

Задача 29. Длина стороны основания правильной четырехугольной призмы равна 3 см. Диагональ призмы образует с плоскостью боковой грани угол 30° . Вычислить объем призмы.



Дано: $ABCD$ - квадрат,
 $AB=3$ см, угол $B_1DC_1=30^\circ$

Найти: V

Решение.

$$V=SH, H=CC_1$$

$$S=a^2$$

$$S=9\text{ см}^2$$

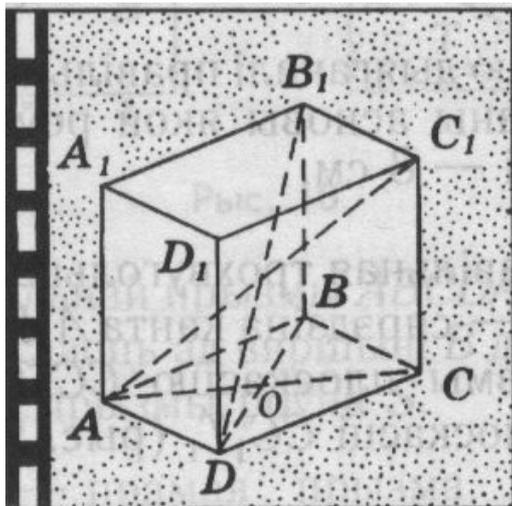
$\triangle B_1C_1D$ -прямоугольный
 $DC_1=B_1C_1 \cdot \text{ctg} 30^\circ = 3\sqrt{3}$ см,

$$B_1C_1=BC=AB=3\text{ см}$$

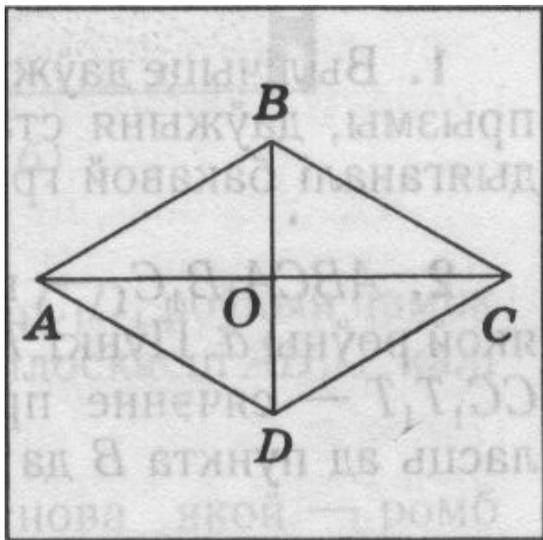
$\triangle C_1CD$ -прямоугольный
 $CC_1^2=DC_1^2 - DC^2, \quad CC_1=3\sqrt{2}$ см

$$V=27\sqrt{2}\text{ см}^3$$

Задача



СОСТАВЬТЕ ЗАДАЧУ ПО РИСУНКУ
И РЕШИТЕ ЕЁ



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

- Глава 2, §3
- № 8 (устно)
- № 9 (устно)
- № 14
- № 30
- № 32

Задача 8. Все ребра правильной треугольной призмы равны между собой. Найдите объём призмы, если площадь сечения плоскостью, проходящей через ребро нижнего основания и середину стороны верхнего основания, равна $3\sqrt{19}$ см²

• Дано: $S_{\text{сеч}} = 3\sqrt{19}$ см²

Решение

$$V = SH$$

$$AC = AA_1 = a$$

$$V = a \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_{\text{сеч}} = KP(a + 0,5a)/2$$

▲ BB_1K -прямоугольный

$$BK^2 = a^2 + a^2/4 = 5a^2/4$$

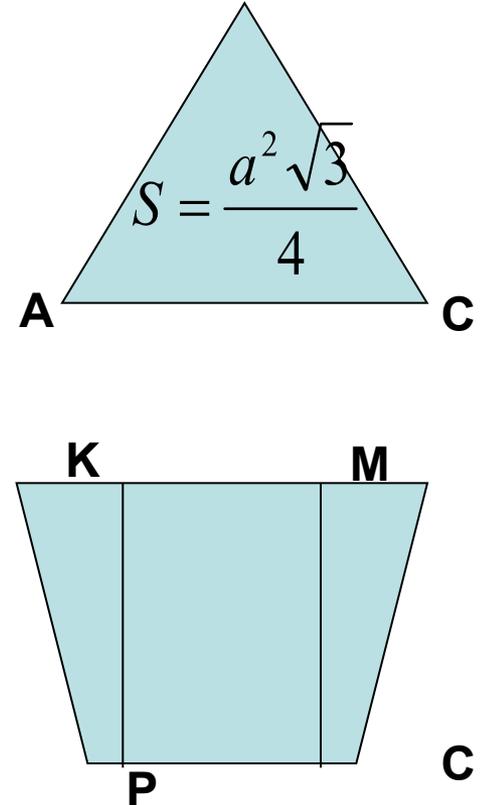
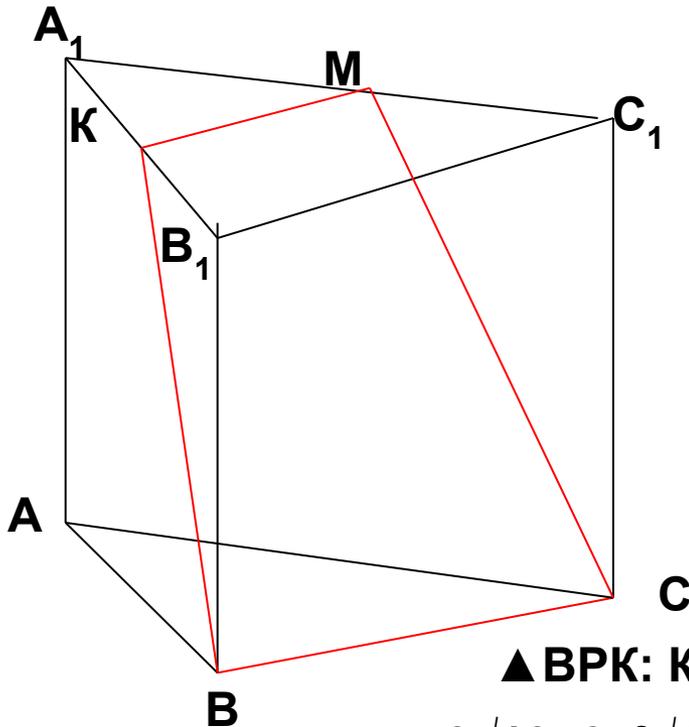
$$BP = (BC - KM)/2 = a/4$$

$$\text{▲ } BPK: KP^2 = BK^2 - BP^2 = 5a^2/4 - a^2/16 = 19a^2/16$$

$$3\sqrt{19} = 3a^2\sqrt{19}/16, \quad a = 4$$

$$V = 16\sqrt{3} \text{ см}^3$$

Найти: V



Задача 9. основание прямой призмы – квадрат, а ее боковые ребра в два раза больше стороны основания. Вычислите объем призмы, если радиус окружности, описанной около сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону основания и середину противоположного бокового ребра, равен $2\sqrt{3}$ см.

- Дано: $R = 2\sqrt{3}$ см. Решение:
- Найти: V

$$V = SH$$

$$C_1 \quad AD = a, \quad AA_1 = 2a$$

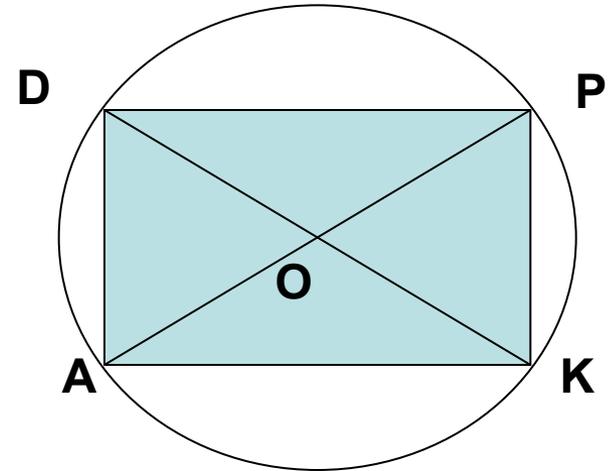
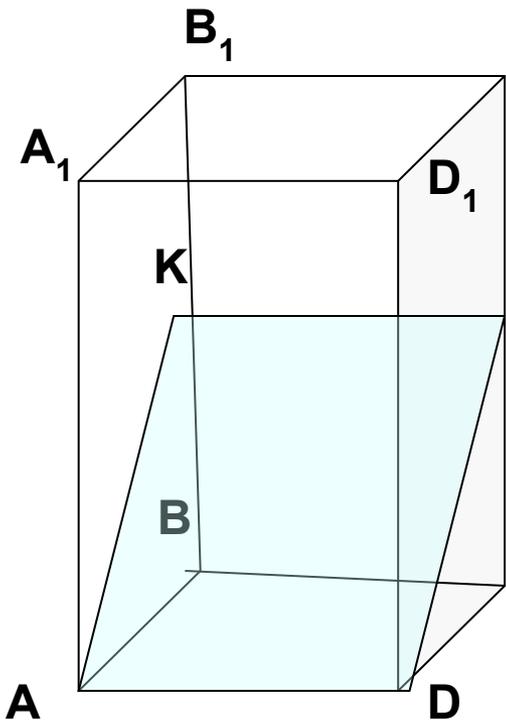
$$\triangle AKP: \quad AP = 2R, \\ AP = 4\sqrt{3} \text{ см}$$

$$\triangle DCP: \quad AK = a\sqrt{2}$$

$$AK^2 + KP^2 = AP^2,$$

$$C \quad a^2 + 2a^2 = 48, \quad a = 4$$

$$V = 16 \cdot 8 = 128 \text{ (см}^3\text{)}$$

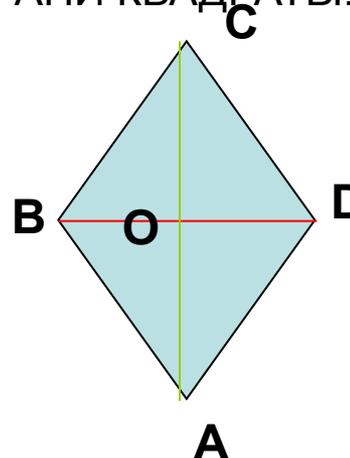
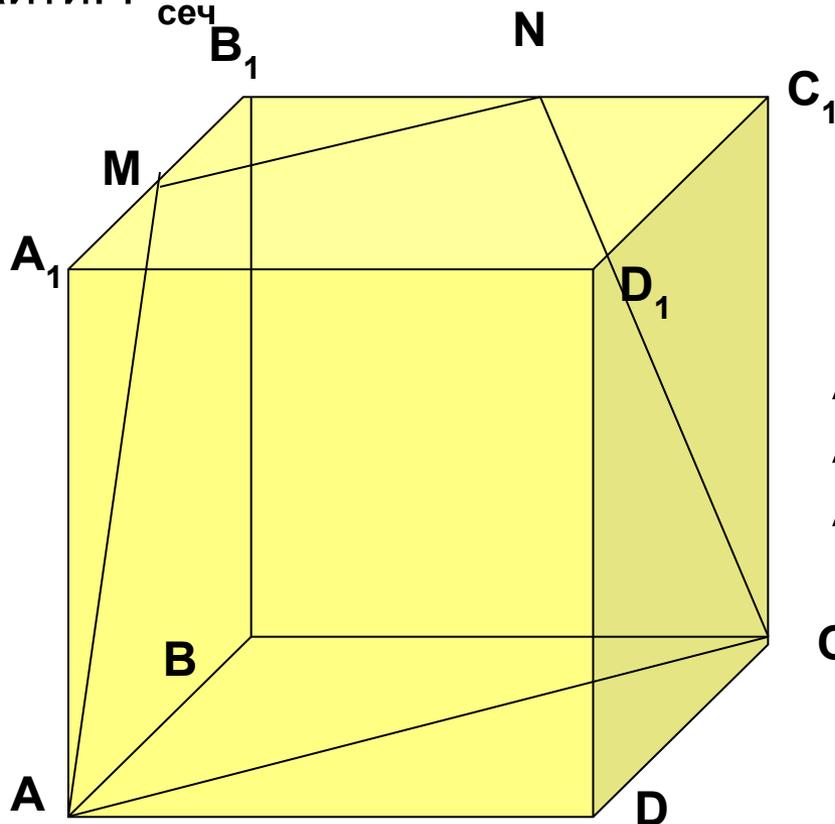


ФИЗКУЛЬТМИНУТКА



Задача 14. ОСНОВАНИЕ ПРЯМОЙ ПРИЗМЫ – РОМБ, ОДНА ИЗ ДИАГОНАЛЕЙ КОТОРОГО РАВНА ЕГО СТОРОНЕ. ВЫЧИСЛИТЕ ПЕРИМЕТР СЕЧЕНИЯ ПРИЗМЫ ПЛОСКОСТЬЮ ПРОХОДЯЩЕЙ БОЛЬШУЮ ДИАГОНАЛЬ НИЖНЕГО ОСНОВАНИЯ И СЕРЕДИНУ СТОРОНЫ ВЕРХНЕГО ОСНОВАНИЯ, ЕСЛИ ОБЪЕМ ПРИЗМЫ РАВЕН $4\sqrt{3}\text{ см}^3$ И ВСЕ БОКОВЫЕ ГРАНИ КВАДРАТЫ.

- Дано: $V=4\sqrt{3}\text{ см}^3, BD=AD=AA_1=a,$
- AA_1D_1D -квадрат
- Найти: $P_{\text{сеч}}$



Решение:

$$V=SH,$$

$$V=a^2 \sin 60^\circ a,$$

$$4\sqrt{3}=a^3 \sqrt{3}/2$$

$$a=2$$

$$P_{\text{сеч}}=AC+MN+2AM$$

$$AC=2AO,$$

▲ AOD -прямоугольный,

$$AO^2 = AD^2 - OD^2,$$

$$AO^2 = a^2 - a^2/4 = 3a^2/4 = 3,$$

$$AC=2\sqrt{3}\text{ см},$$

$$MN=0.5AC=\sqrt{3}\text{ см}$$

С $AM=CN,$ ▲ AA_1M -прямоугольный,

$$AM^2 = AA_1^2 + A_1M^2 = a^2 + a^2/4 = 5a^2/4,$$

$$AM=\sqrt{5}\text{ см}$$

$$P_{\text{сеч}}=\sqrt{3}+2\sqrt{3}+2\sqrt{5}=3\sqrt{3}+2\sqrt{5}\text{ см}$$

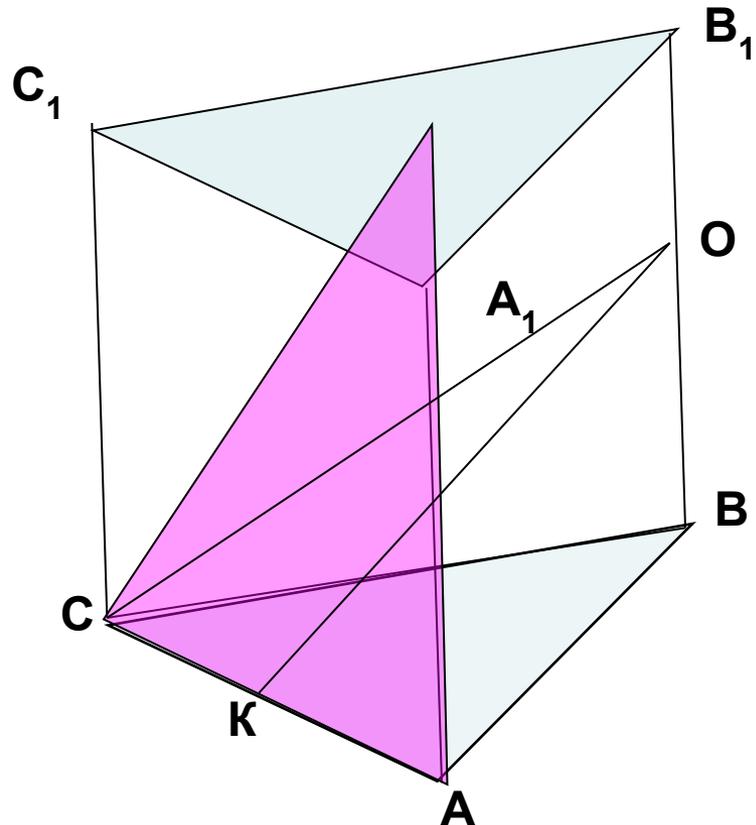
Глава 2, §3, страница 66-67

Задача 30. $ABCA_1B_1C_1$ – ПРАВИЛЬНАЯ ТРЕУГОЛЬНАЯ ПРИЗМА, ВСЕ РЕБРА КОТОРОЙ РАВНЫ МЕЖДУ СОБОЙ, ТОЧКА O – СЕРЕДИНА РЕБРА BB_1 . ВЫЧИСЛИТЕ РАДИУС ОКРУЖНОСТИ, ВПИСАННОЙ В СЕЧЕНИЕ ПРИЗМЫ ПЛОСКОСТЬЮ AOC , ЕСЛИ ОБЪЕМ ПРИЗМЫ РАВЕН $2\sqrt{3}$ см³.

Дано: $AB=AA_1$, $\triangle ABC$ – равносторонний, $V=2\sqrt{3}$ см³

Найти: r , $\triangle AOC$ – сечение призмы.

Решение: $V=SH$, $AB=AA_1=a$



$$V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$$

$$2\sqrt{3} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$$

$a=2$ $\triangle AOC$ – равнобедренный

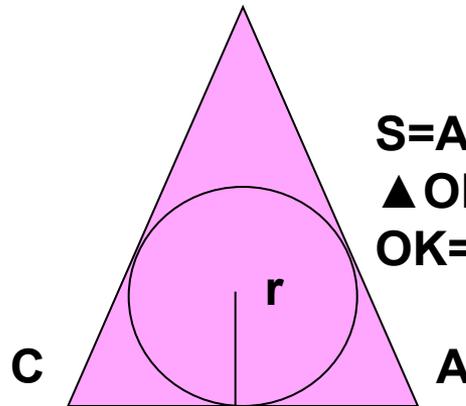
$$S = rp$$

$\triangle ABO$ – прямоугольный
 $AC = \sqrt{5}$ см, $p = (2 + 2\sqrt{5})$ см

$$S = AC \cdot OK,$$

$\triangle OKA$ – прямоугольный,

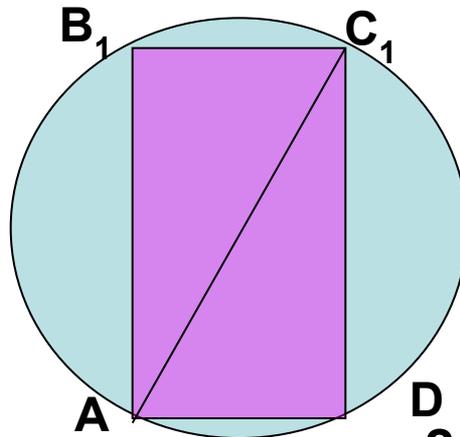
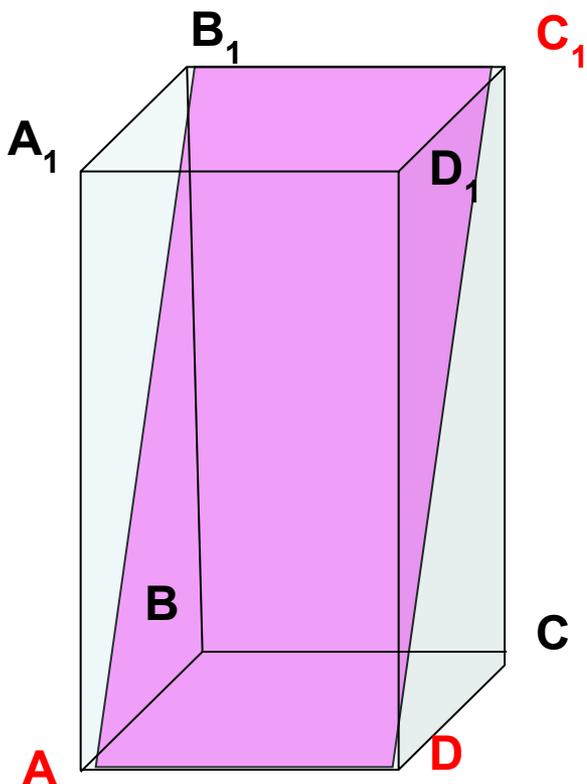
$$OK = 2 \text{ см}, S = 2 \text{ см}^2$$



$$r = (\sqrt{5} - 1) / 2 \text{ см}^3$$

Задача 32. В правильной четырехугольной призме сумма площадей оснований равна площади боковой поверхности. Вычислите объем призмы, если диаметр окружности, описанной около сечения призмы плоскостью, проходящей через две вершины нижнего основания и противоположащую вершину верхнего основания, равен 6 см.

- Дано: $2S_{\text{осн}} = S_{\text{бок}}$
Найти: V



$AC_1 = 6 \text{ см}$

Решение: ABCD-
квадрат, $AB = a$

$2S_{\text{осн}} = S_{\text{бок}}$

$2a^2 = 4aH,$
 $H = a/2$

▲ DCC_1 -прямоугольный,
 $DC_1^2 = 5a^2/4$

▲ ADC_1 -прямоугольный,
 $6^2 = a^2 + 5a^2/4,$
 $a = 4$

$V = a^2H, V = a^2a/2 = a^3/2, V = 32 \text{ см}^3$

ПРОВЕРЬ СВОИ ЗНАНИЯ

Работа с тестом за
компьютером.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

- Глава 2, §3 страница 67-69,
- № 12,
- № 15,
- № 31.

