

ГРАФИКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Случ М.И., учитель математики
ГОУ СОШ № 1060 г.Москвы

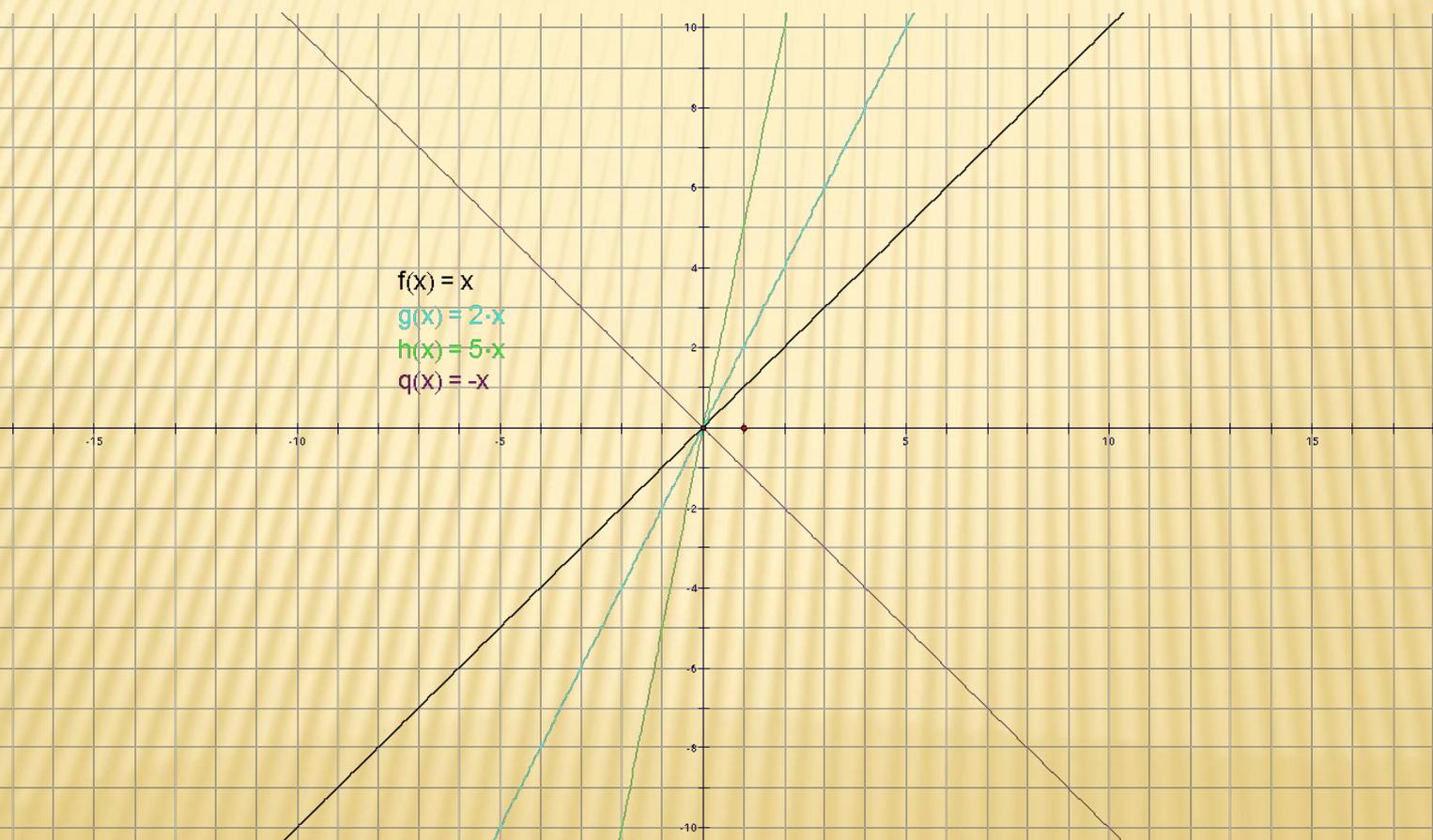
ГРАФИКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Этапы рассмотрения

- Простейшие примеры
- Свойства графиков линейных функций
- Графики и коэффициенты уравнений
- Пересечения графиков и системы
- Динамические демонстрации

ГРАФИКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

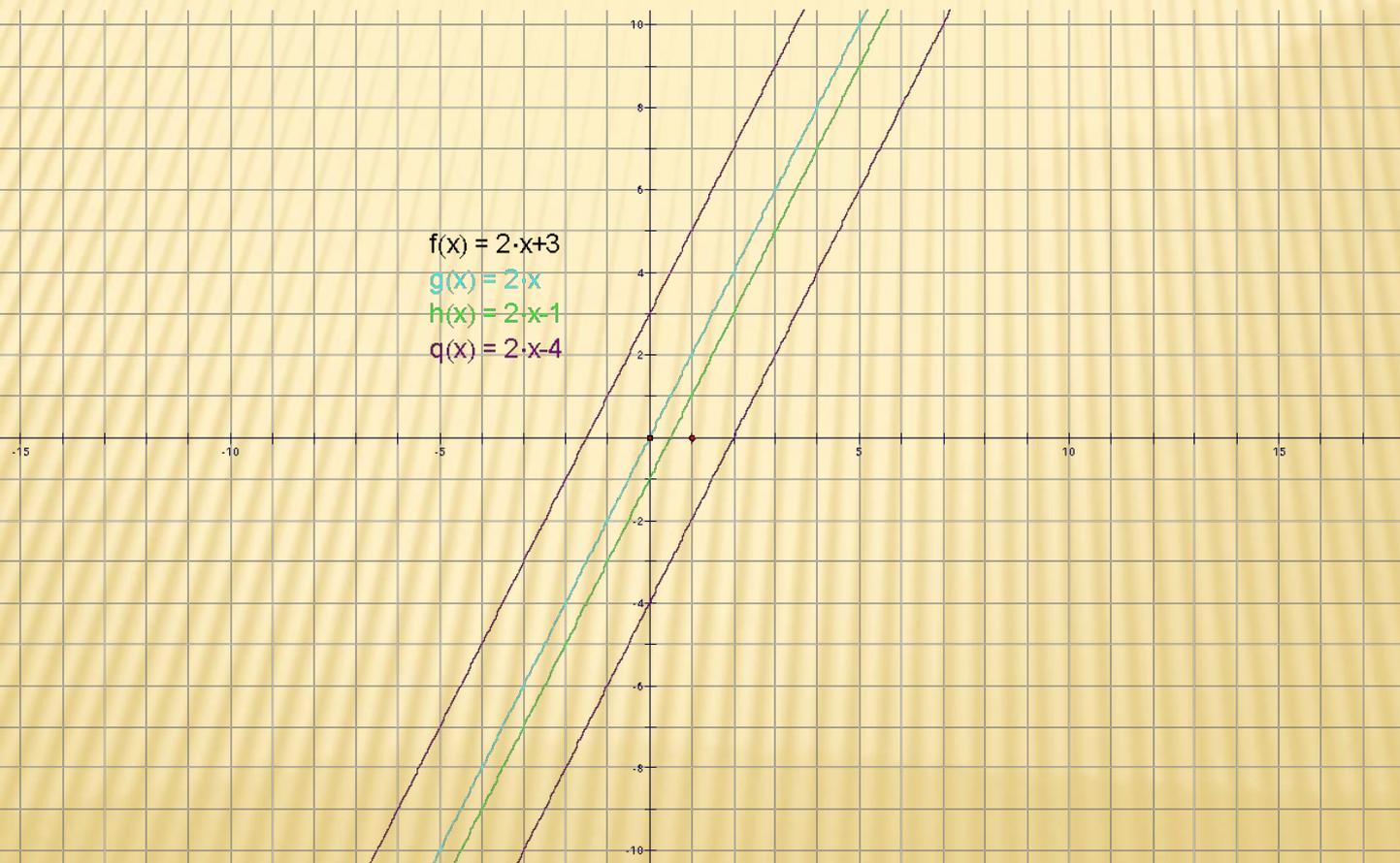
Частный случай: прямая пропорциональная зависимость



Как форма графика связана со значением коэффициентов в уравнении?

ГРАФИКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Частный случай: меняется свободный член



Что происходит с графиком?

ГРАФИКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Первые гипотезы

Связь формы графика с коэффициентами:

1. График линейной функции – прямая линия!
2. При изменении коэффициента при x меняется «крутизна» графика.
3. При изменении свободного члена происходит параллельный перенос графика.

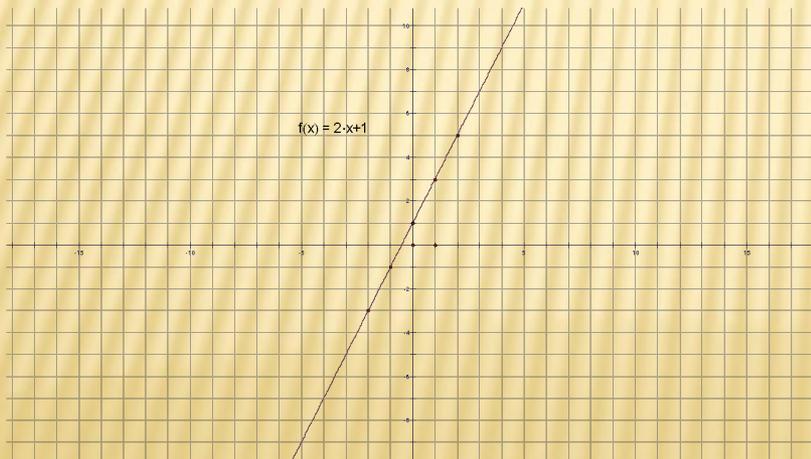
ГРАФИКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Скорость роста – «крутизна» графика

$$y = 2x + 1$$

Таблица значений

x	-2		-1		0		1		2
y	-3		-1		1		3		5
Δx		1		1		1		1	
Δy		2		2		2		2	



Вывод: постоянному приращению аргумента Δx соответствует постоянное приращение функции Δy

ГРАФИКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Взаимное расположение двух графиков линейных функций

Две прямые (на плоскости)
либо совпадают,
либо пересекаются в одной точке,
либо параллельны.

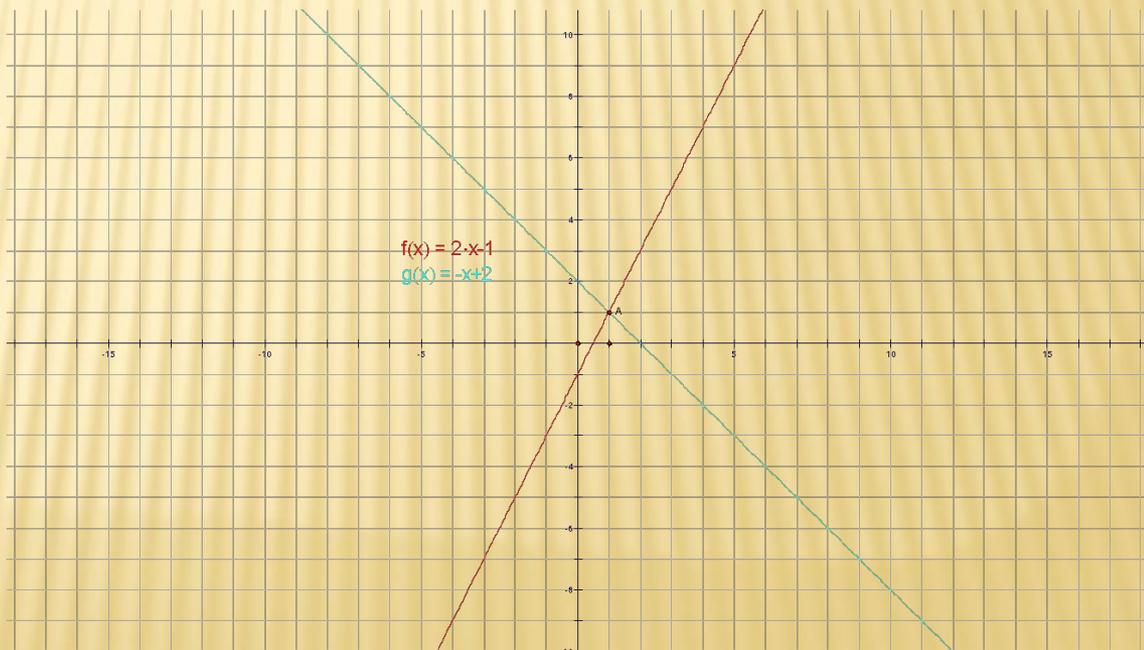
Пример: две линейные
функции заданы
уравнениями

$$1. y = 2x - 1$$

$$2. y = -x + 2$$

Как найти точку
пересечения графиков?

Нужно решить **систему
уравнений** $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x + 2 \end{cases}$



ГРАФИКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Взаимное расположение двух графиков линейных функций – случай параллельных графиков

Решим соответствующую систему:

$$\begin{cases} y = k_1x + b_1 \\ y = k_2x + b_2 \end{cases}$$

Вычтем из первого уравнения второе.

$$0 = k_1x + b_1 - k_2x - b_2$$

$$k_1x - k_2x = b_2 - b_1$$

$$(k_1 - k_2)x = b_2 - b_1$$

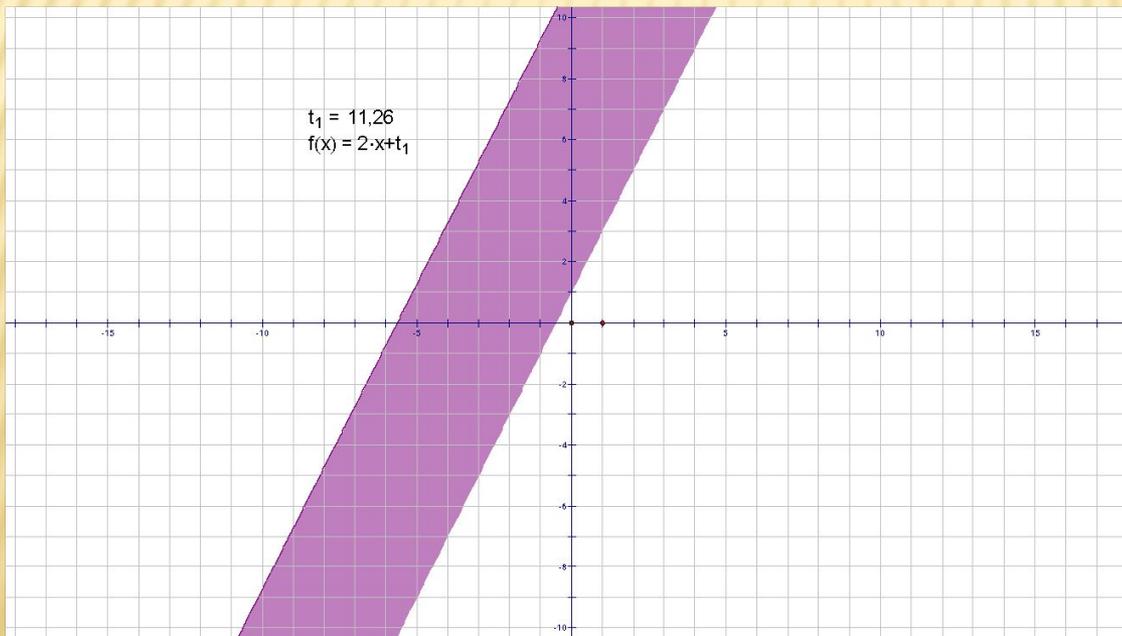
Мы снова приходим к трем случаям:

1. Если $k_1 = k_2$ и $b_1 = b_2$, тогда уравнение имеет **бесконечно много** решений (функции одинаковы, графики совпадают).
2. Если $k_1 = k_2$ и $b_1 \neq b_2$, тогда уравнение **не имеет** решений (графики параллельны).
3. Если $k_1 \neq k_2$ и $b_1 \neq b_2$, тогда уравнение имеет **единственное** решение (графики пересекаются в одной точке).

ГРАФИКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Построить *семейство* графиков линейных функций $y = kx + b$ при изменении *параметра* b .

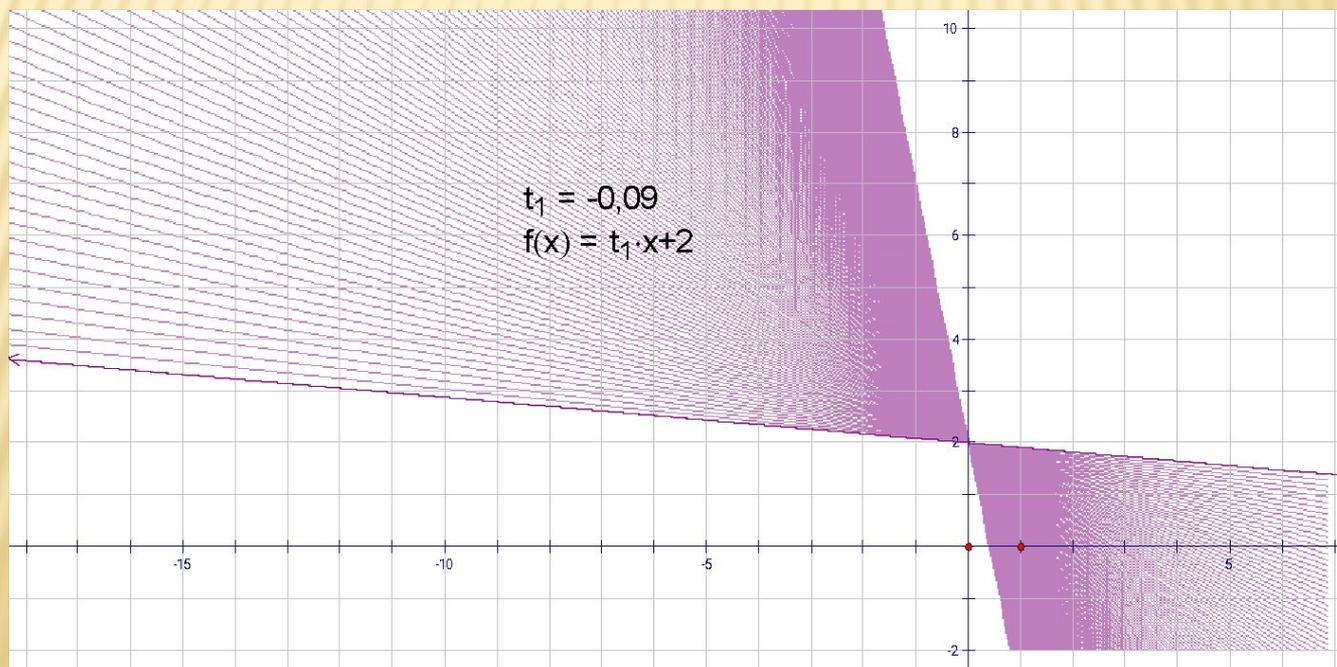
Семейство параллельных



ГРАФИКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Построить семейство графиков линейных функций $y = kx + b$ при изменении параметра k .

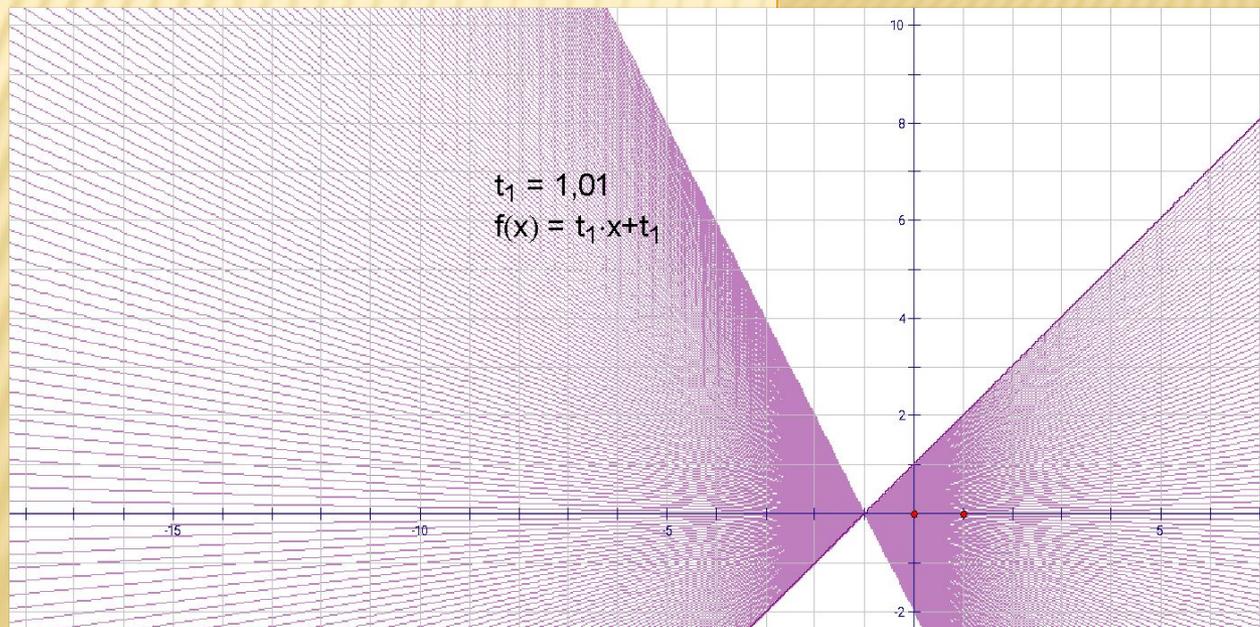
«Пучок прямых»



ГРАФИКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Эксперимент: Более сложные семейства графиков линейных функций $y = kx + k$

1. Попробуйте предсказать результат!
2. Определите координаты вершины пучка.
3. Попробуйте предсказать результат для семейства $y = kx - k$



ГРАФИКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Эксперимент: Более сложные семейства графиков линейных функций $y = kx + k$

1. Попробуйте предсказать результат!
2. Определите координаты вершины пучка.

