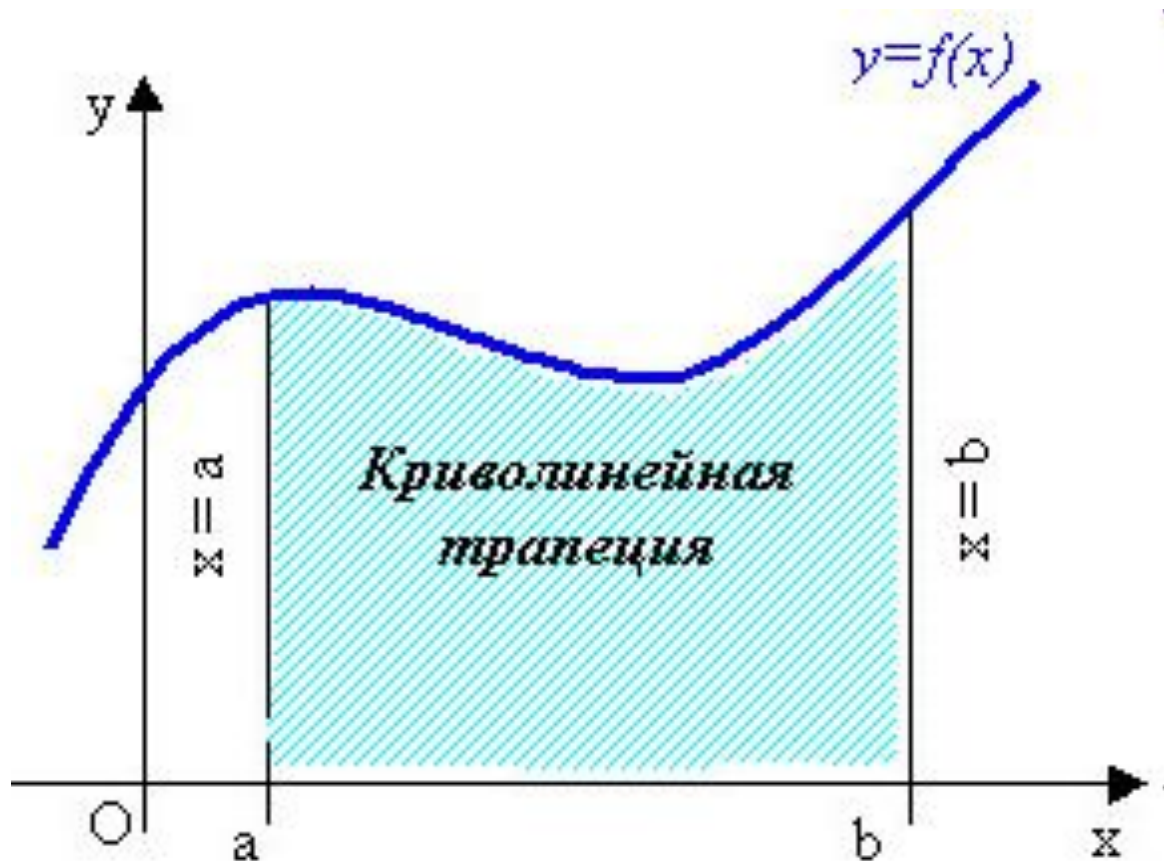


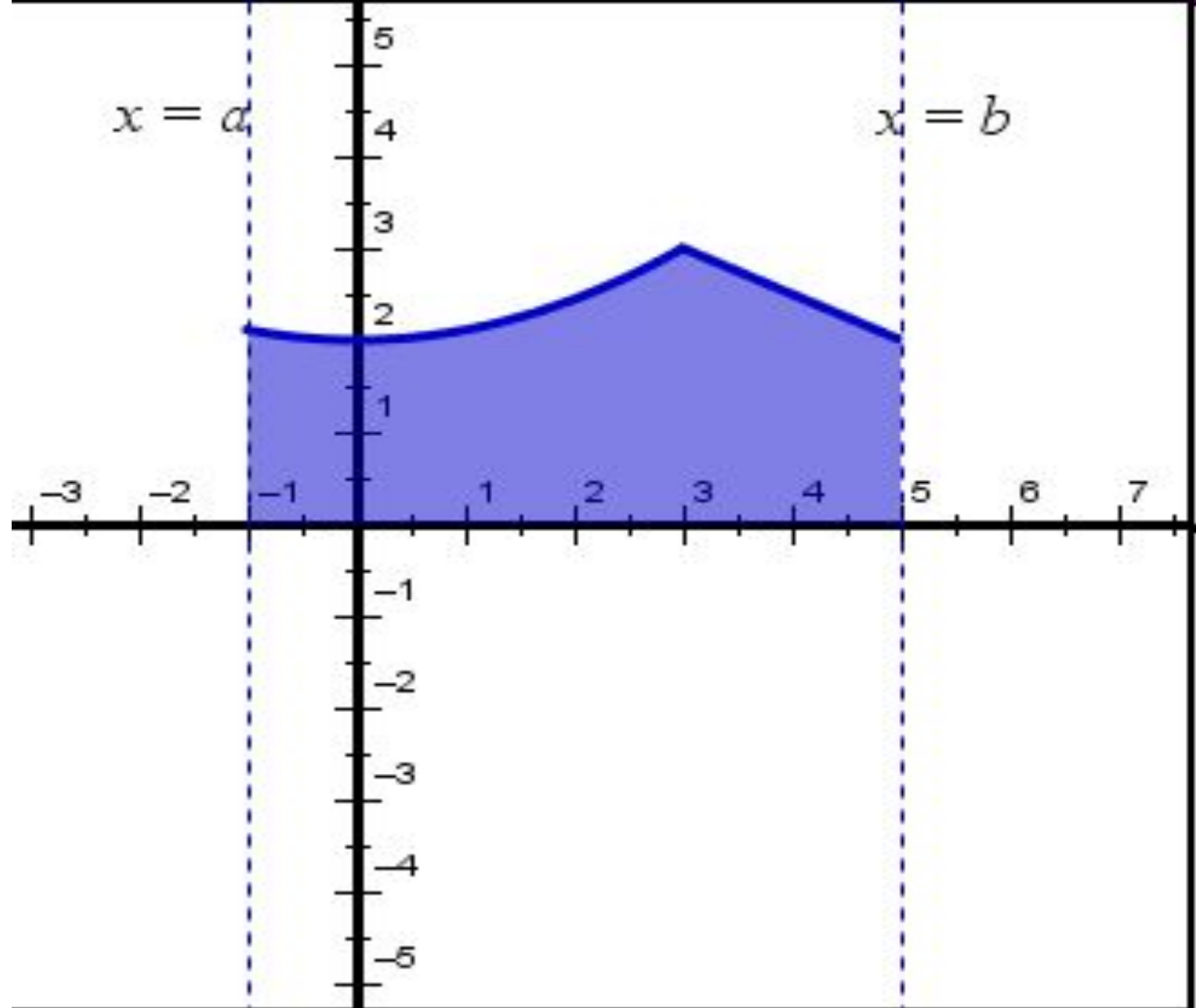
# Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла

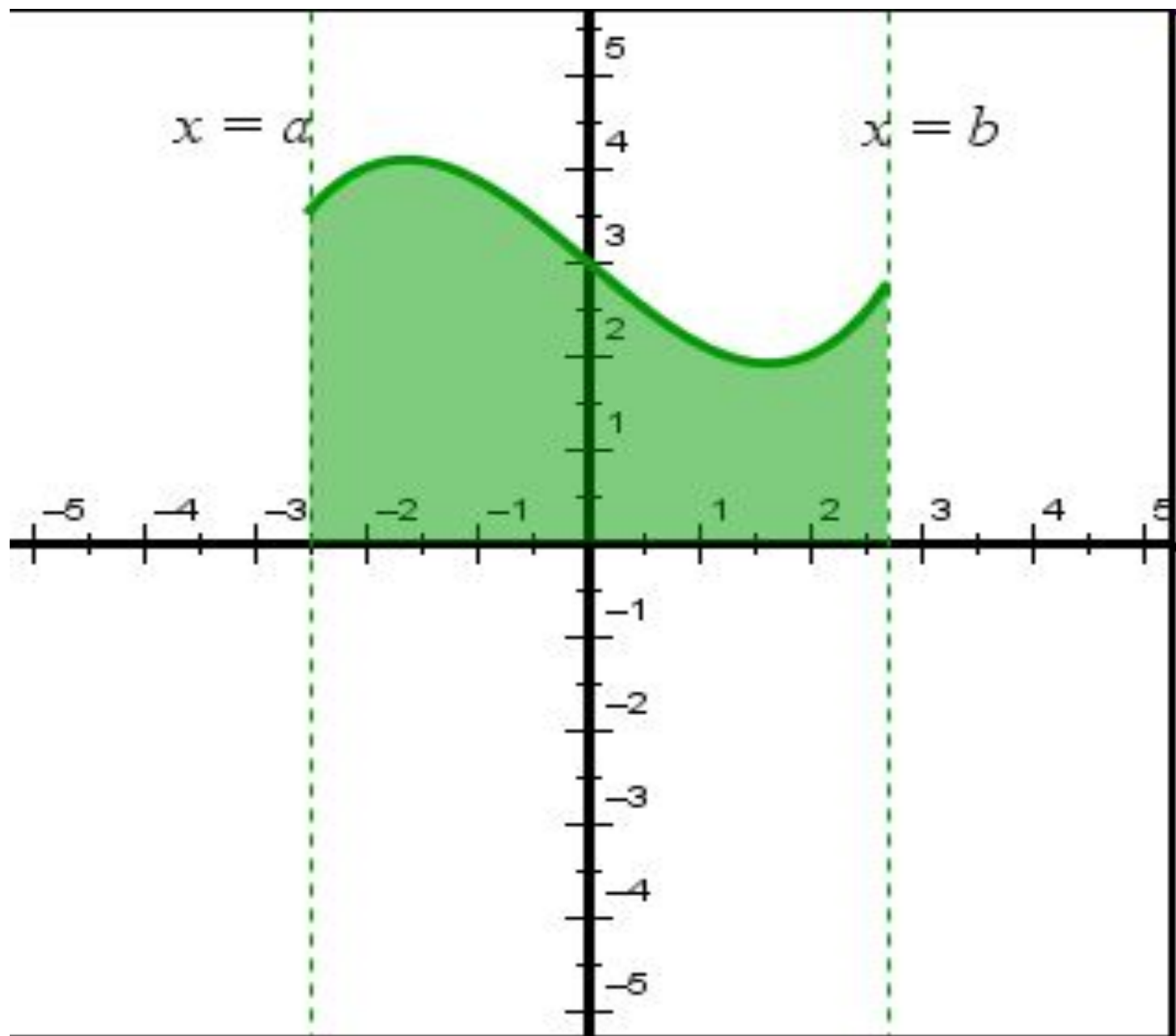
- **Задача 1. (О вычислении площади криволинейной трапеции.)**

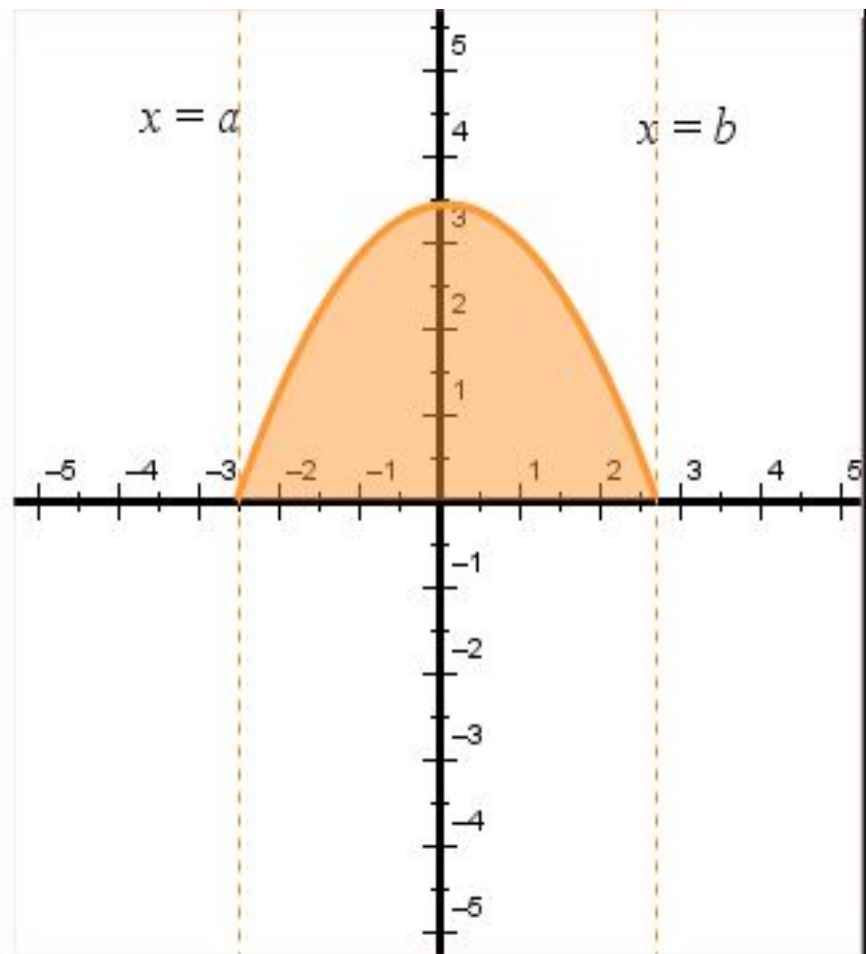
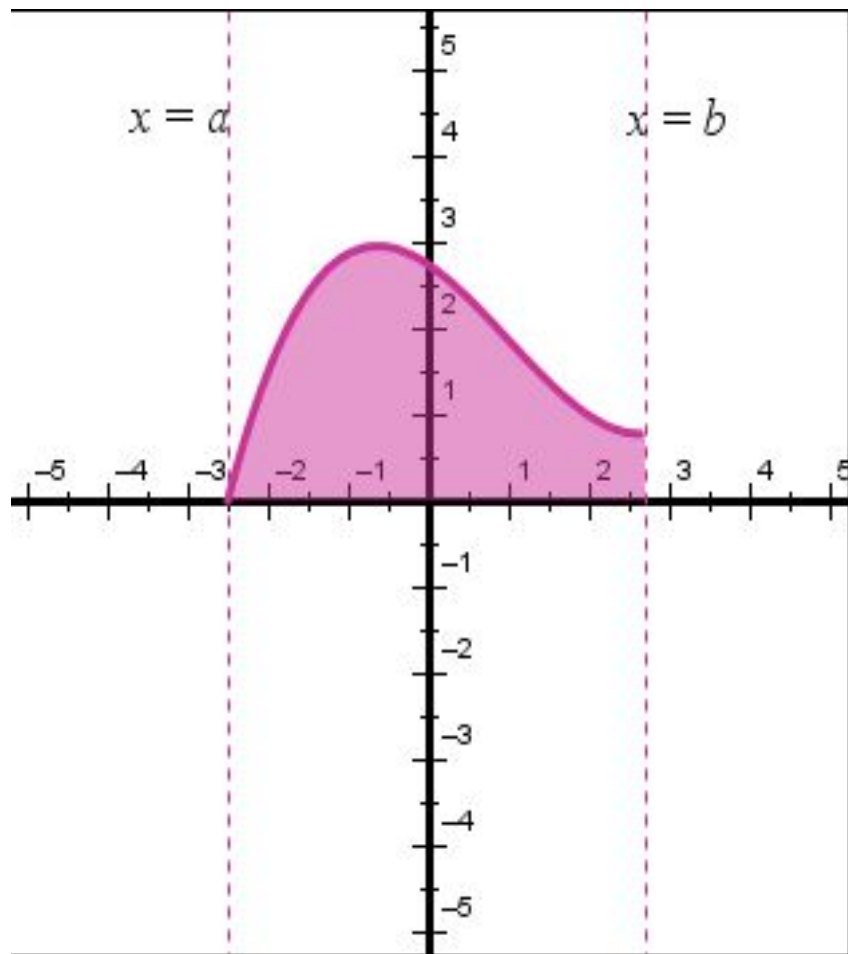
Определение:

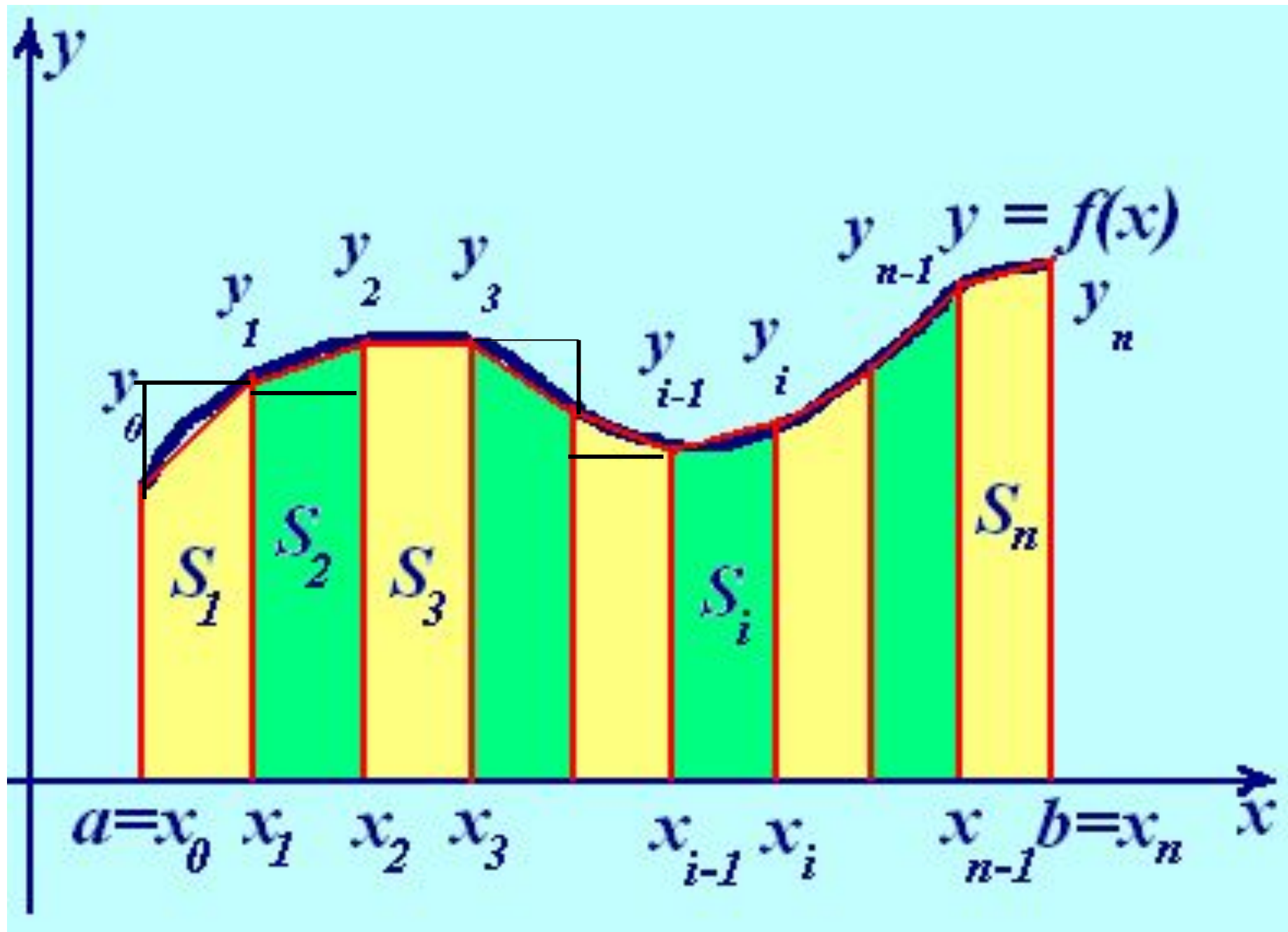
**фигура, ограниченная графиком неотрицательной и непрерывной на отрезке  $[a; b]$  функции  $f$ , осью  $Ox$  и прямыми  $x = a$ ,  $x = b$ .**











n

- Площадь криволинейной трапеции равна пределу последовательности

$$S_n \quad S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(z_i) \Delta x_i$$

# Понятие определенного интеграла.

- 1. Разбиваем отрезок  $[a;v]$  на равных частей.
- 2. Составляем сумму площадей прямоугольников.
- 3. Вычисляем предел  $S = \lim S_n$

Этот предел называют определенным интегралом от функции  $y = f(x)$  по отрезку  $[a;b]$



- **«Интеграл»** - латинское слово *integro* – “восстанавливать” или *integer* – “целый”.
- Одно из основных понятий математического анализа, возникшее в связи потребностью измерять площади, объемы, отыскивать функции по их производным.
-

Знак  $\int$  - стилизованная буква S от латинского слова *summa* – “**сумма**”. Впервые появился у Г.В. Лейбница в 1686 году.

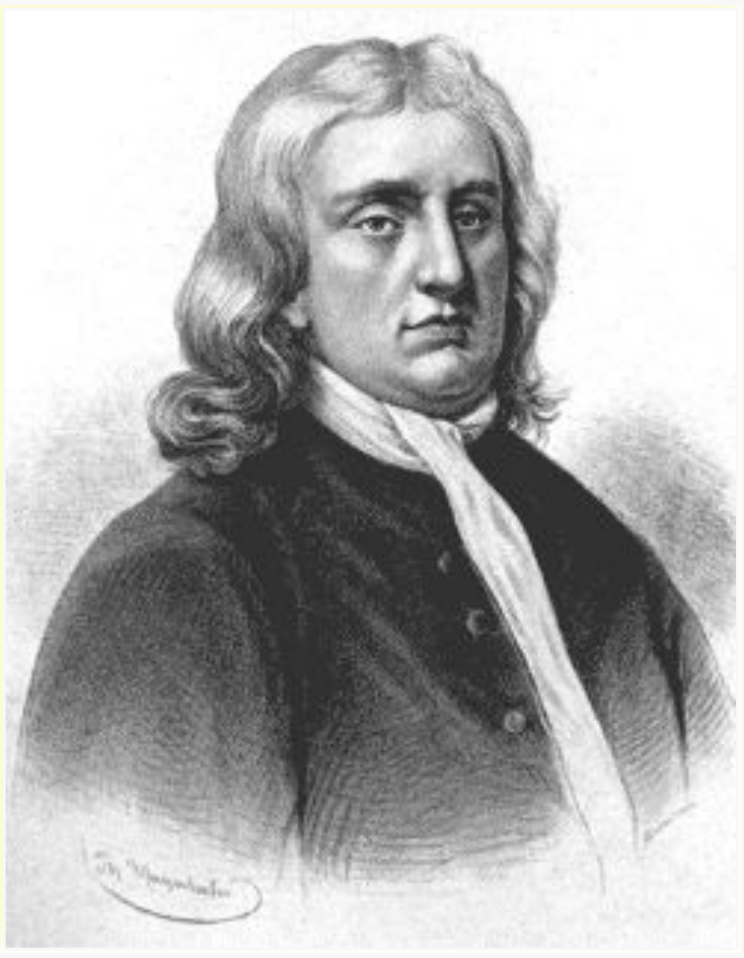
# Формула Ньютона- Лейбница

**Если  $f(x)$  – непрерывная и неотрицательная на отрезке  $[a; b]$**

**функция, а  $F(x)$  – ее первообразная на этом отрезке, то площадь  $S$  соответствующей криволинейной трапеции равна приращению первообразной на отрезке  $[a; b]$ , т.е.**

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$F(b) - F(a) = F(x) \Big|_a^b$$



***Исаак Ньютон***

**1643-1727**



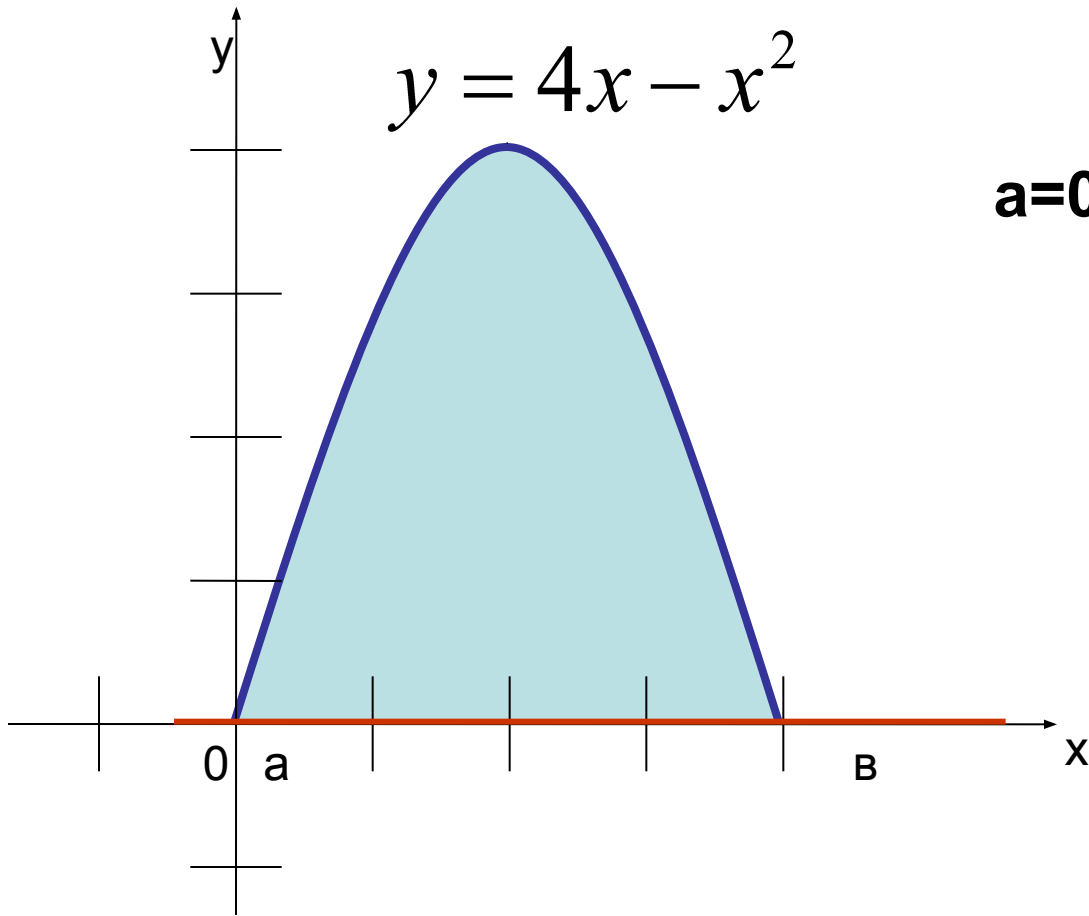
***Готфрид Вильгельм фон Лейбниц.***

**1646 - 1716**

великих деятелях, как сэр **Исаак Ньютон** и **Готфрид Вильгельм фон Лейбниц**. Конфликт возник вокруг исследований о функциях. Раздор о первенстве в получении результатов привлек внимание всей общественности своего времени. Но было ли место для конфликта? Сегодня достоверно известно, что нет. Ведь каждый из них шел своим путем, и лишь один Бог ведает, как сильно могла уйти вперед наука, если бы эти мыслители встретились тогда в далеком прошлом.

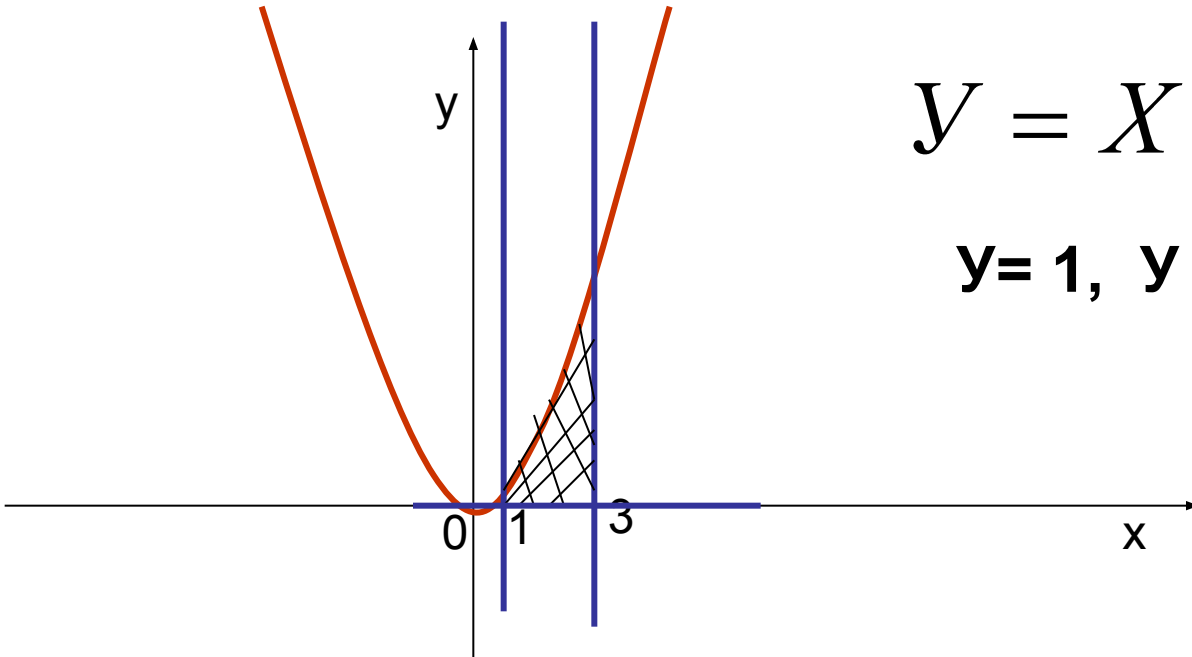
великих деятелях, как сэр **Исаак Ньютон** и **Готфрид Вильгельм фон Лейбниц**. Конфликт возник вокруг исследований о функциях. Раздор о первенстве в получении результатов привлек внимание всей общественности своего времени. Но было ли место для конфликта? Сегодня достоверно известно, что нет. Ведь каждый из них шел своим путем, и лишь один Бог ведает, как сильно могла уйти вперед наука, если бы эти мыслители встретились тогда в далеком прошлом.

x



**$a=0, \quad b=4, \quad y = 4x - x^2$**

1



$$y = x^2$$

$$y = 1, y = 3, x = 0$$

$$\bullet \int_1^3 x^2 dx =$$

$$\int_1^3 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} = 9 - \frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}$$



- **Площадь фигуры**  
**Объем тела вращения**  
**Работа электрического заряда**  
**Работа переменной силы**  
**Центр масс**  
**Формула энергии заряженного конденсатора**

$y$

