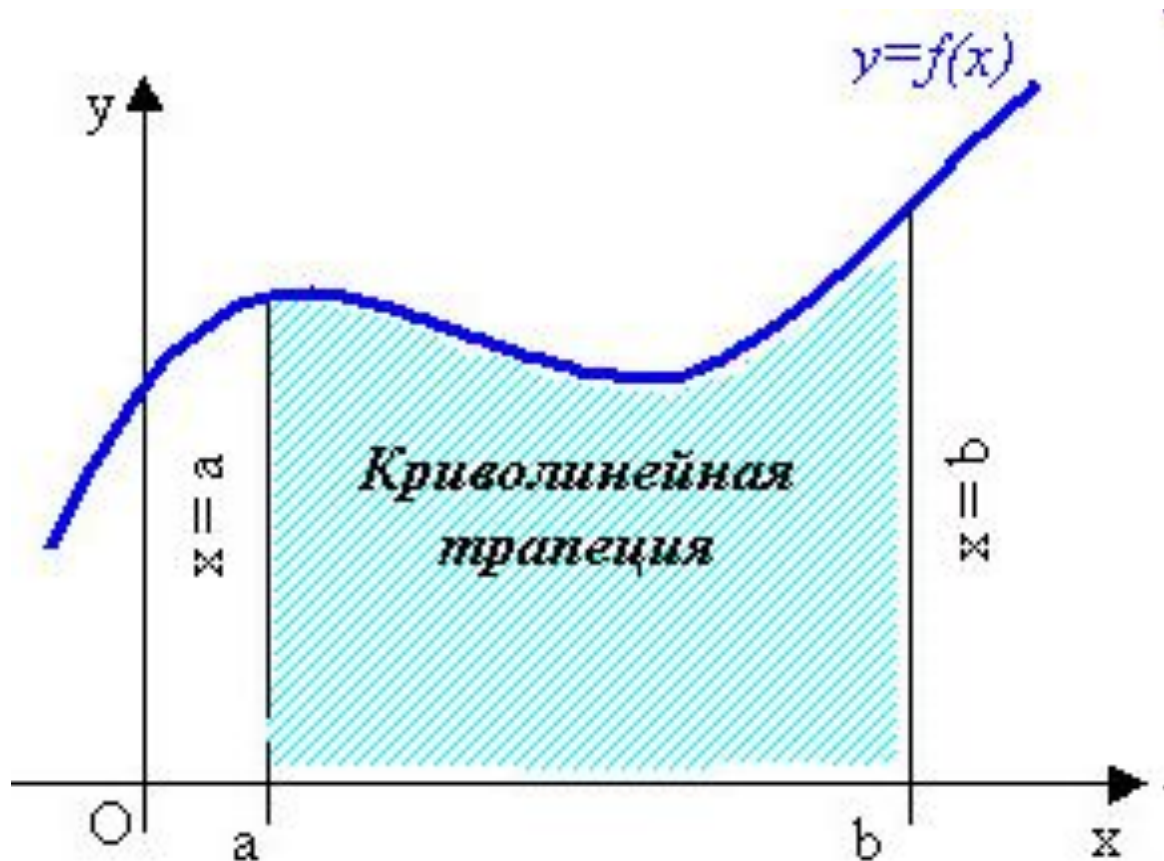


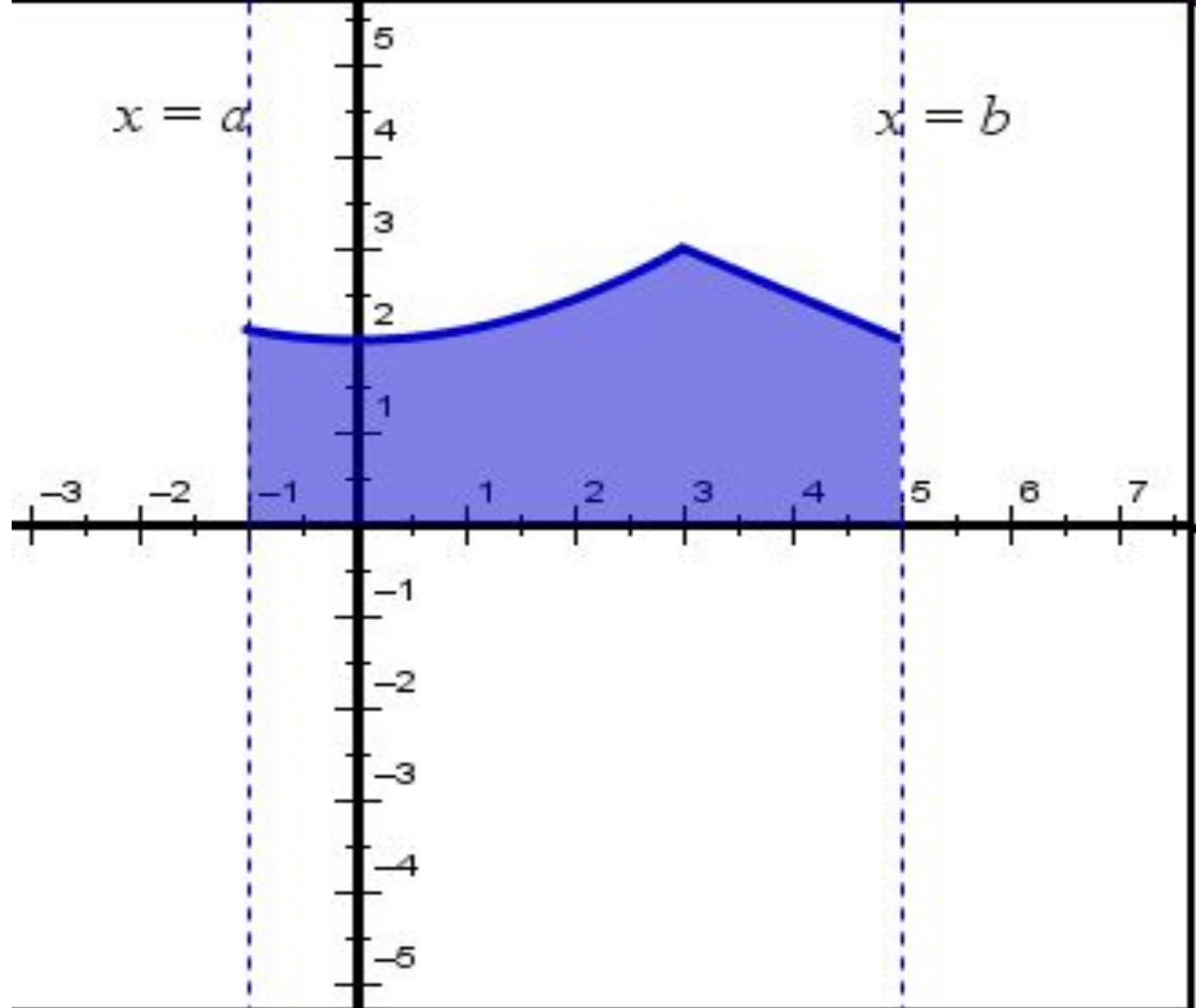
Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла

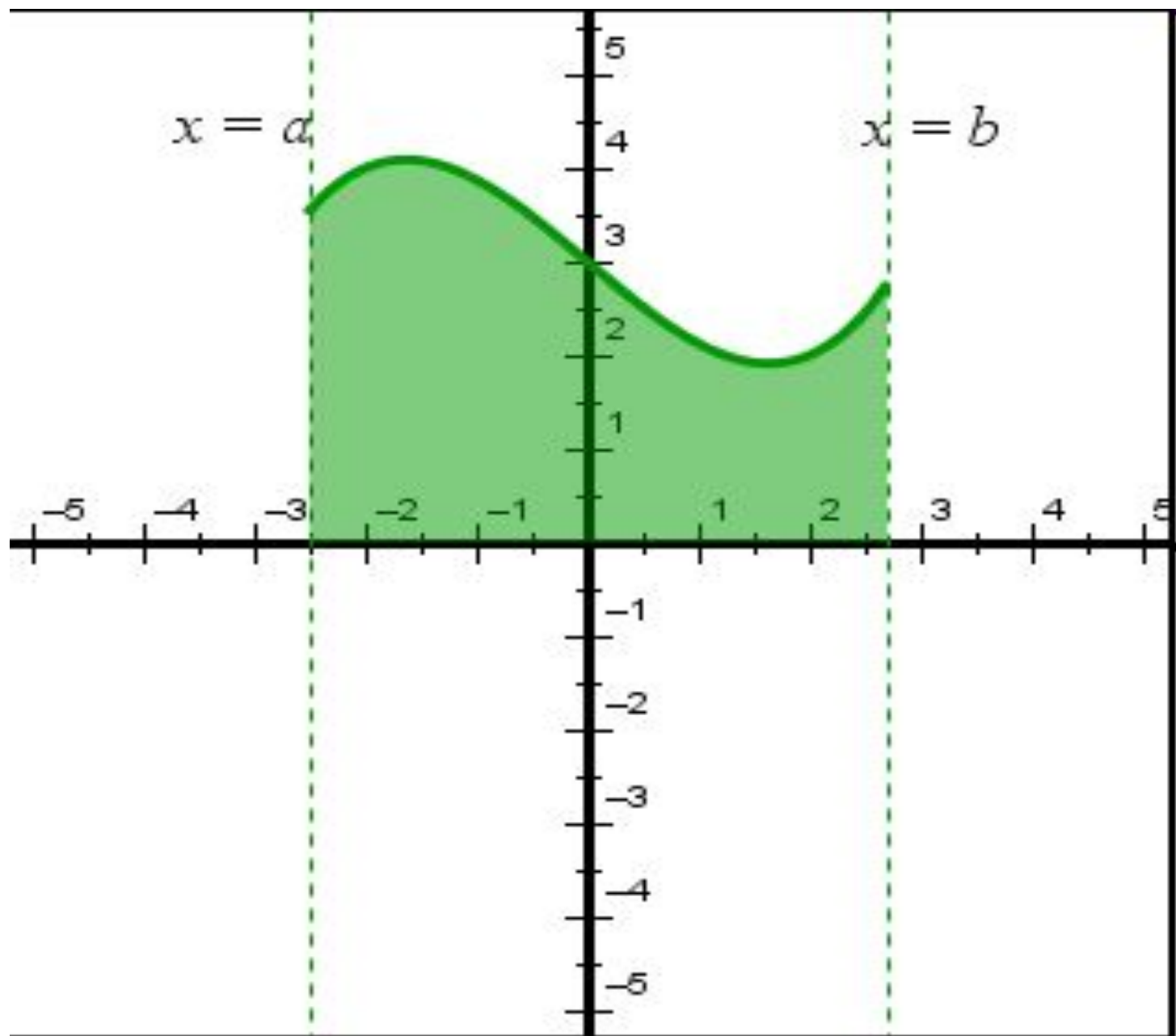
- **Задача 1. (О вычислении площади криволинейной трапеции.)**

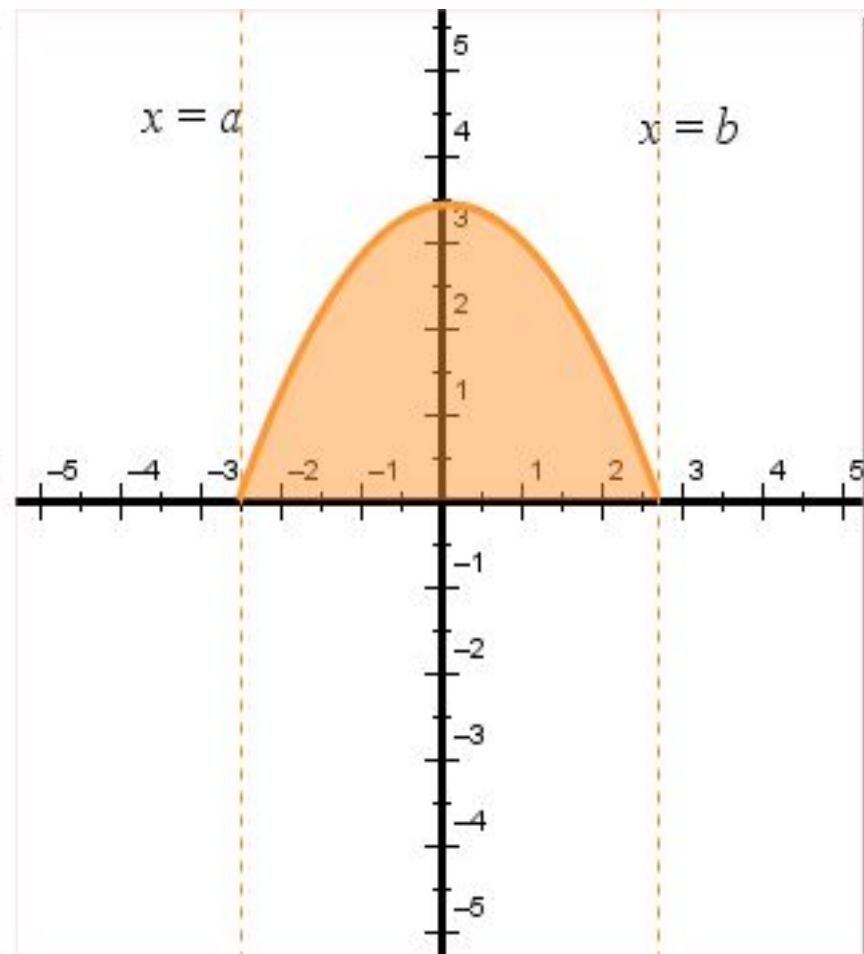
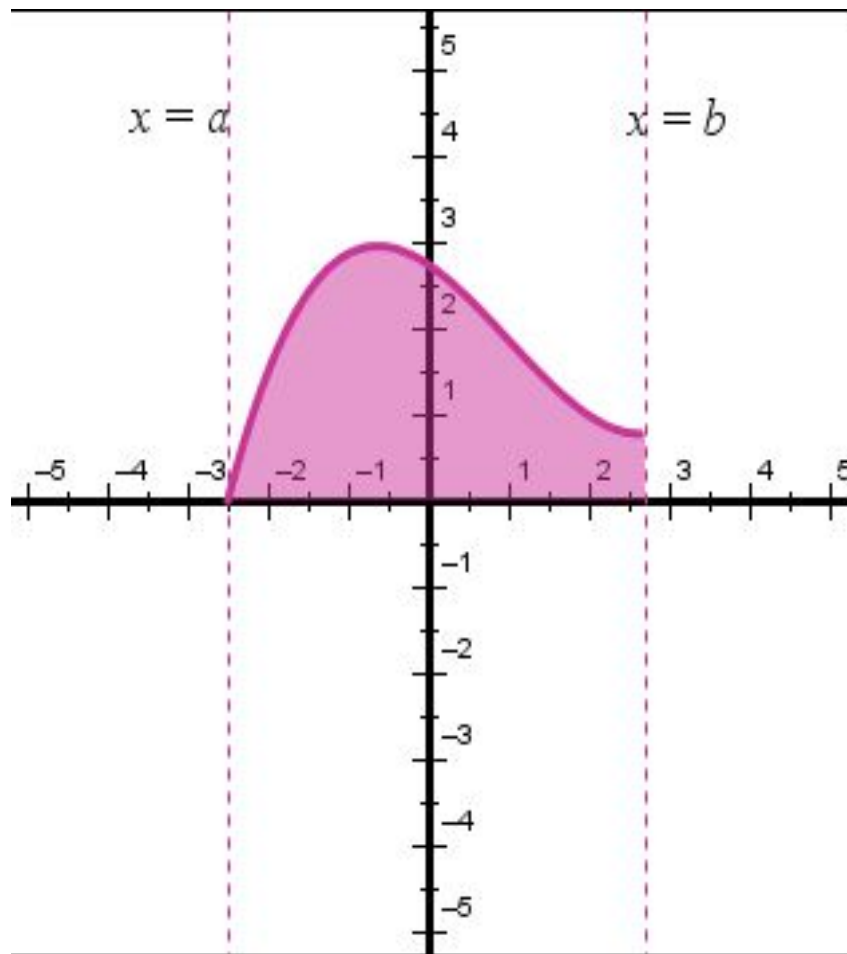
Определение:

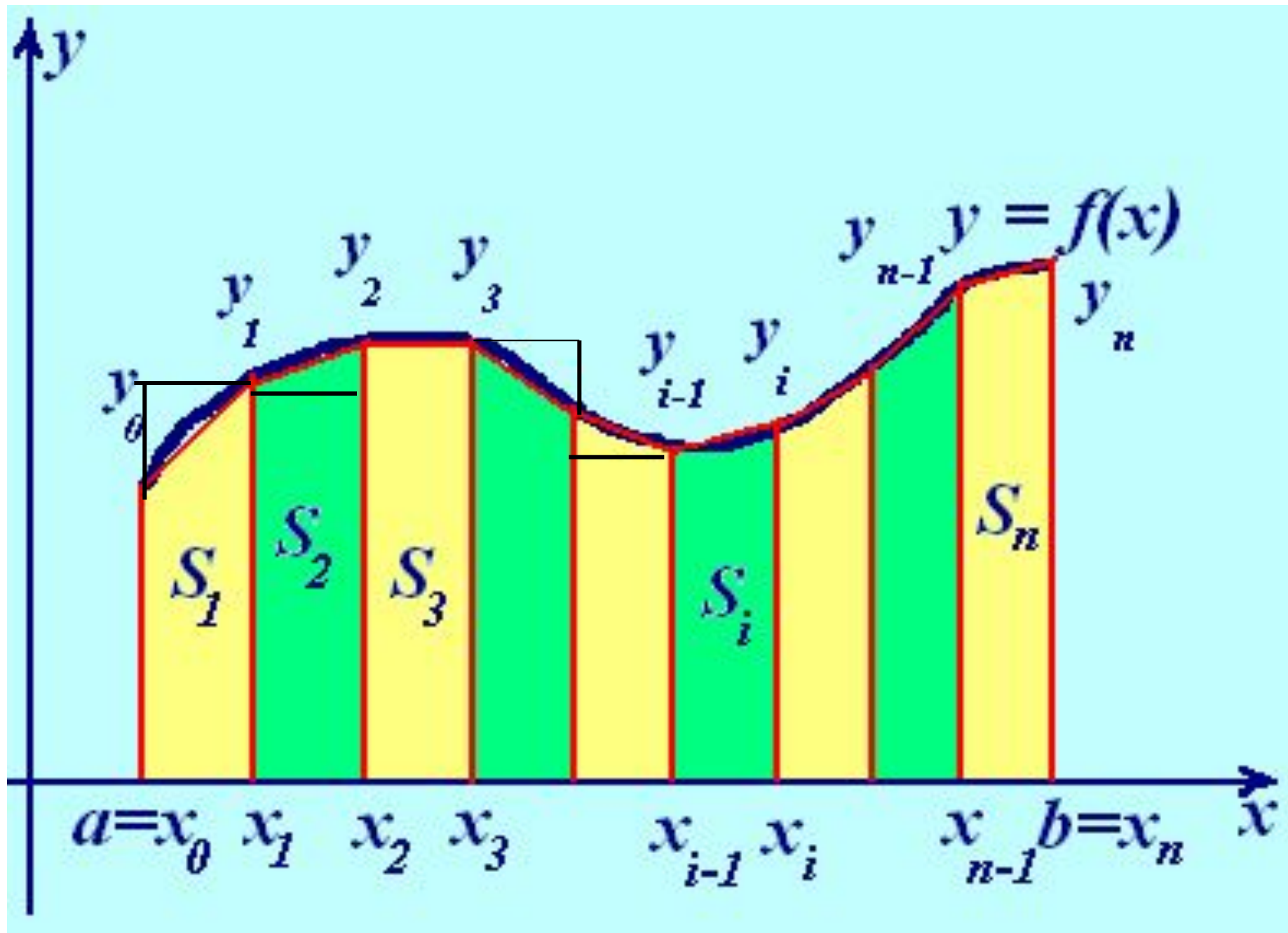
фигура, ограниченная графиком неотрицательной и непрерывной на отрезке $[a; b]$ функции f , осью Ox и прямыми $x = a$, $x = b$.











n

- Площадь криволинейной трапеции равна пределу последовательности

$$S_n \quad S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(z_i) \Delta x_i$$

Понятие определенного интеграла.

- 1. Разбиваем отрезок $[a;b]$ на n равных частей.
- 2. Составляем сумму площадей прямоугольников.
- 3. Вычисляем предел $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$

Этот предел называют определенным интегралом от функции $y = f(x)$ по отрезку $[a;b]$

- **«Интеграл»** - латинское слово *integro* – “восстанавливать” или *integer* – “целый”.
- Одно из основных понятий математического анализа, возникшее в связи потребностью измерять площади, объемы, отыскивать функции по их производным.
-

Знак \int - стилизованная буква S от латинского слова *summa* – “**сумма**”. Впервые появился у Г.В. Лейбница в 1686 году.

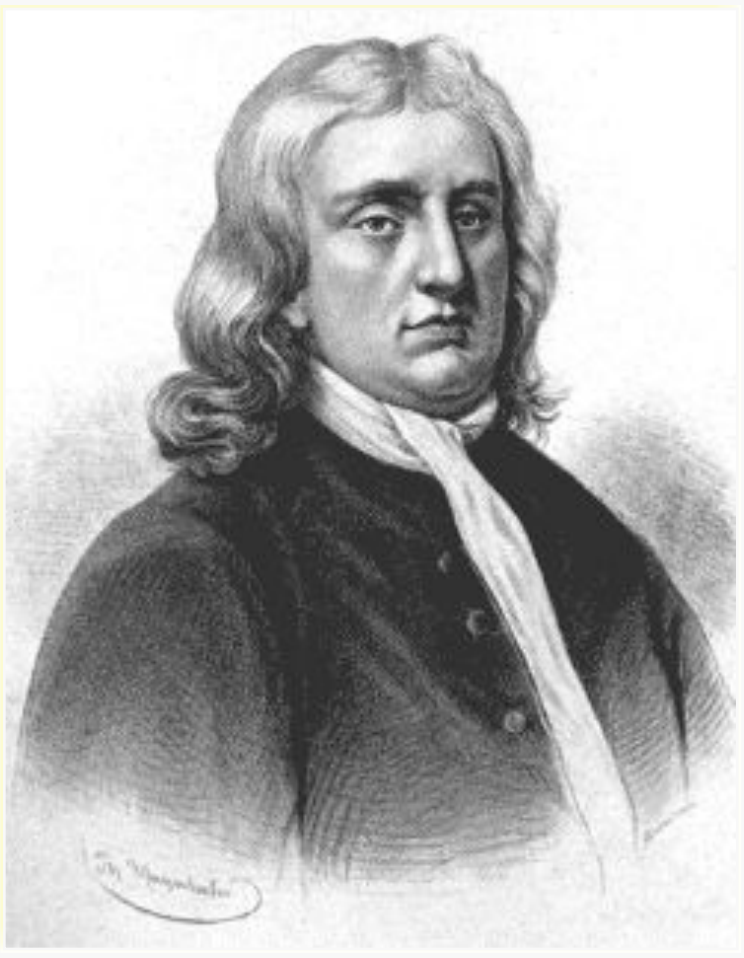
Формула Ньютона- Лейбница

Если $f(x)$ – непрерывная и неотрицательная на отрезке $[a; b]$

функция, а $F(x)$ – ее первообразная на этом отрезке, то площадь S соответствующей криволинейной трапеции равна приращению первообразной на отрезке $[a; b]$, т.е.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$F(b) - F(a) = F(x) \Big|_a^b$$



Исаак Ньютон

1643-1727



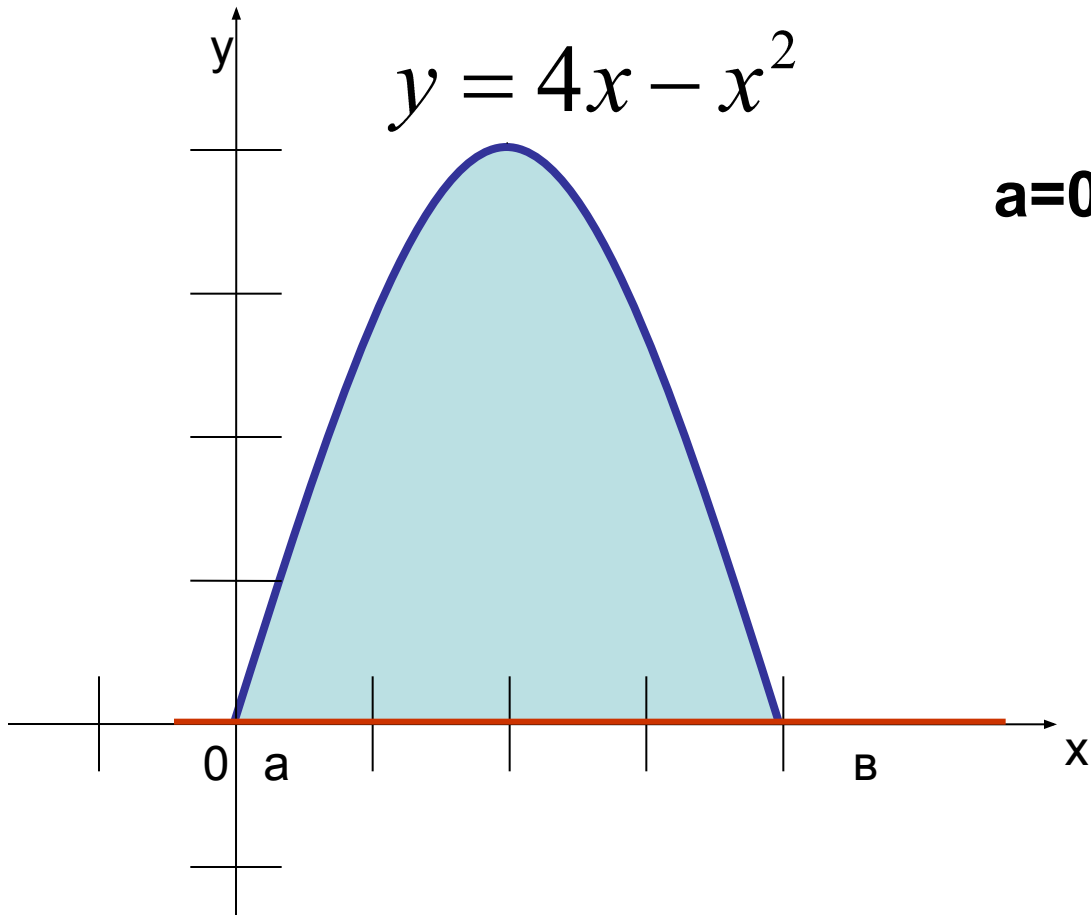
Готфрид Вильгельм фон Лейбниц.

1646 - 1716

великих деятелях, как сэр **Исаак Ньютон** и **Готфрид Вильгельм фон Лейбниц**. Конфликт возник вокруг исследований о функциях. Раздор о первенстве в получении результатов привлек внимание всей общественности своего времени. Но было ли место для конфликта? Сегодня достоверно известно, что нет. Ведь каждый из них шел своим путем, и лишь один Бог ведает, как сильно могла уйти вперед наука, если бы эти мыслители встретились тогда в далеком прошлом.

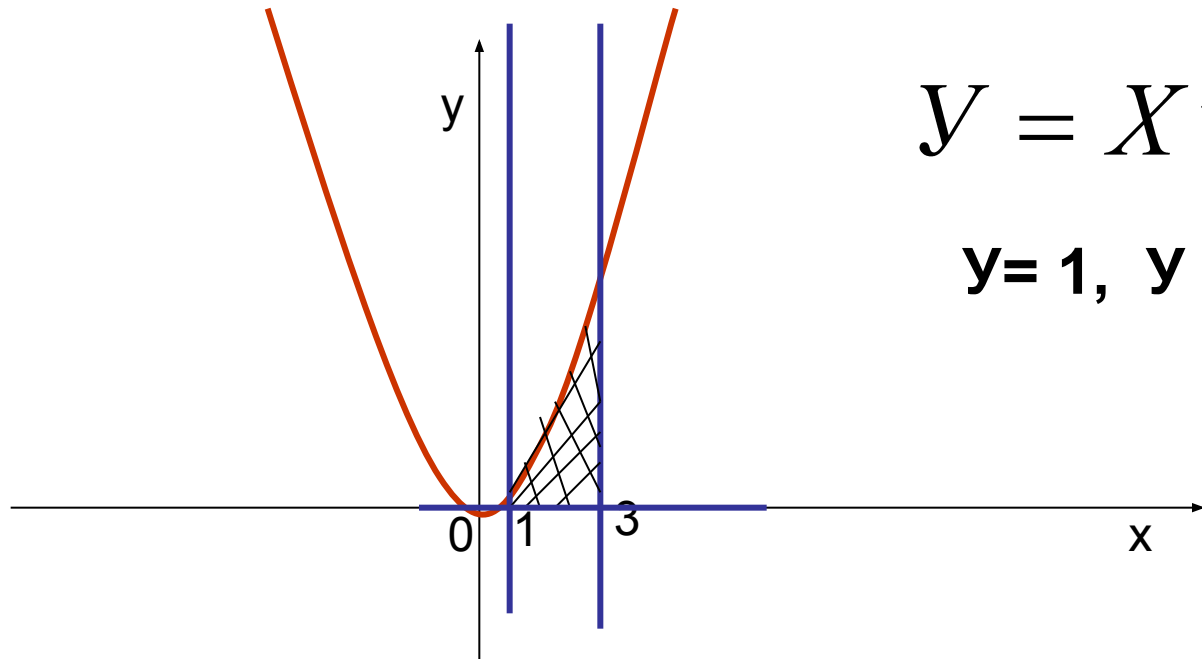
великих деятелях, как сэр **Исаак Ньютон** и **Готфрид Вильгельм фон Лейбниц**. Конфликт возник вокруг исследований о функциях. Раздор о первенстве в получении результатов привлек внимание всей общественности своего времени. Но было ли место для конфликта? Сегодня достоверно известно, что нет. Ведь каждый из них шел своим путем, и лишь один Бог ведает, как сильно могла уйти вперед наука, если бы эти мыслители встретились тогда в далеком прошлом.

x



$a=0, \quad b=4, \quad y = 4x - x^2$

1



$$y = x^2$$

$$y = 1, y = 3, x = 0$$

$$\bullet \int_1^3 x^2 dx =$$

$$\int_1^3 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} = 9 - \frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}$$

- **Площадь фигуры**
Объем тела вращения
Работа электрического заряда
Работа переменной силы
Центр масс
Формула энергии заряженного конденсатора

y

