

Обработка изображений ФИЛЬТРЫ

Материалы курса «Машинная графика»
Автор: А. Переберин (avpereb@cs.msu.su)

Москва, март 1999.

Содержание

- Пример *фильтра* и *свертки*
- Определение *фильтра* и *свертки*
- Свертка и многочлены
- Физические примеры сверток
- Обработка изображений
- Фильтры для обработки изображений

Пример *фильтра* и *свертки*

- Выделение перепадов (грубое приближение производной в дискретном случае)

$$f_i = f(i), i \in \mathbb{Z}$$

$$g_i = f_i - f_{i-1}, i \in \mathbb{Z}$$

- Можно записать так:

$$g_i = \sum_{j=0}^1 h_j f_{i-j}, h_0 = 1, h_1 = -1, i \in \mathbb{Z}$$

Определение *фильтра* и *свертки*

$$f_i = f(i), h_j = h(j), \quad i, j \in \mathbb{Z}$$

- *Свертка* f по h :

$$g_i \equiv f_i \otimes h_i = \sum_{j \in \mathbb{Z}} h_j f_{i-j}, i \in \mathbb{Z}$$

- h называется *фильтром* или *ядром свертки*
- **Замечание:** с точки зрения математики f и h абсолютно равноправны...

Свертка и многочлены

- *Z-преобразование (многочлен Лорана)*

$$f \Rightarrow P_f = \sum_{i \in \mathbb{Z}} f_i z^{-i}$$

- Свертка эквивалентна перемножению многочленов (z-преобразований).

$$f \otimes h \Rightarrow P_{f \otimes h} = P_f P_h$$

Двумерная свертка

$$f_{ij} = f(i, j), h_{kl} = h(k, l), \quad i, j, k, l \in \mathbb{Z}$$

- *Свертка f по h :*

$$g_{i,j} \equiv f_{i,j} \otimes h_{i,j} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \sum_{l \in \mathbb{Z}} h_{k,l} f_{i-k, j-l}, \quad i, j \in \mathbb{Z}$$

Физические примеры сверток

- Магнитофонная головка
- Камера Обскура (pinhole camera)
- Вывод изображения на ЭЛТ.

Обработка изображений

- *Изображение* $f_{i,j}, i = \overline{0, m-1}, j = \overline{0, n-1}$
- *Фильтр* (ядро свертки) $h_{k,l}, k = \overline{a, b}, l = \overline{c, d}$
центр ядра $h_{0,0}$

- *Фильтрованное изображение* (свертка)

$$\tilde{f}_{i,j} = \sum_{k=a}^b \sum_{l=c}^d h_{k,l} f_{i-k, j-l}, \quad i = \overline{0, m-1}, j = \overline{0, n-1}$$

- **Замечание!** На границах либо доопределение изображения, либо изменение фильтра

Фильтры для обработки изображений

- Размытие (blurring) — коэфф. ядра > 0 , сумма 1 (осреднение с весами)
- Увеличение контраста — коэфф. < 0 , центр ядра > 0 , сумма 1.
- Выделение перепадов — сумма коэфф. 0.
- Тиснение (embossing) = выделение перепадов + сдвиг.

Литература

A. S. Glassner.

Principles of Digital Image Synthesis, Morgan Kaufmann, 1995, Ch 4.5.

J.D. Foley, A. van Dam, S.K. Feiner, J.F. Hughes.

Computer Graphics. Principles and Practice, Addison-Wesley, 1990, Ch.14.10.

A. Watt, M. Watt.

Advanced Animation and Rendering Techniques. Theory and Practice, Addison-Wesley, 1992, Ch.4.3