

# Обработка изображений ФИЛЬТРЫ

Материалы курса «Машинная графика»  
Автор: А. Переберин (avpereg@cs.msu.su)

Москва, март 1999.

# Содержание

- Пример *фильтра* и *свертки*
- Определение *фильтра* и *свертки*
- Свертка и многочлены
- Физические примеры сверток
- Обработка изображений
- Фильтры для обработки изображений

# Пример *фильтра* и *свертки*

- Выделение перепадов (грубое приближение производной в дискретном случае)

$$f_i = f(i), i \in Z$$

$$g_i = f_i - f_{i-1}, i \in Z$$

- Можно записать так:

$$g_i = \sum_{j=0}^1 h_j f_{i-j}, h_0 = 1, h_1 = -1, i \in Z$$

# Определение *фильтра* и *свертки*

$$f_i = f(i), h_j = h(j), \quad i, j \in \mathbb{Z}$$

- *Свертка*  $f$  по  $h$ :

$$g_i \equiv f_i \otimes h_i = \sum_{j \in \mathbb{Z}} h_j f_{i-j}, i \in \mathbb{Z}$$

- $h$  называется *фильтром* или *ядром свертки*
- **Замечание:** с точки зрения математики  $f$  и  $h$  абсолютно равноправны...

# Свертка и многочлены

- *Z-преобразование (многочлен Лорана)*

$$f \Rightarrow P_f = \sum_{i \in \mathbb{Z}} f_i z^{-i}$$

- Свертка эквивалентна перемножению многочленов (z-преобразований).

$$f \otimes h \Rightarrow P_{f \otimes h} = P_f P_h$$

# Двумерная свертка

$$f_{ij} = f(i, j), h_{kl} = h(k, l), \quad i, j, k, l \in \mathbb{Z}$$

- *Свертка  $f$  по  $h$ :*

$$g_{i,j} \equiv f_{i,j} \otimes h_{i,j} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \sum_{l \in \mathbb{Z}} h_{k,l} f_{i-k, j-l}, \quad i, j \in \mathbb{Z}$$

# Физические примеры сверток

- Магнитофонная головка
- Камера Обскура (pinhole camera)
- Вывод изображения на ЭЛТ.

# Обработка изображений

- *Изображение*  $f_{i,j}, i = \overline{0, m-1}, j = \overline{0, n-1}$
- *Фильтр* (ядро свертки)  $h_{k,l}, k = \overline{a, b}, l = \overline{c, d}$   
центр ядра  $h_{0,0}$

- *Фильтрованное изображение* (сверка)

$$\tilde{f}_{i,j} = \sum_{k=a}^b \sum_{l=c}^d h_{k,l} f_{i-k, j-l}, \quad i = \overline{0, m-1}, j = \overline{0, n-1}$$

- **Замечание!** На границах либо доопределение изображения, либо изменение фильтра

# Фильтры для обработки изображений

- Размытие (blurring) — коэфф. ядра  $> 0$ , сумма 1 (осреднение с весами)
- Увеличение контраста — коэфф.  $< 0$ , центр ядра  $> 0$ , сумма 1.
- Выделение перепадов — сумма коэфф. 0.
- Тиснение (embossing) = выделение перепадов + сдвиг.

# Литература

**A. S. Glassner.**

*Principles of Digital Image Synthesis*, Morgan Kaufmann, 1995, Ch 4.5.

**J.D. Foley, A. van Dam, S.K. Feiner, J.F. Hughes.**

*Computer Graphics. Principles and Practice*, Addison-Wesley, 1990, Ch.14.10.

**A. Watt, M. Watt.**

*Advanced Animation and Rendering Techniques. Theory and Practice*, Addison-Wesley, 1992, Ch.4.3