

Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам

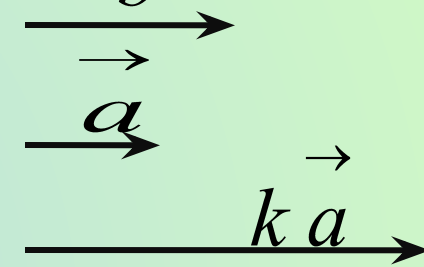
Геометрия 9 класс

Лемма: Если векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны и $\vec{a} \neq 0$, то существует такое число k , что

$$\vec{b} = k\vec{a}$$

Доказательство:

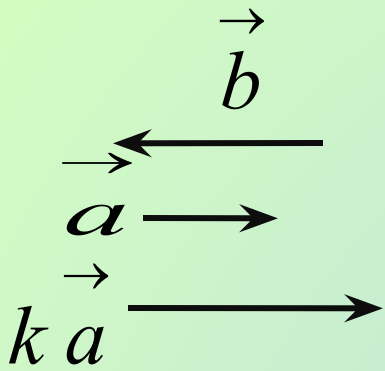
1) $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$. Возьмём число $k = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$; т.к. $k \geq 0$,



то векторы $k\vec{a}$ и \vec{b} сонаправлены. Кроме

того их длины равны $|k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}| = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} \cdot |\vec{a}| = |\vec{b}|$.

Поэтому $\vec{b} = k \cdot \vec{a}$

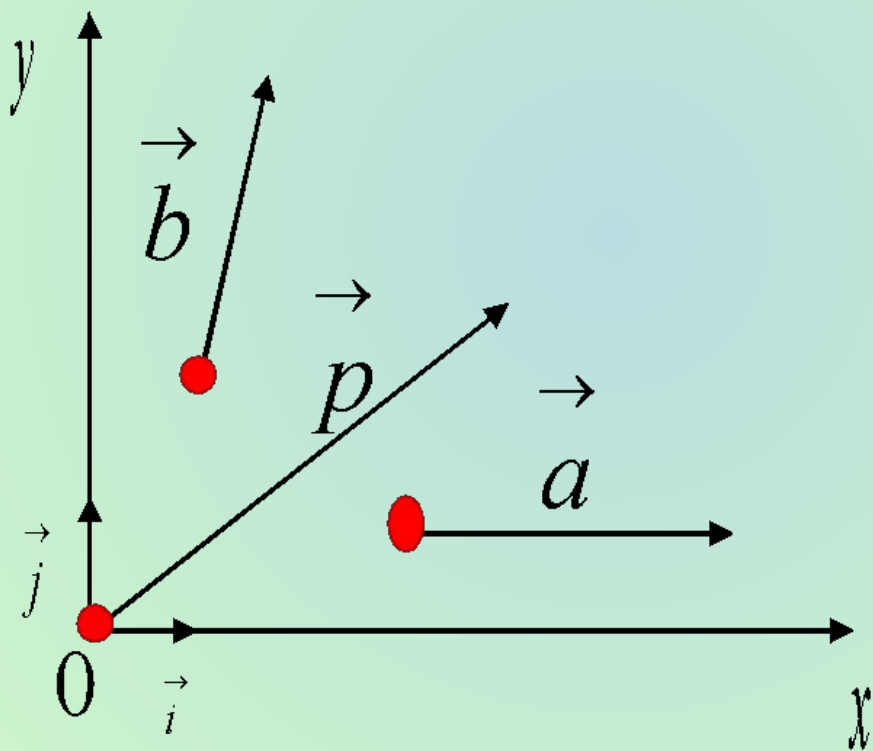


2) $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$ $\hat{A}\hat{i}\hat{c}\hat{u}\hat{i}, \hat{i}$ $\div\hat{e}\hat{n}\hat{e}\hat{i}$ $k = -\frac{\left| \vec{b} \right|}{\left| \vec{a} \right|}, \hat{o} . \hat{e} . k < 0, \hat{o}\hat{i} \hat{a}\hat{a}\hat{e}\hat{o}\hat{i}\hat{d}\hat{u}$

$k \vec{a}$ è \vec{b} $\hat{n}\hat{i}\hat{i}\hat{a}\hat{a}$ $\hat{n}\hat{i}\hat{i}\hat{a}\hat{i}\hat{d}\hat{a}\hat{a}\hat{e}\hat{a}$ $\hat{i}\hat{u}$. È \hat{o} $\hat{a}\hat{e}\hat{e}\hat{i}\hat{u}$ $\hat{o}\hat{a}\hat{e}\hat{a}$ $\hat{d}\hat{a}\hat{a}\hat{i}\hat{u}$

$$\left| k \vec{a} \right| = |k| \cdot \left| \vec{a} \right| = \frac{\left| \vec{b} \right|}{\left| \vec{a} \right|} \cdot \left| \vec{a} \right| = \left| \vec{b} \right| \quad \hat{I}\hat{i}\hat{y}\hat{o}\hat{i}\hat{l}\hat{o} \quad \vec{b} = k \vec{a}$$

Пусть \vec{a} и \vec{b} – данные вектора. Вектор $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$,
 x и y – некоторые числа, тогда говорят \vec{p} разложен по
векторам \vec{a} и \vec{b} . x и y – коэффициенты разложения.



Теорема: Любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причём коэффициенты разложения определяются единственным образом.

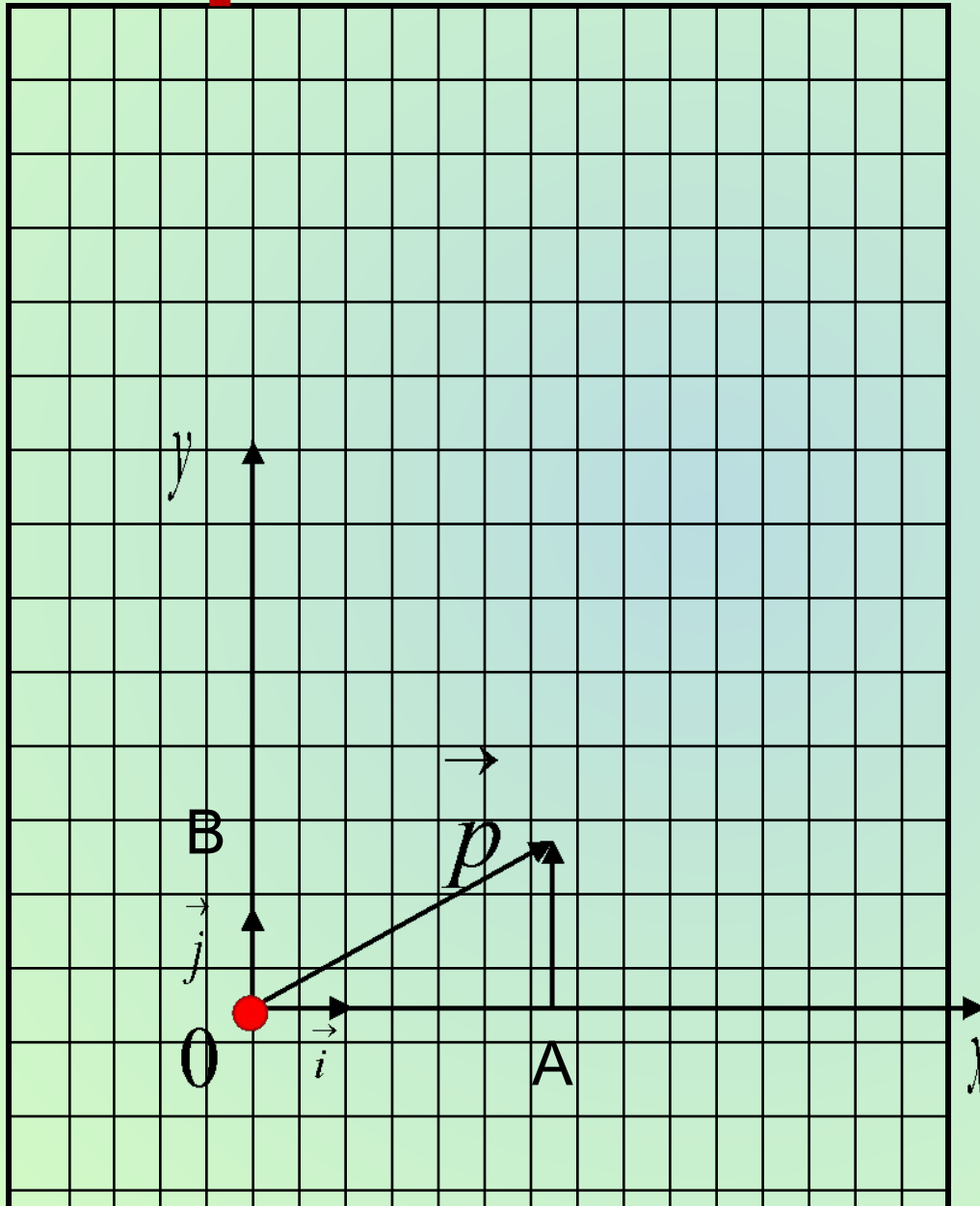
Доказательство: Пусть \vec{a} и \vec{b} - неколлинеарные векторы. Докажем, что любой вектор \vec{p} можно

разложить по векторам \vec{a} и \vec{b} .

Тогда $\vec{p} = y\vec{b}$, где y - некоторое число

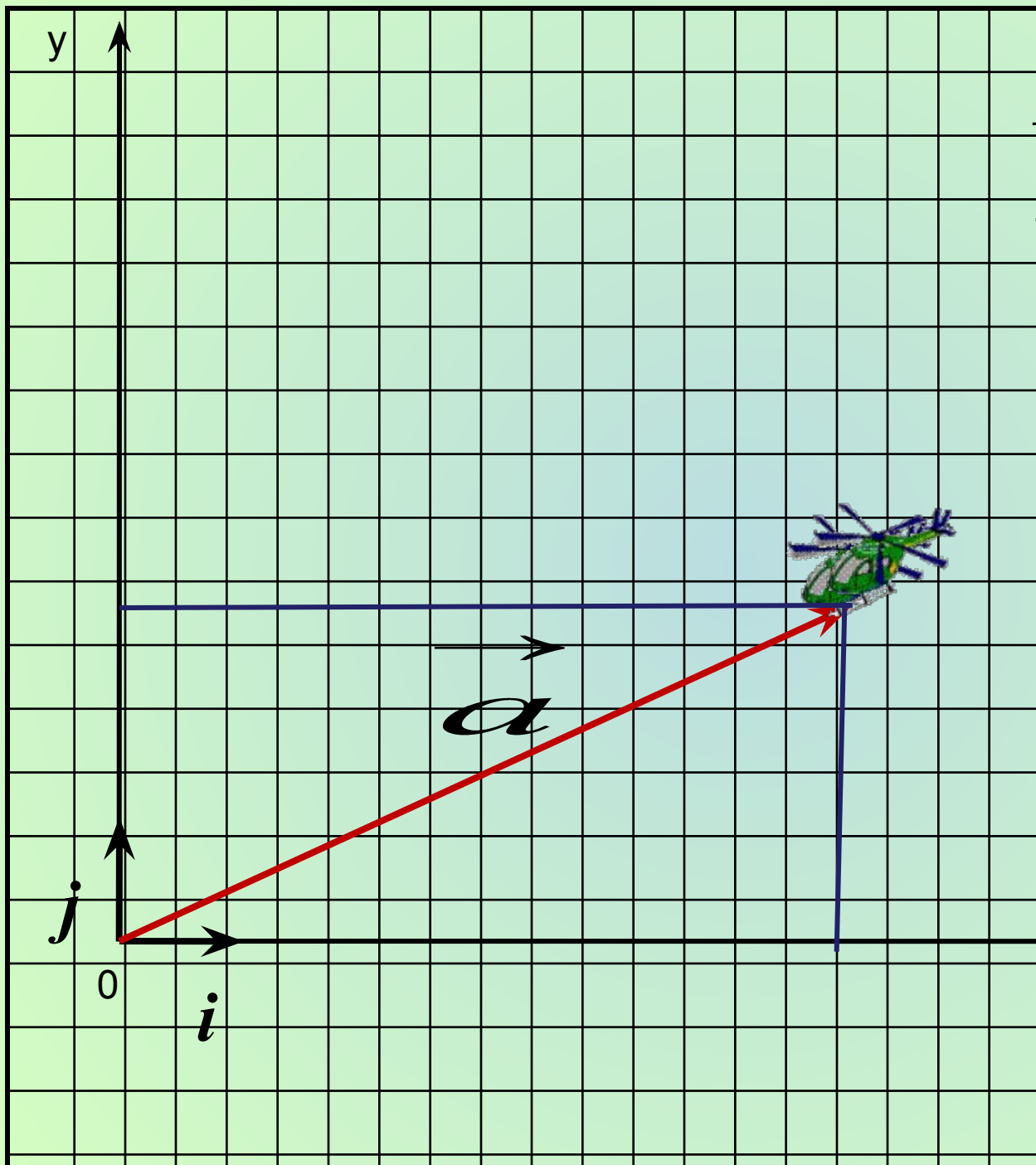
$\vec{p} = 0 \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b}$, т.е. \vec{p} разложен по векторам \vec{a} и \vec{b} .

Координаты вектора



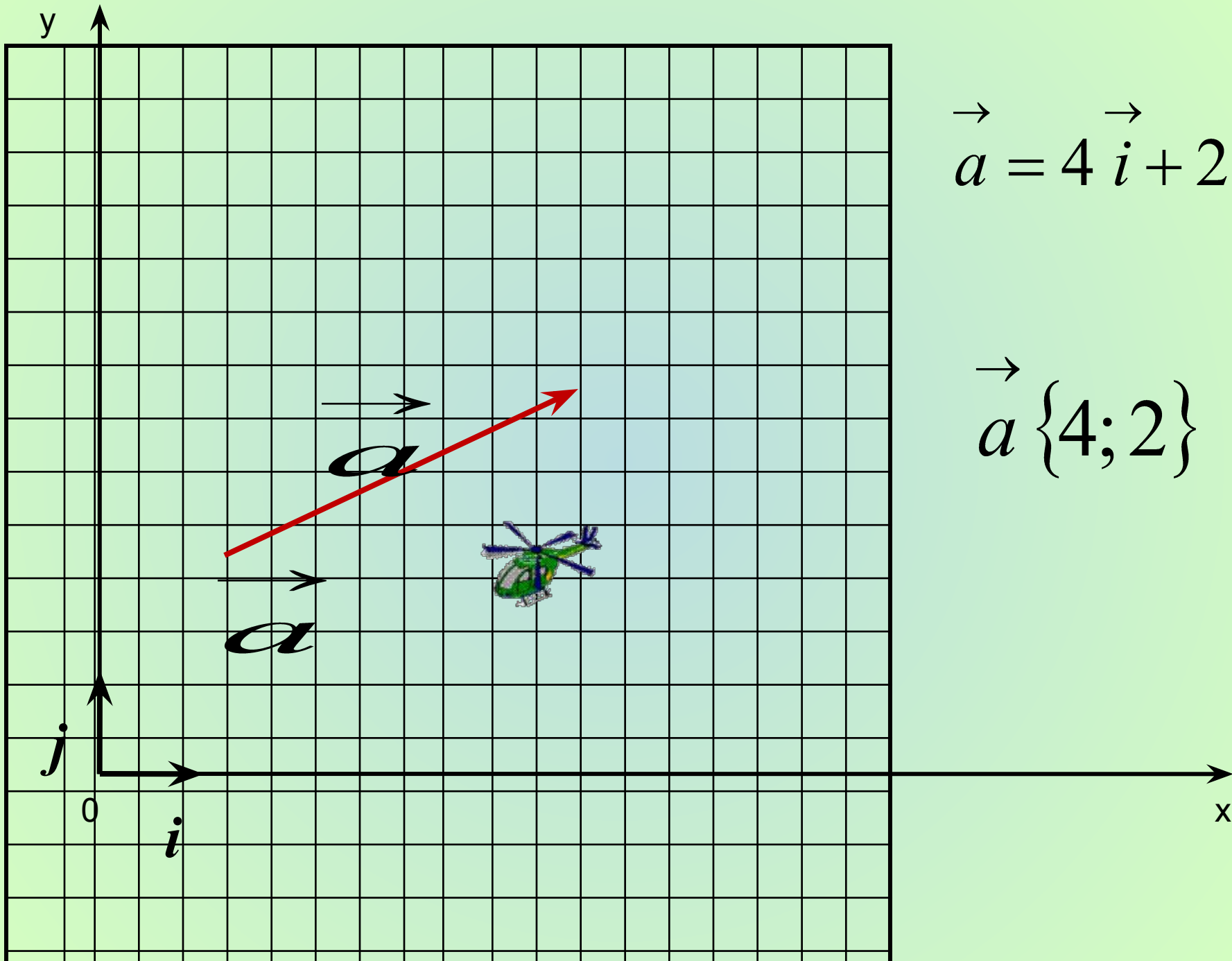
$$\vec{p} \{x; y\}$$

$$\vec{p} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$$



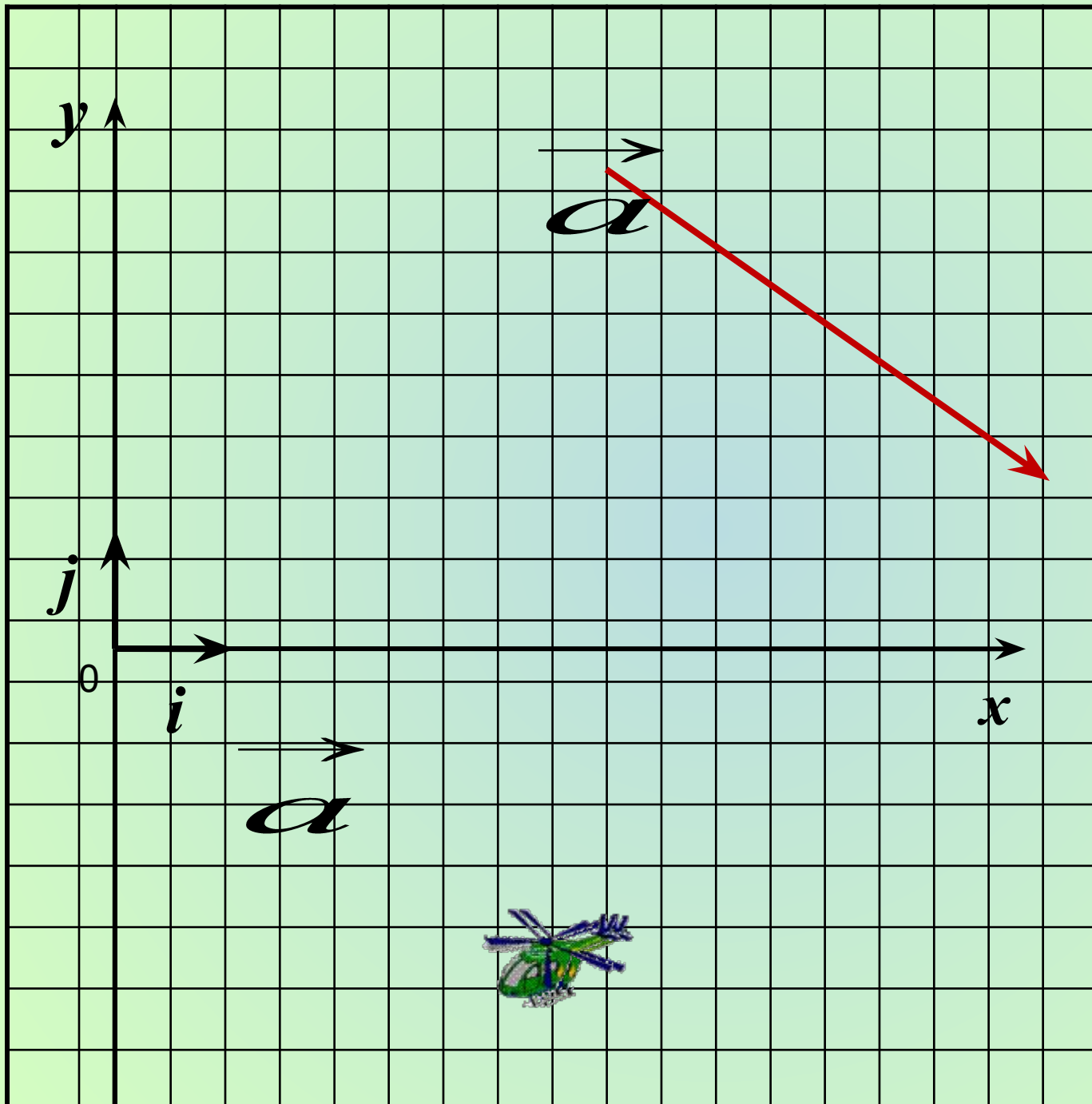
$$\vec{a} = 7 \vec{i} + 3 \vec{j}$$

$$\vec{a} \{7; 3\}$$



$$\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\vec{a} \{4; 2\}$$



$$\vec{a} = 4 \vec{i} - 3 \vec{j}$$

$$\vec{a} \{4; -3\}$$

1⁰. Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов. $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2)\vec{i} + (y_1 + y_2)\vec{j}$

2⁰. Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов. $\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2)\vec{i} + (y_1 - y_2)\vec{j}$

3⁰. Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число. $k\vec{a} = kx_1\vec{i} + ky_1\vec{j}$