Урок на тему :

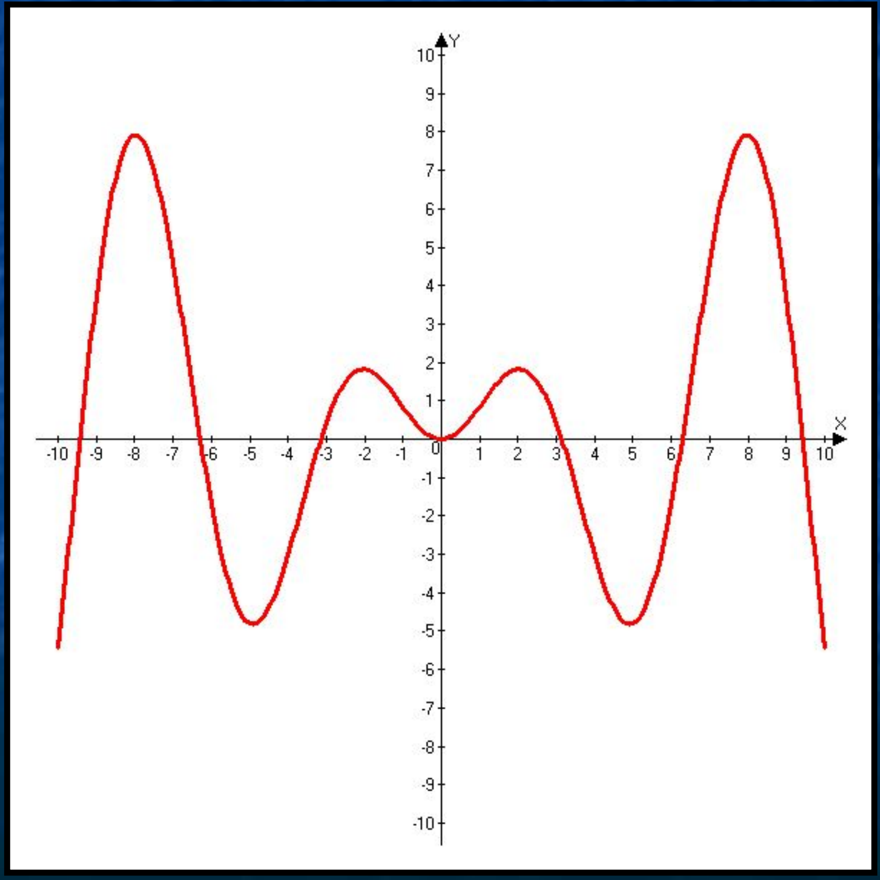
«Исследование функции с помощью производной»

с использованием компьютерных технологий

Учитель математики

Бахтиярова Г.Ф.

Исследование функций и построение графиков с помощью производной



«…нет ни одной области в математике, которая когда-либо не окажется применимой к явлениям действительного мира…»

Н.И. Лобачевский

Скажи мне, и я забуду.
Покажи мне, и я запомню.
Дай мне действовать самому,
И я научусь.

Конфуций

Цели урока:

- ***Образовательные.***

Формировать:

- - навыки прикладного использования аппарата производной;
- - выявить уровень овладения учащимися комплексом знаний и умений по исследованию функции и ликвидировать пробелы в знаниях в соответствии с требованиями к математической подготовке учащихся.

- ***Развивающие.***

Развивать:

- - способности к самостоятельному планированию и организации работы
- - навыки коррекции собственной деятельности через применение информационных технологий;
- - умение обобщать, абстрагировать и конкретизировать знания при исследовании   функции.

- ***Воспитательные.***

Воспитывать:

- - познавательный интерес к математике;
- - информационную культуру и культуру общения;
- - самостоятельность, способность к коллективной работе.

I этап. Актуализация ЗУН, необходимых для творческого применения знаний

- Необходимое условие возрастания и убывания функции
- Достаточное условие возрастания и убывания функции
- Необходимое условие экстремума. (теорема Ферма)
- Признак максимума функции.
- Признак минимума функции.
- Достаточные условия выпуклости и вогнутости графика функции

Необходимое условие возрастания и убывания функции

Т е о р е м а.

Если дифференцируемая функция $f(x)$, $x \in (a;b)$, **возрастает (убывает) на** $(a;b)$, **то** $f'(x) \geq 0$ $(f'(x) \leq 0)$ **для любого** x **из интервала** $(a;b)$.

Достаточные условия возрастания и убывания функции

Теорема Лагранжа.

Если функция $f(x)$, $x \in [a;b]$, **непрерывна на отрезке** $[a;b]$ **и дифференцируема на интервале** $(a;b)$, **то найдётся точка** $c \in (a;b)$ **такая, что имеет место формула**

$$f(a) - f(b) = f`(c)(b - a)$$

Достаточное условие возрастания функции

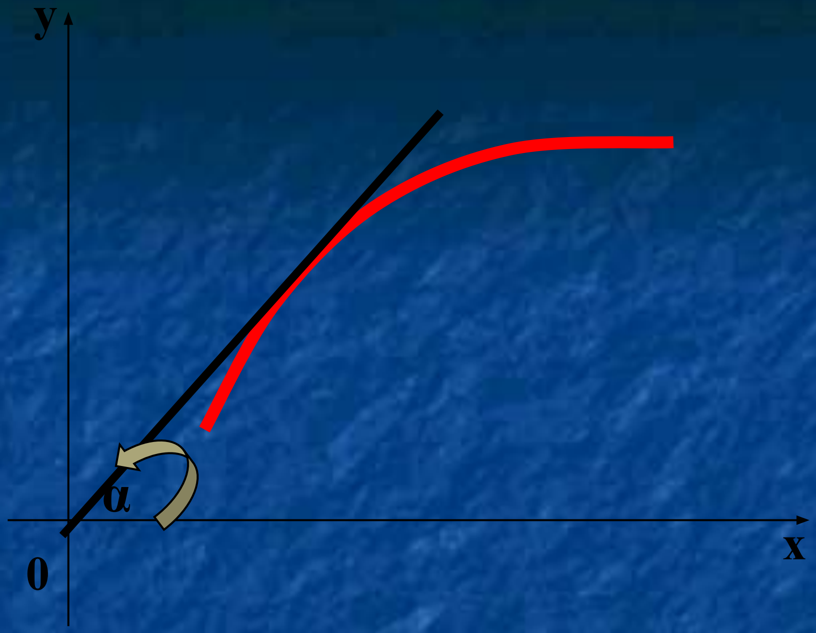
Теорема.

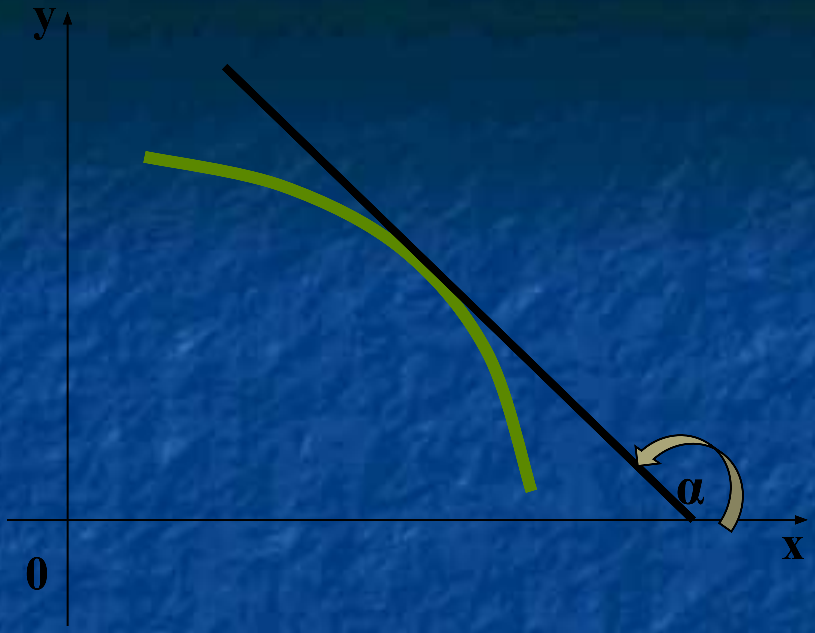
Если функция *f* имеет неотрицательную производную в каждой точке интервала *(a;b)*, то функция *f* возрастает на интервале *(a;b)*.

<u>*Достаточное условие убывания функции*</u>

Теорема.

Если функция имеет неположительную производную в каждой точке интервала *(a;b)*, то функция *f* убывает на интервале *(a;b)*.





Функция возрастает

$\alpha < 90^0$

$tg\ \alpha > 0$

$f`(x) > 0$

Функция убывает

$\alpha > 90^0$

$tg\ \alpha < 0$

$f`(x) < 0$

Правило нахождения интервалов монотонности

1) Вычисляем производную $f`(x)$ **данной функции** $f(x)$, **а затем находим точки, в которых** $f`(x)$ **равна нулю или не существует. Эти точки называются** ***критическими*** **для функции** $f(x)$

Правило нахождения интервалов монотонности

2) Критическими точками область определения функции $f(x)$ разбивается на интервалы, на каждом из которых производная $f`(x)$ сохраняет свой знак. Эти интервалы будут интервалами монотонности.

Правило нахождения интервалов монотонности

3) Определим знак $f`(x)$ на каждом из найденных интервалов. Если на рассматриваемом интервале $f`(x) \geq 0$, то на этом интервале $f(x)$ возрастает, если же $f`(x) \leq 0$, то на таком интервале $f(x)$ убывает.

Исследование экстремумов функции

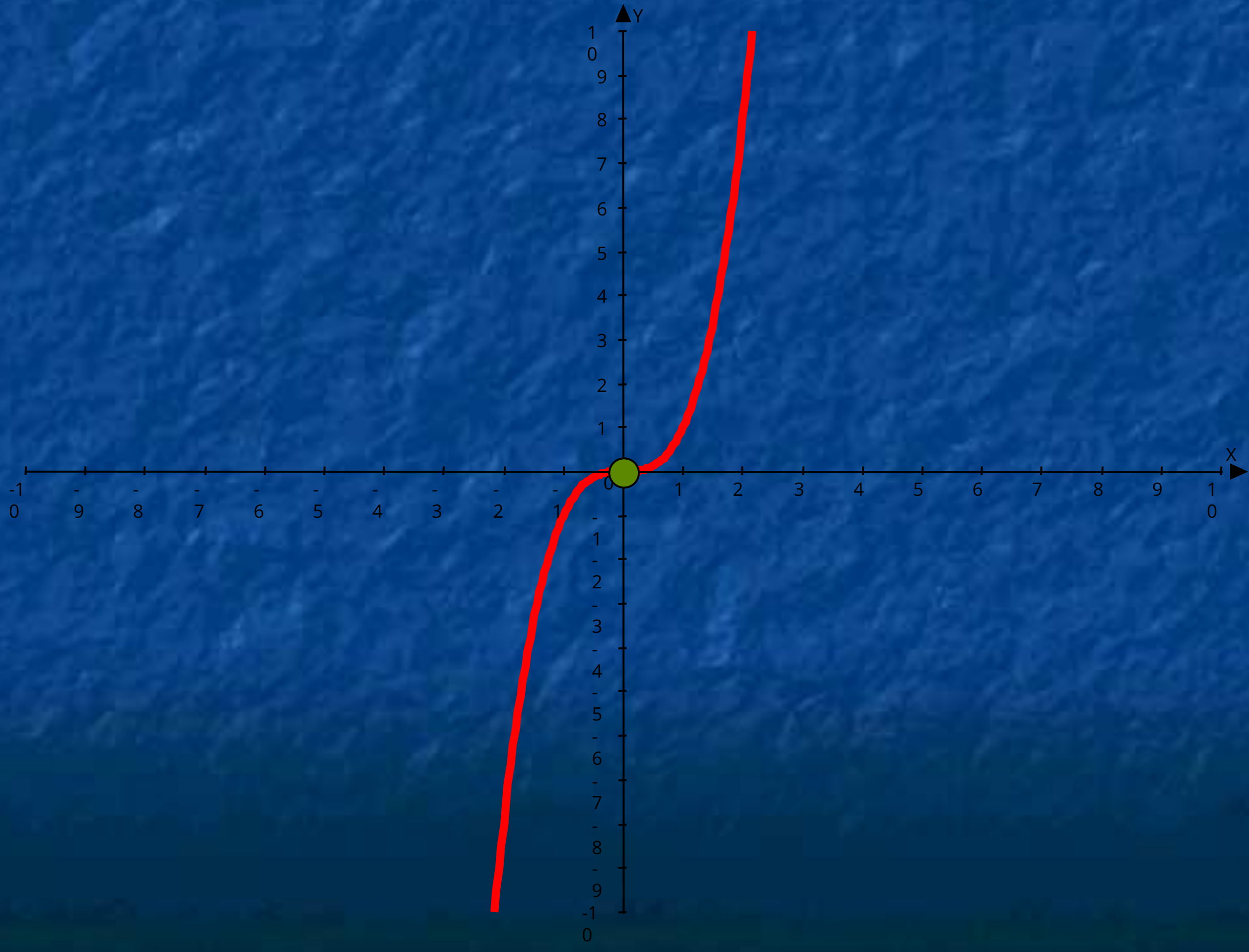
Необходимое условие экстремума.

(теорема Ферма)

Если точка x_0 является точкой экстремума функции f и в этой точке существует производная $f`(x)$, то она равна нулю:

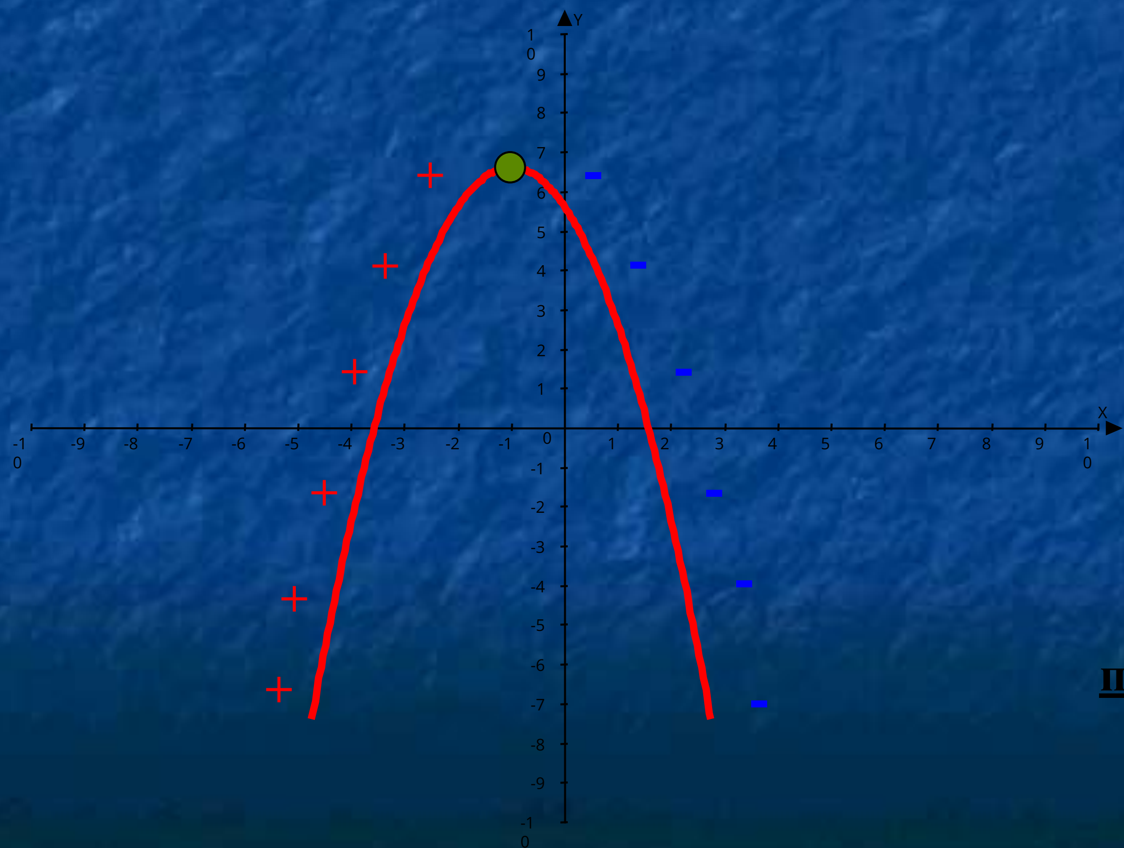
$$f`(x) = 0.$$

Теорема Ферма лишь необходимое условие экстремума. Например, производная функции $f(x) = x^3$ обращается в нуль в точке 0, но экстремума в этой точке функция не имеет.



Достаточные условия существования экстремума в точке

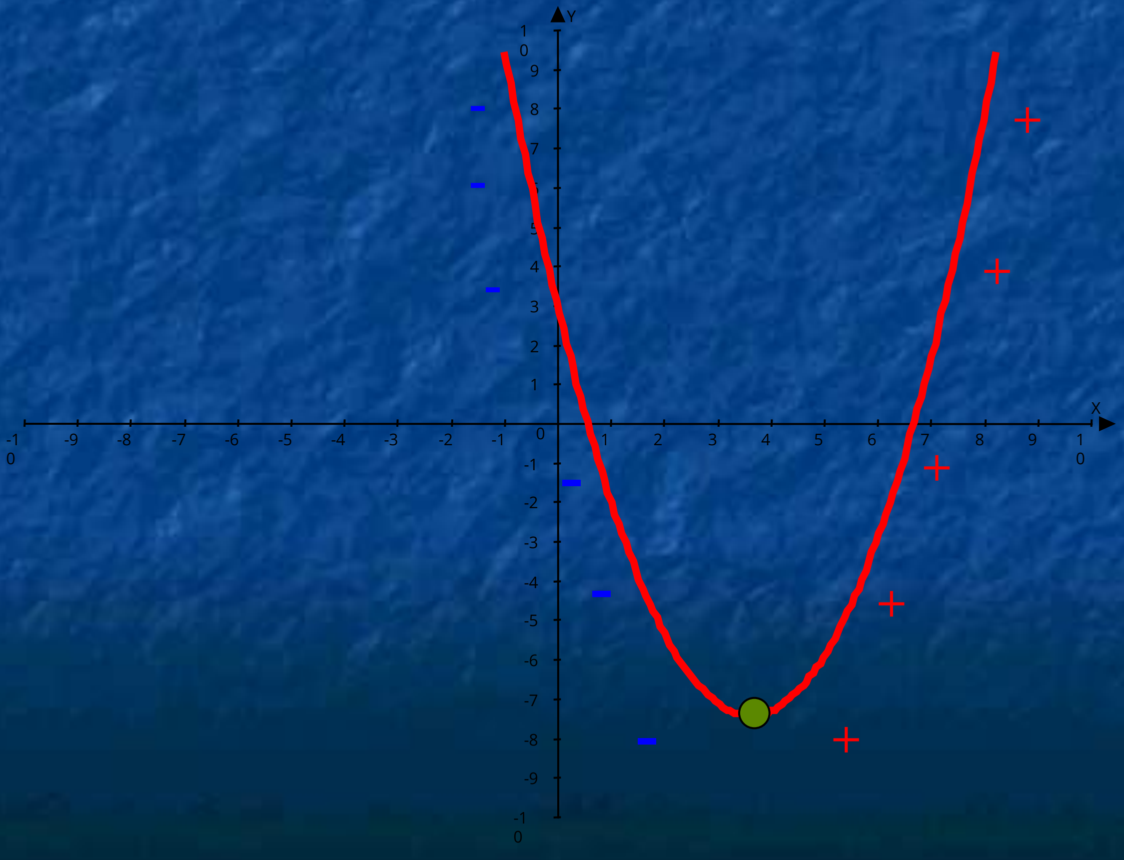
- Признак максимума функции. **Если функция *f* непрерывна в точке x_0, а $f'(x) > 0$ на интервале $(a; x_0)$, и $f'(x) < 0$ на интервале $(x_0; b)$, то точка x_0 является точкой максимума функции *f*.**



построение

Достаточные условия существования экстремума в точке

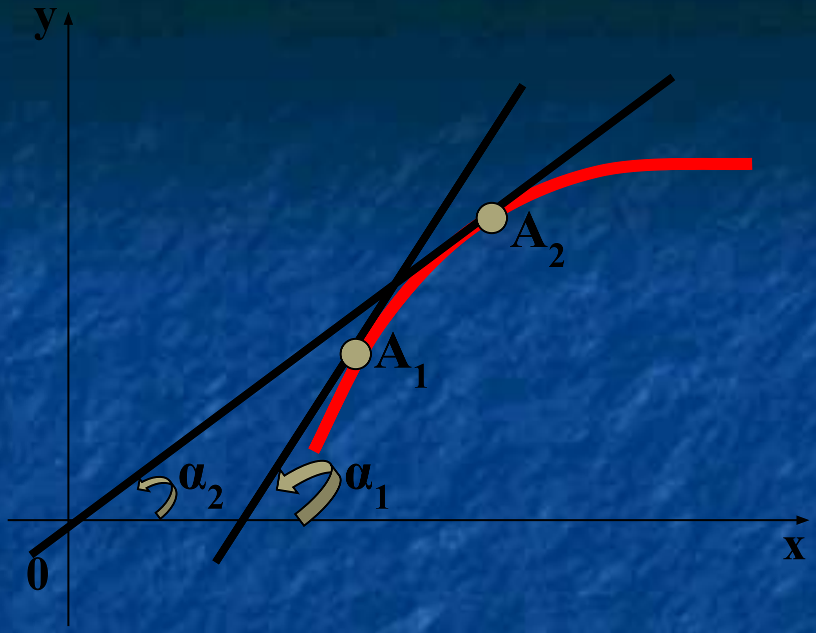
- Признак минимума функции. **Если функция *f* непрерывна в точке x_0, $f`(x) < 0$ на интервале $(a; x_0)$ и $f`(x) > 0$ на интервале $(x_0; b)$, то точка x_0 является точкой минимума функции *f***



построение

Достаточные условия выпуклости и вогнутости графика функции

Т е о р е м а. **Пусть функция *f(x)*, *x*∈ *(a;b)*, имеет первую и вторую производные. Тогда, если $f``(x) < 0$ для всех *x*∈*(a;b)*, то на интервале *(a;b)* график функции *f(x)* *выпуклый вверх*, если же $f``(x) > 0$ для всех *x*∈*(a;b)*, то график функции *f(x)* *выпуклый вниз* на *(a;b)*.**



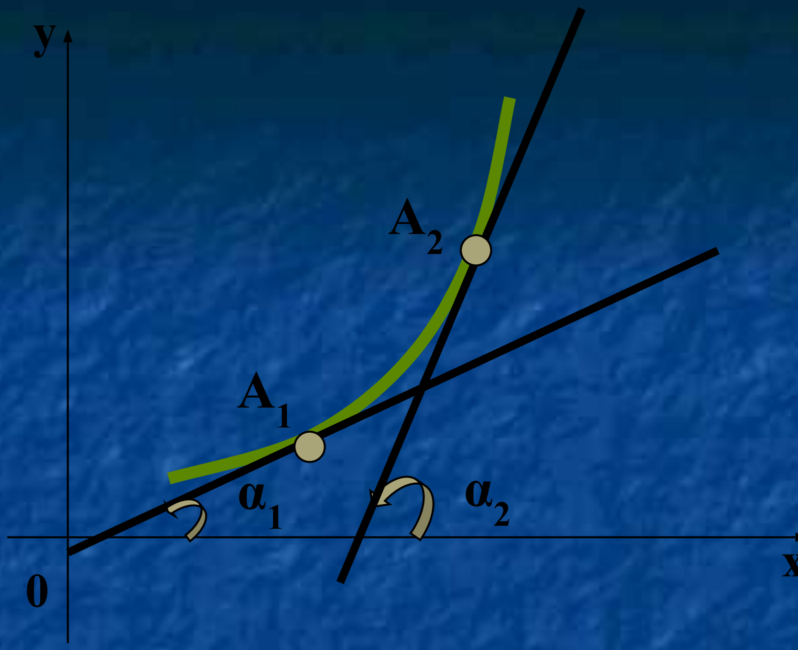


График выпуклый

α - убывает

tg α - убывает

f `(x) – убывает

f ``(x) < 0

График вогнутый

α - возрастает

tg α - возрастает

f `(x) – возрастает

f ``(x) > 0

Точки перегиба

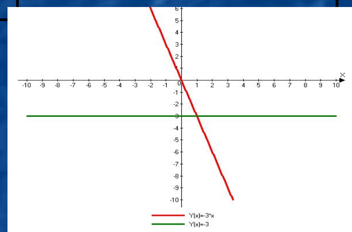
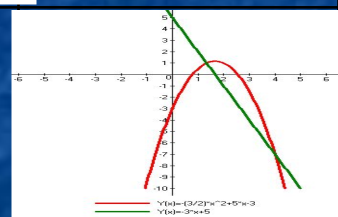
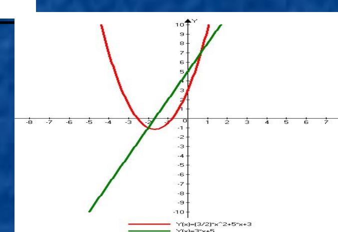
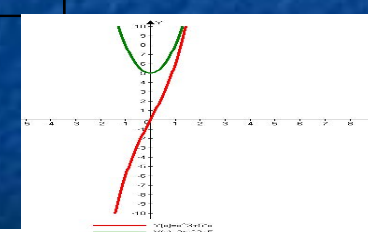
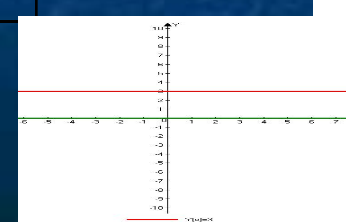
1) **Найти критические точки функции по второй производной.**
2) **Исследовать знак второй производной в некоторой окрестности критический точки.**

Если $f''(x)$ меняет свой знак при переходе аргумента через критическую точку x_0, то $(x_0; f(x_0))$ - точка перегиба графика данной функции

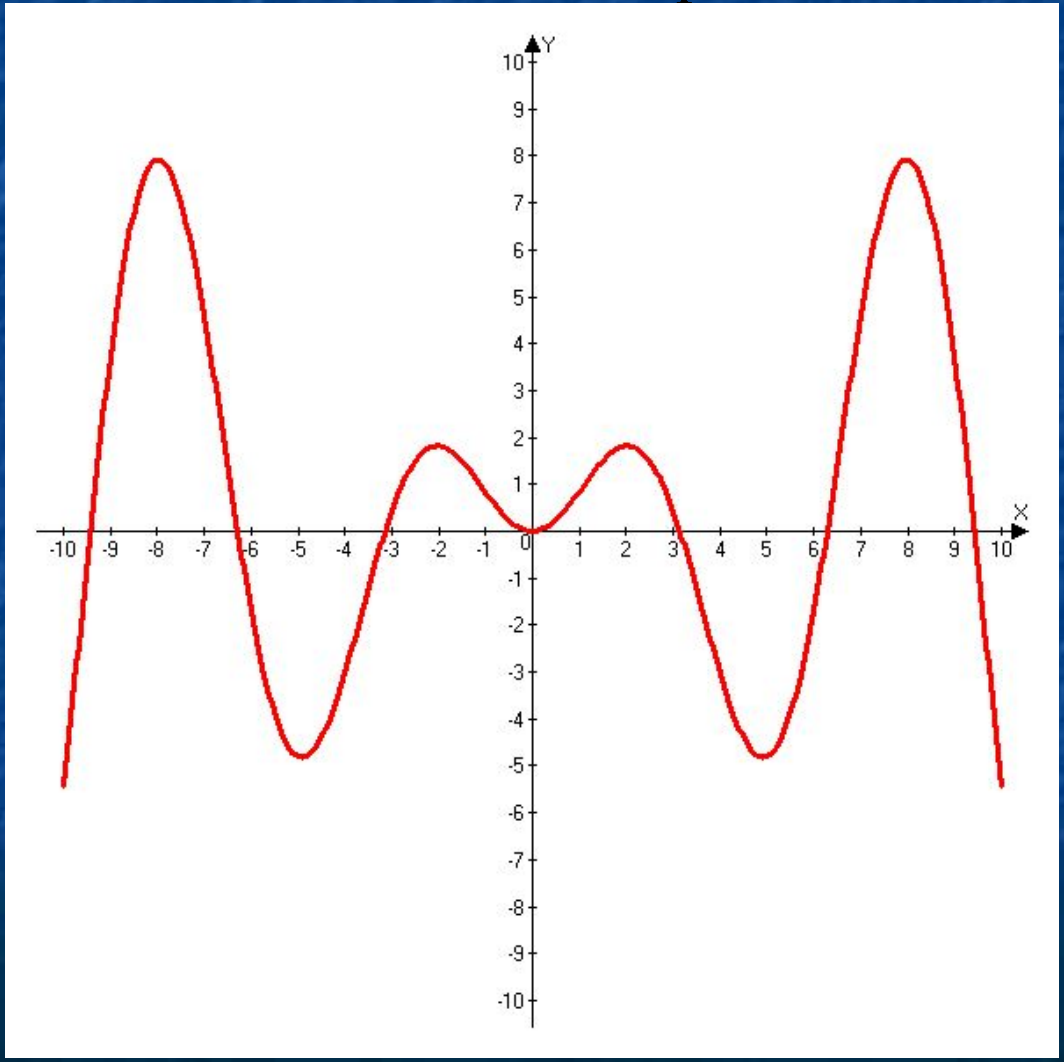
II этап. Обобщение и систематизация знаний и способов деятельности

Задание для всех учащихся.

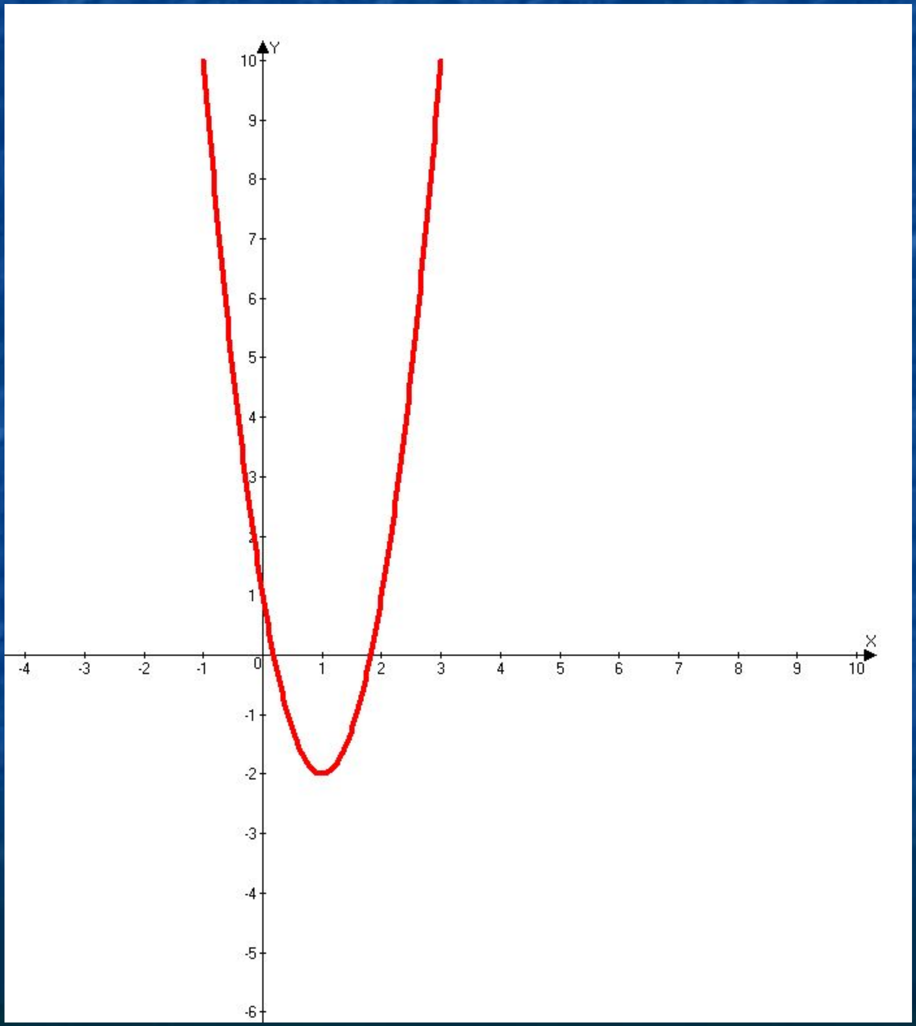
Заполните таблицу

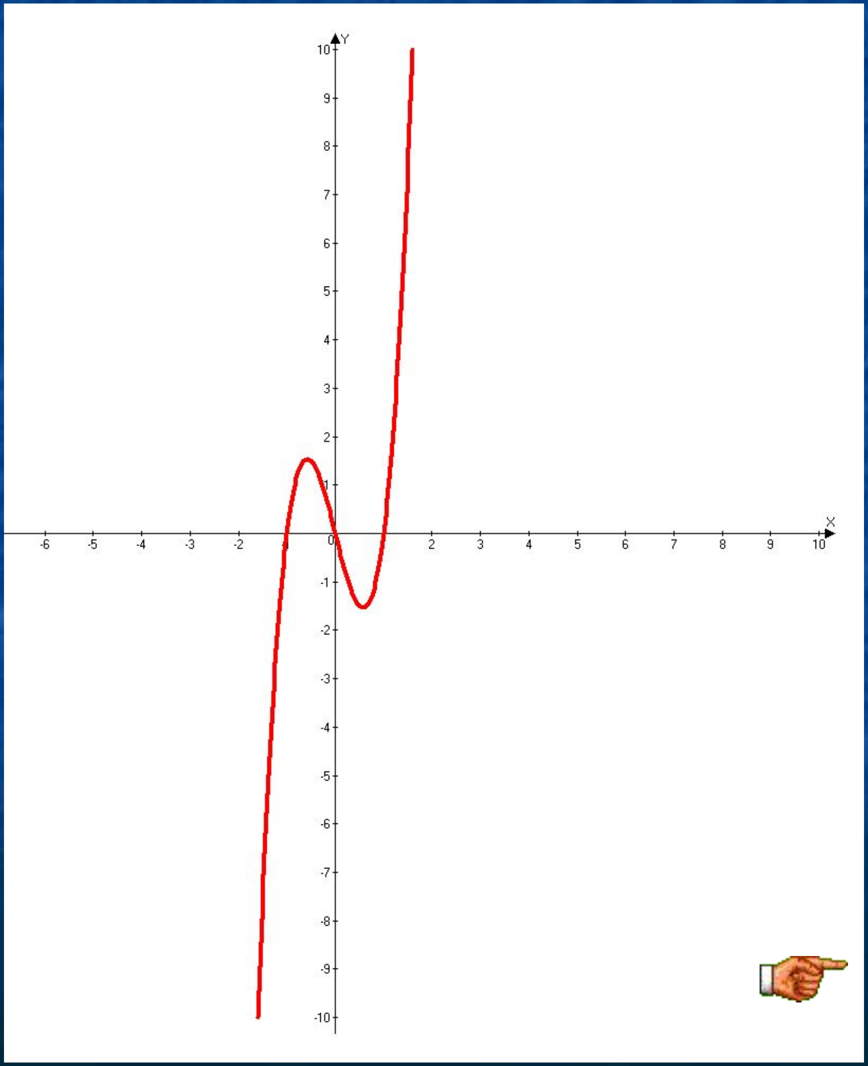
если / то y	Монотонно убывает	Имеет максимум во внутренней точке	Имеет минимум во внутренней точке	Постоянна	Монотонно возрастает
$y' = -3$					
$y' = -3x+5$					
$y' = 3x+5$					
$y' = 3x^2+5$					
$y' = 0$					

№2 По графику производной некоторой функции укажите интервалы, на которых функция монотонно возрастает, убывает, имеет максимум, имеет минимум, имеет перегиб.,



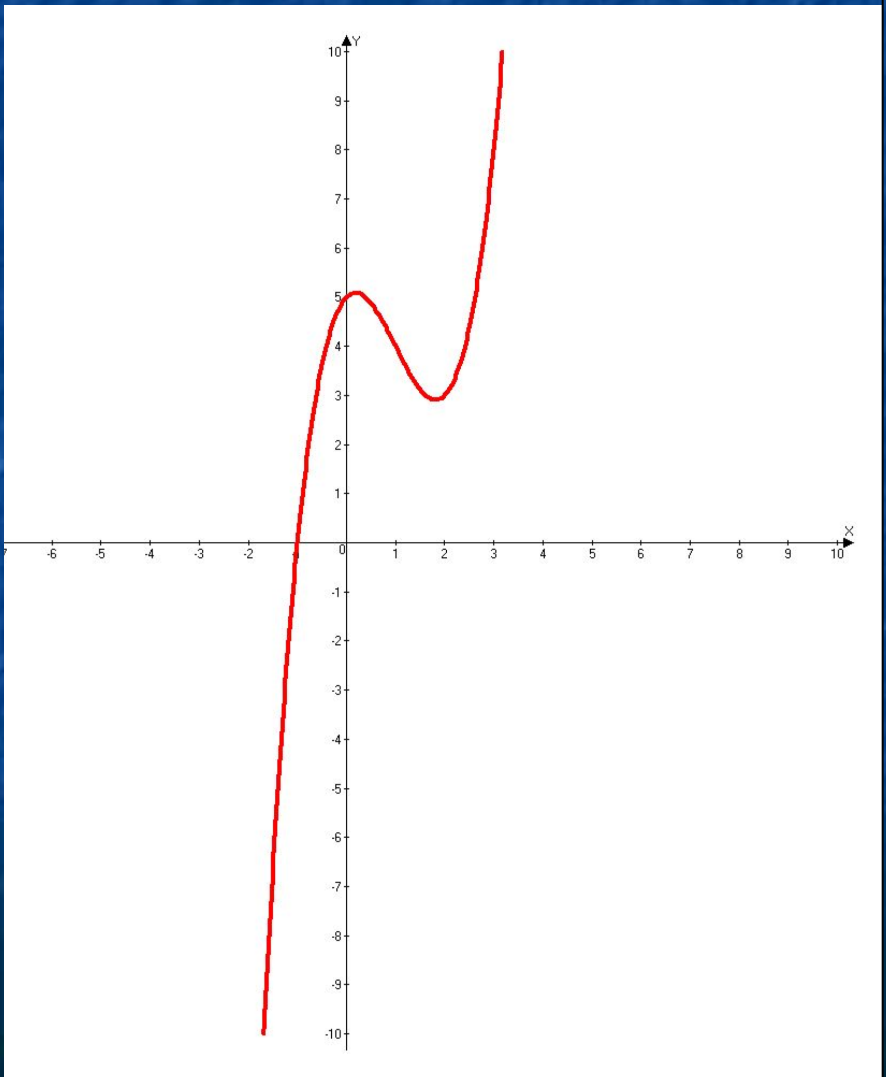
3. На рисунке изображён график производной функции $y = f(x)$. Сколько точек максимума имеет эта функция?



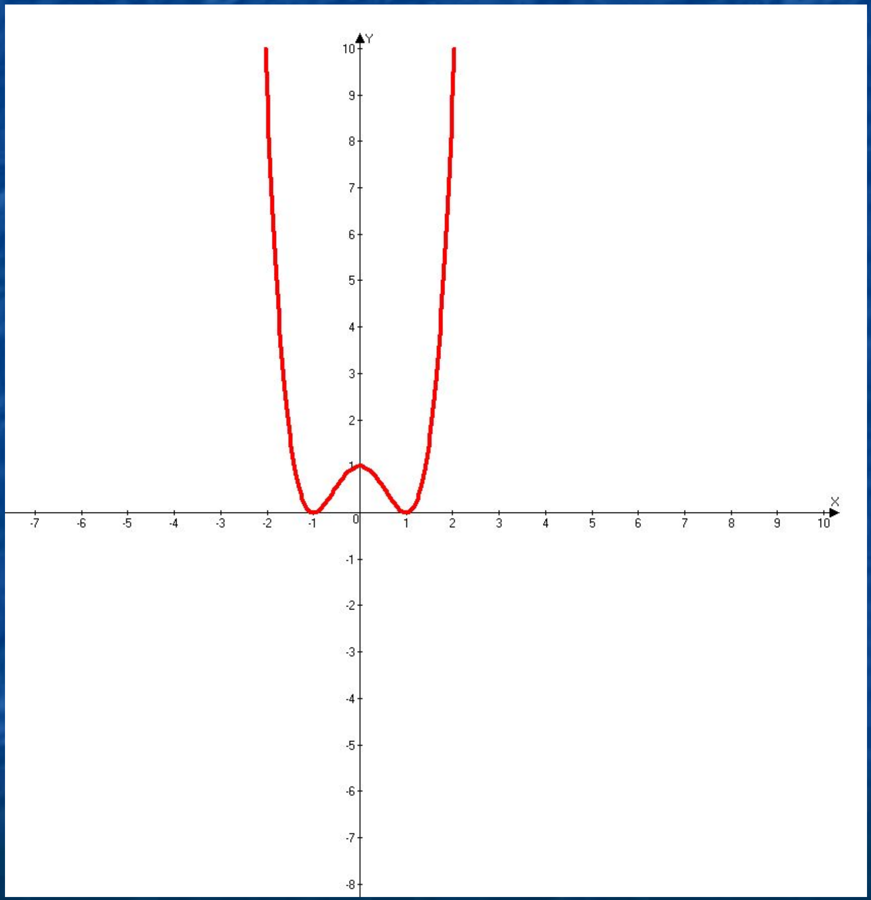


Ответы

$y = x^3 - 3x^2 + x + 5$



$y = (x^2 - 1)^2$

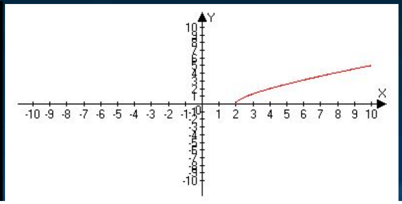


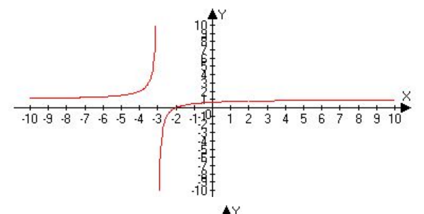
III этап. Усвоение образца комплексного применения ЗУН.

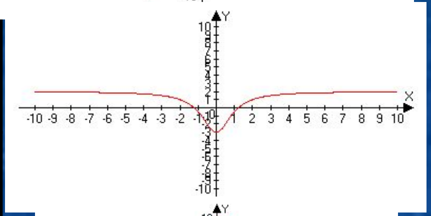
1.	**Какова область определения функции?**
2.	**Найдите область определения функции.** $y=\sqrt{(x-2)\sqrt{x}}$
3.	**Найдите множество значений функции.** $y=\frac{x^2-4}{x^2+x-6}$
4.	**Найдите область значений функции.** **$y = 10 - 2x^2$** $y=\frac{2x^2}{x^2+1}$
5.	**В каких точках график функции $y = x^2 + 1$ пересекает ось абсцисс?**
6.	**Является ли функция чётной или нечётной?**
7.	**Может ли функция обращаться в нуль?**

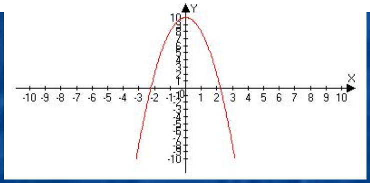
$$y=\frac{x^2+9}{3x}$$

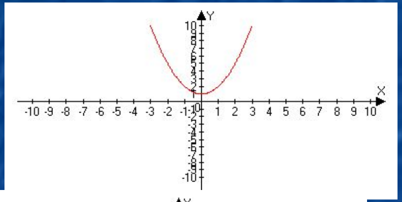
$$y=\frac{1}{x^2+2x}$$

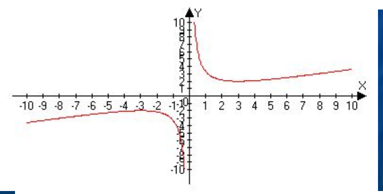


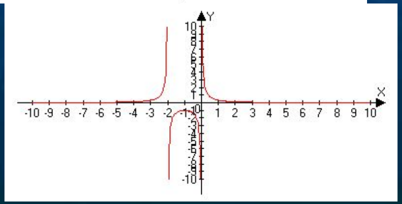












Исследовать функцию на выпуклость, вогнутость.

$$y = \frac{x}{x^2 - 4}$$

Мини - исследовательская работа

Выбери задание

1. $f(x)=(x+1)^3(x-2)$	**3.** $f(x)=\dfrac{x^2+5}{2-x}$	**5.** $f(x)=x^2\sqrt{1-2x}$
2. $f(x)=(x+2)^2(x-2)$	**4.** $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$	**6.** $f(x)=4x^2\sqrt{1-4x}$

Тест

Кроссворд

Подведение итогов урока.

Д о м а ш н е е   з а д а н и е

1. № 45, 41 (устно), 39 (31)

2. Определите, при каком значении параметра b максимум функции равен 3?

$$y = \frac{2b-1}{x^4+1}$$