

Графическое решение квадратных уравнений

Алгоритм решения уравнения вида $f(x)=g(x)$ графическим способом

- Рассмотрим две функции $y=f(x)$ и $y=g(x)$
- Построим график функции $y=f(x)$
- Построим график функции $y=g(x)$
- Найдём координаты точек пересечения построенных графиков;
абсциссы этих точек – корни уравнения $f(x)=g(x)$

Решить уравнение: $x^2-2x-3=0$

1. Рассмотрим функции $y=x^2-2x-3$ и $y=0$

2. Построим график функции $y=x^2-2x-3$ – функция квадратичная, графиком является парабола, ветви которой направлены вверх.

а) Найдём координаты вершины параболы $A(x_0; y_0)$: $a=1$;
 $b=-2$

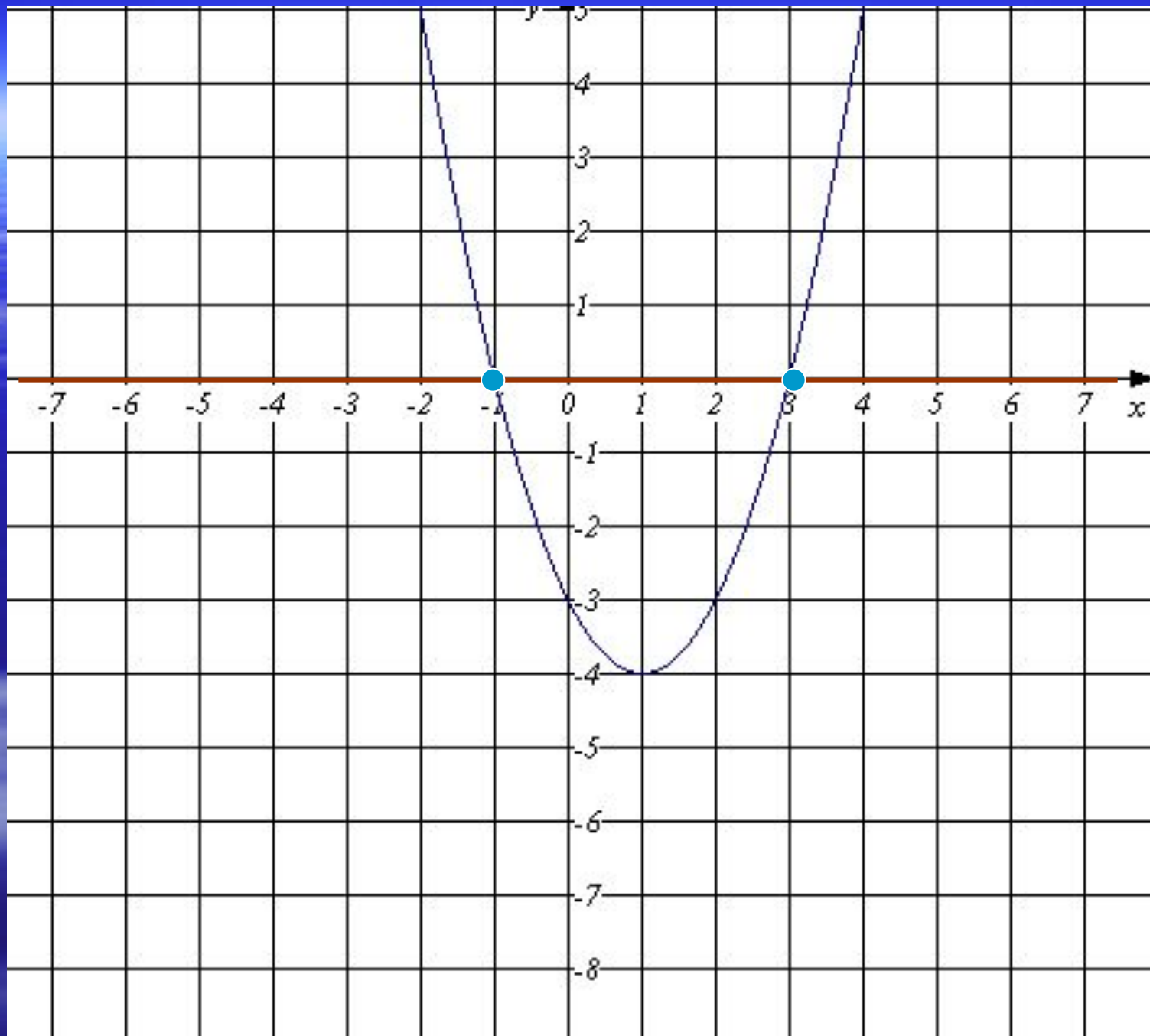
$$x_0 = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = 1 \quad y_0 = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4$$

б) Осью симметрии является прямая $x=1$

3. Построим график функции $y=0$. Графиком данной функции является ось x .

4. Найдём координаты точек пересечения графиков функций: $(-1; 0)$ и $(3; 0)$. Значит решением уравнения являются их абсциссы.

Ответ: $-1; 3$.



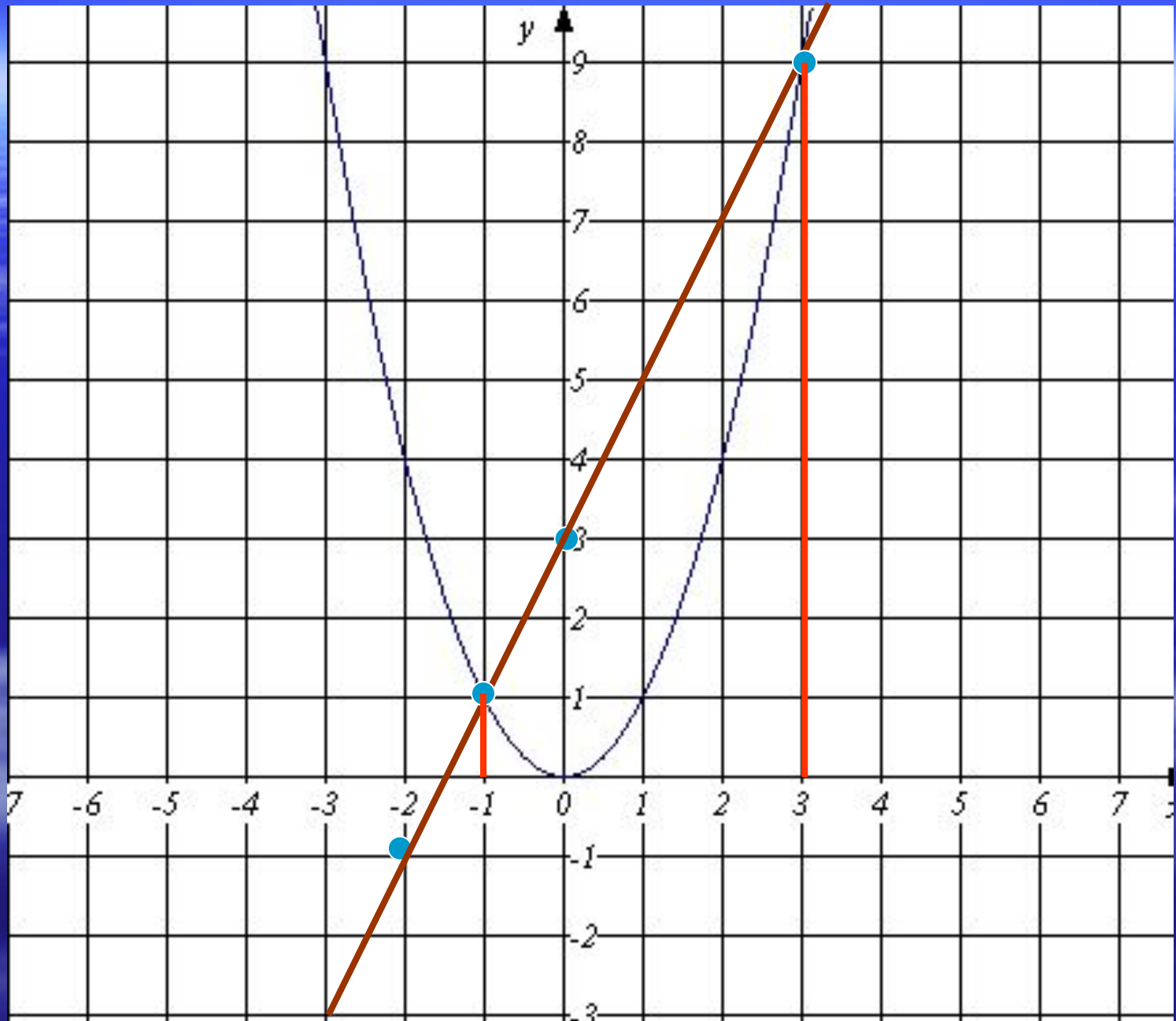
Решить уравнение: $x^2 - 2x - 3 = 0$

Второй способ:

Преобразуем уравнение $x^2 - 2x - 3 = 0$ к виду $x^2 = 2x + 3$

1. Рассмотрим функции $y = x^2$ и $y = 2x + 3$
2. Построим график функции $y = x^2$
3. Построим график функции $y = 2x + 3$ – функция линейная, графиком является прямая
4. Найдём координаты точек пересечения:
 $(-1; 1)$ и $(3; 9)$. Значит решением данного уравнения являются абсциссы точек пересечения.

Ответ: $-1; 3$.



Решить уравнение: $x^2 - 2x - 3 = 0$

Третий способ:

Преобразуем уравнение к виду $x^2 - 3 = 2x$.

1. Рассмотрим функции $y = x^2 - 3$ и $y = 2x$.

2. Построим график функции $y = x^2 - 3$

а) Данная функция получена из функции $y = x^2$

б) Построим график функции $y = x^2$:

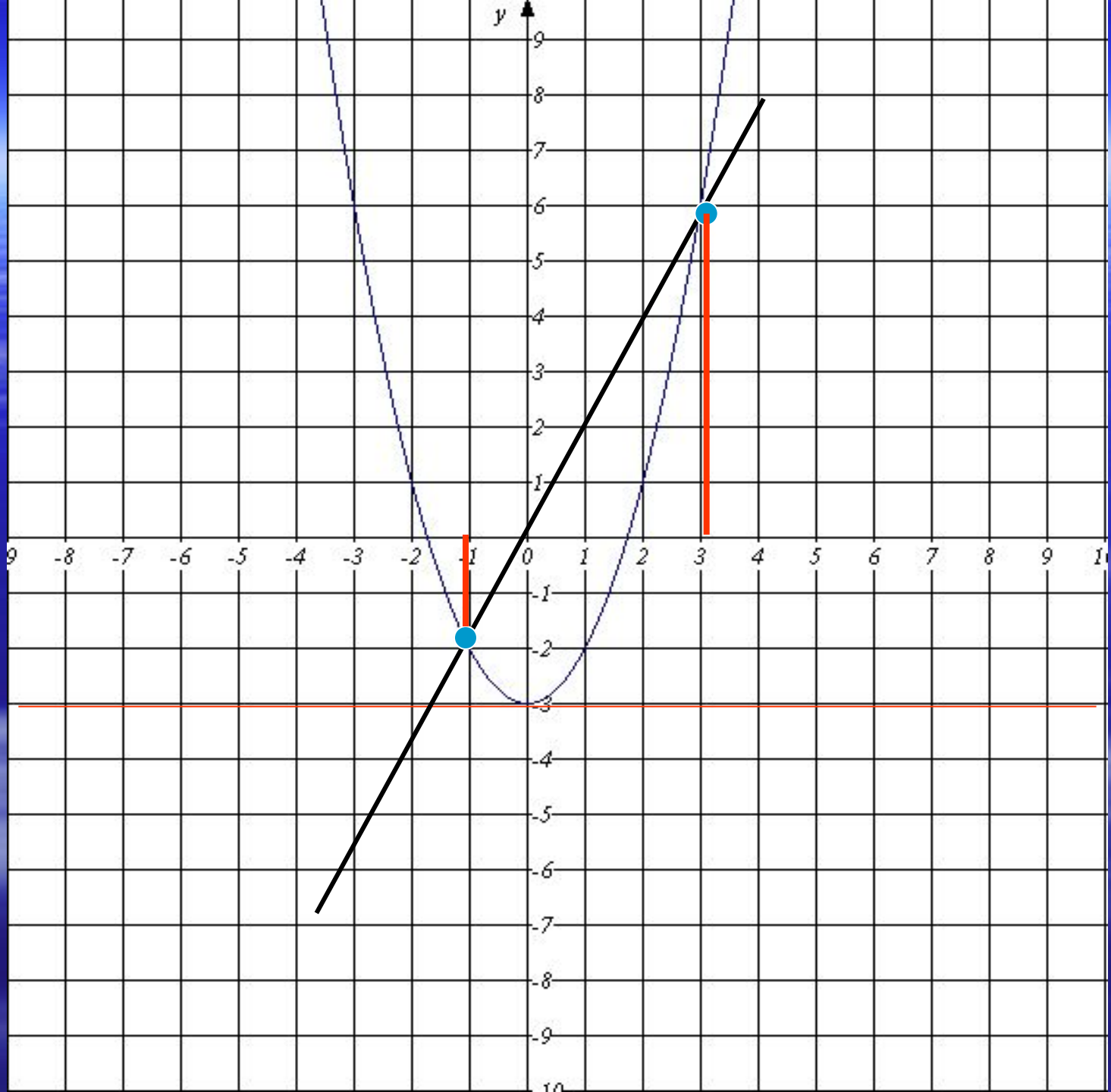
в) Переместим начало системы координат на 3 единичных отрезка вниз вдоль оси y .

3. Построим график функции $y = 2x$ – функция прямая пропорциональность, графиком является прямая, проходящая через начало координат.

4. Найдём координаты точек пересечения:

$(-1; -2)$ и $(3; 6)$. Решением уравнения являются их абсциссы.

Ответ: $-1; 3$.



Проанализируем суть ЭТИХ способов:

- Первый способ: Строят график функции $y=ax^2+bx+c$ и находят точки его пересечения с осью x .
- Второй способ: Преобразуют уравнение к виду $ax^2=-bx-c$, строят параболу $y=ax^2$ и прямую $y=-bx-c$, находят точки их пересечения (корнями уравнения служат абсциссы точек пересечения, если, разумеется, таковые имеются)
- Третий способ: Преобразуем уравнение к виду $ax^2+c=-bx$, строят параболу $y=ax^2+c$ и прямую $y=-bx$; находят точки их пересечения