Графическое решение квадратных уравнений

Алгоритм решения уравнения вида f(x)=g(x) графическим способом

- Рассмотрим две функции y=f (x) и y=g (x)
- Построим график функции y=f (x)
- Построим график функции y=g (x)
- Найдём координаты точек пересечения построенных графиков;
  абсциссы этих точек – корни уравнения f(x)=g(x)

Решить уравнение: $x^2-2x-3=0$

1. Рассмотрим функции $y=x^2-2x-3$ и $y=0$

2. Построим график функции $y=x^2-2x-3$ – функция квадратичная, графиком является парабола, ветви которой направлены вверх.

а) Найдём координаты вершины параболы $A(x_0;y_0)$: $a=1$; $в=-2$

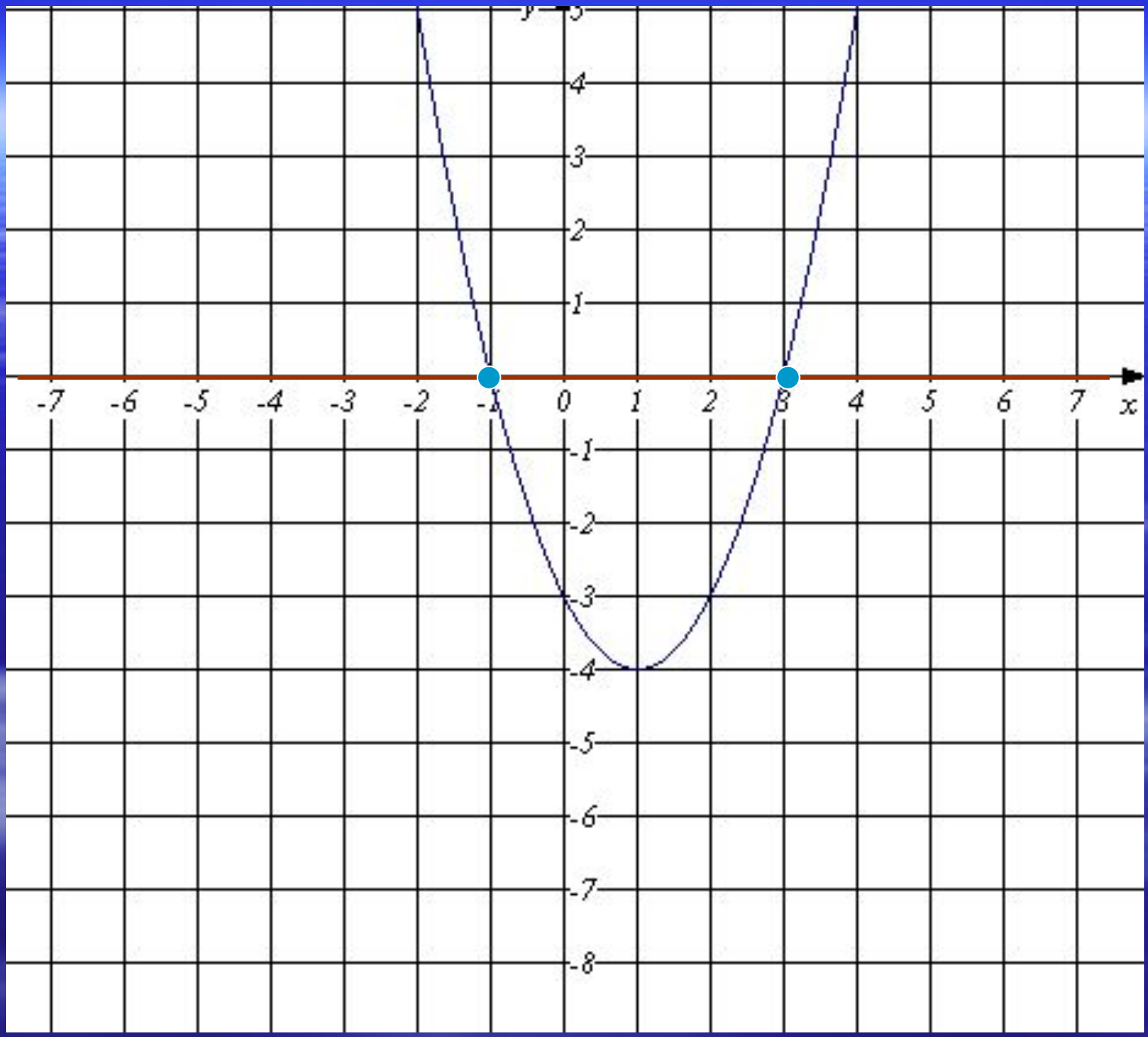
$X_0=\frac{-(-2)}{2\cdot 1}=1$ $У_0=1^2-2\cdot 1-3=-4$

б) Осью симметрии является прямая $x=1$

3. Построим график функции $y=0$. Графиком данной функции является ось x.

4.Найдём координаты точек пересечения графиков функций:**(-1;0) и (3;0).** Значит решением уравнения являются их абсциссы.

Ответ: -1;3.


y
x
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8

Решить уравнение: $x^2-2x-3=0$

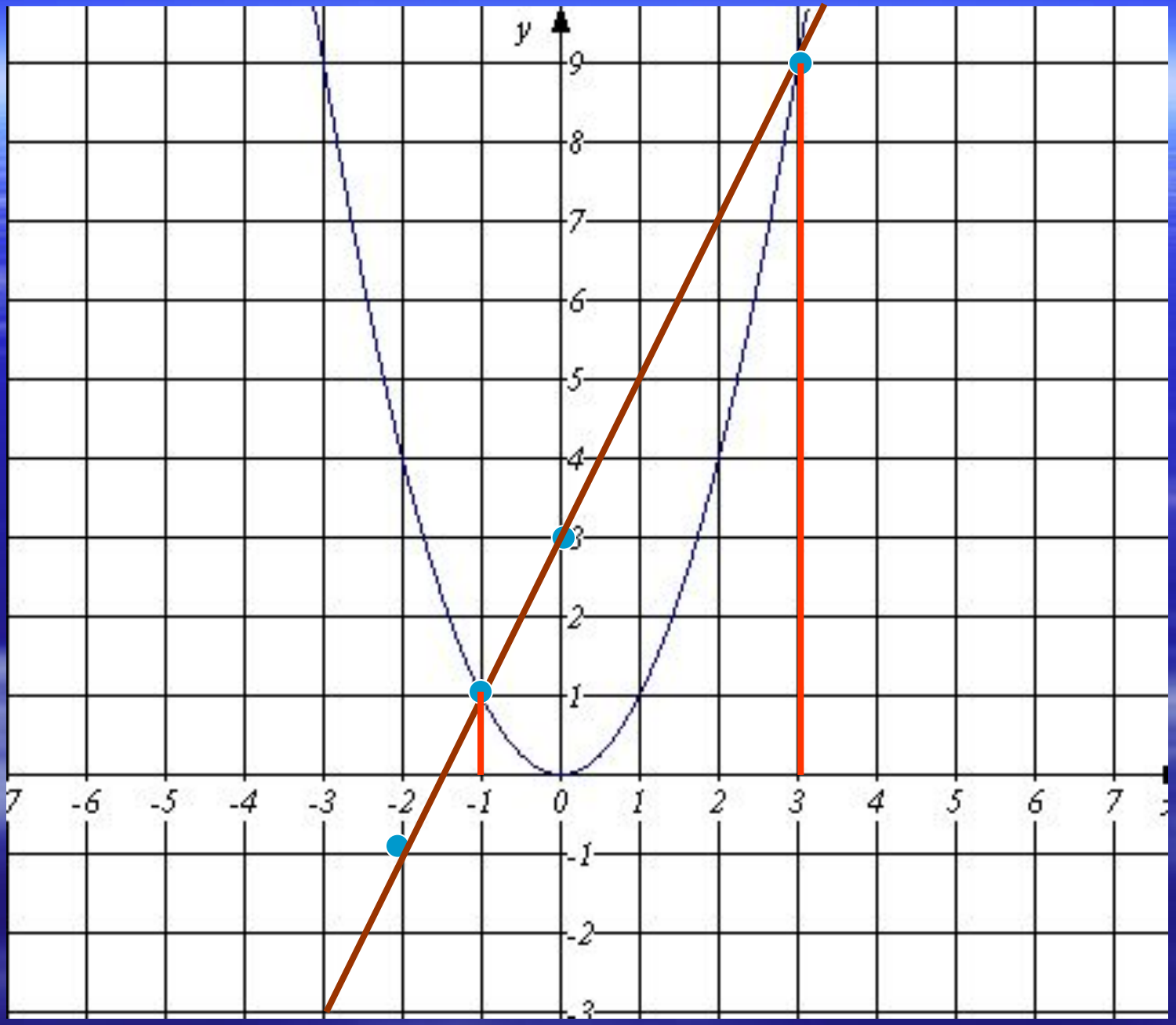
Второй способ:

Преобразуем уравнение $x^2-2x-3=0$ к виду $x^2=2x+3$

1. Рассмотрим функции $y=x^2$ и $y=2x+3$
2. Построим график функции $y=x^2$
3. Построим график функции $y=2x+3$ – функция линейная, графиком является прямая
4. Найдём координаты точек пересечения:

(-1;1) и (3;9). Значит решением данного уравнения являются абсциссы точек пересечения.

Ответ: -1; 3.


y
9
8
7
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7

Решить уравнение: $x^2-2x-3=0$

Третий способ:

Преобразуем уравнение к виду $x^2-3 = 2x$.

1. Рассмотрим функции $y = x^2-3$ и $y = 2x$.
2. Построим график функции $y = x^2-3$

   а) Данная функция получена из функции $y = x^2$

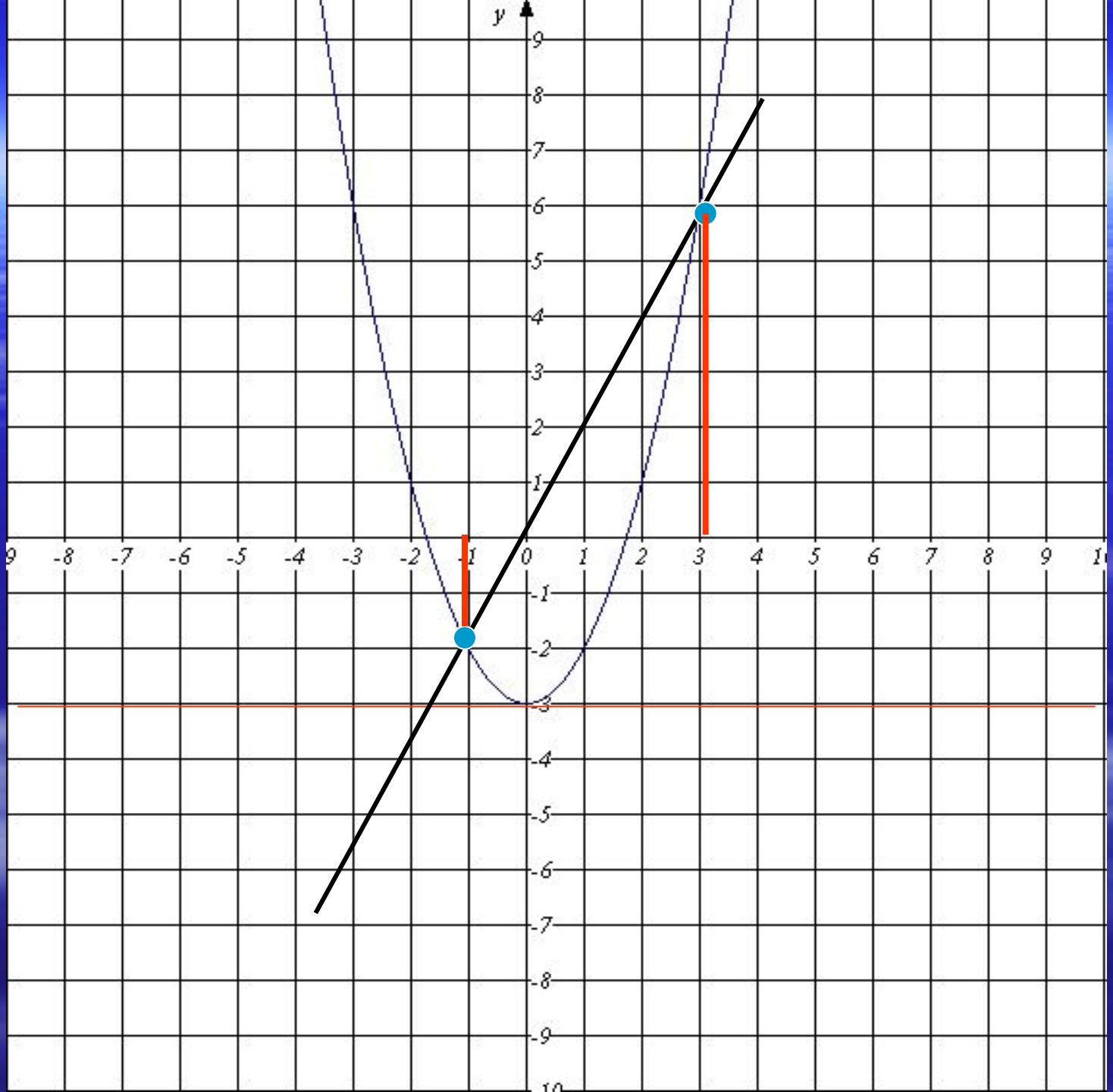
   б) Построим график функции $y = x^2$:

   в) Переместим начало системы координат на 3 единичных отрезка вниз вдоль оси y.

3. Построим график функции $y = 2x$ – функция прямая пропорциональность, графиком является прямая, проходящая через начало координат.
4. Найдём координаты точек пересечения:

   (-1;-2) и (3;6). Решением уравнения являются их абсциссы.

   Ответ: -1; 3.


y
9
8
7
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-9
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

Проанализируем суть этих способов:

- Первый способ: Строят график функции $y=ax^2+bx+c$ и находят точки его пересечения с осью x .
- Второй способ: Преобразуют уравнение к виду $ax^2=-bx-c$, строят параболу $y=ax^2$ и прямую $y=-bx-c$, находят точки их пересечения(корнями уравнения служат абсциссы точек пересечения, если, разумеется, таковые имеются)
- Третий способ: Преобразуем уравнение к виду $ax^2+c=-bx$, строят параболу $y=ax^2+c$ и прямую $y=-bx$; находят точки их пересечения