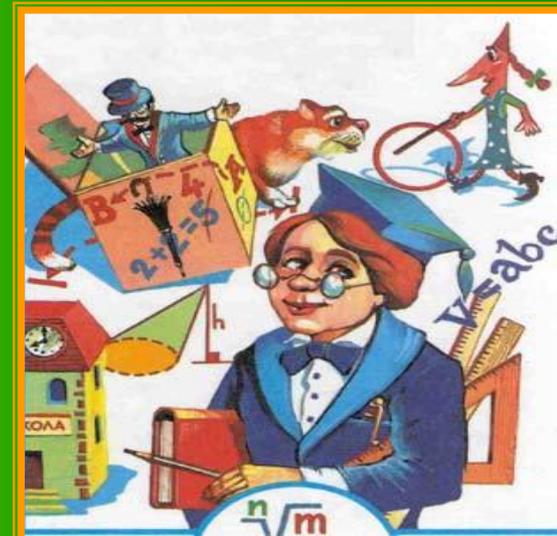


# ***Квадратное уравнение и его корни***



***Учитель математики  
Иванисова З.А.***

- ***Знать:*** определение квадратного уравнения, различные способы решения квадратных уравнений
- ***Уметь:*** верно и рационально решать квадратные уравнения.





Квадратным уравнением называется уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$  где  $x$  – переменная,  $a$ ,  $b$  и  $c$  – некоторые числа, причём  $a \neq 0$ .

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Первый  
коэффициент

Второй  
коэффициент

Свободный  
член

# Классификация.

## Квадратные уравнения.

неполное

$$c = 0; \\ a x^2 + b x = 0$$

$$b = 0; c = 0; \\ a x^2 = 0$$

$$b = 0; \\ a x^2 + c = 0$$

полное

$$a x^2 + b x + c = 0$$

приведённое

$$x^2 + p x + q = 0$$

# Полное квадратное уравнение

•  $ax^2 + bx + c = 0,$



**a, b, c** - заданные числа,

**a** ≠ 0, **x** - переменная.

**a** - первый коэффициент,

**b** - второй коэффициент,

**c** - свободный член.

# Корни квадратного уравнения

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



- Выражение  $D = b^2 - 4ac$  называют **дискриминантом** квадратного уравнения.
- Если  $D < 0$ , то уравнение **не имеет действительных корней**;
- если  $D = 0$ , то уравнение **имеет один действительный корень**;
- если  $D > 0$ , то уравнение **имеет два действительных корня**  
В случае, когда  $D = 0$ , иногда говорят, что квадратное уравнение **имеет два одинаковых корня**.

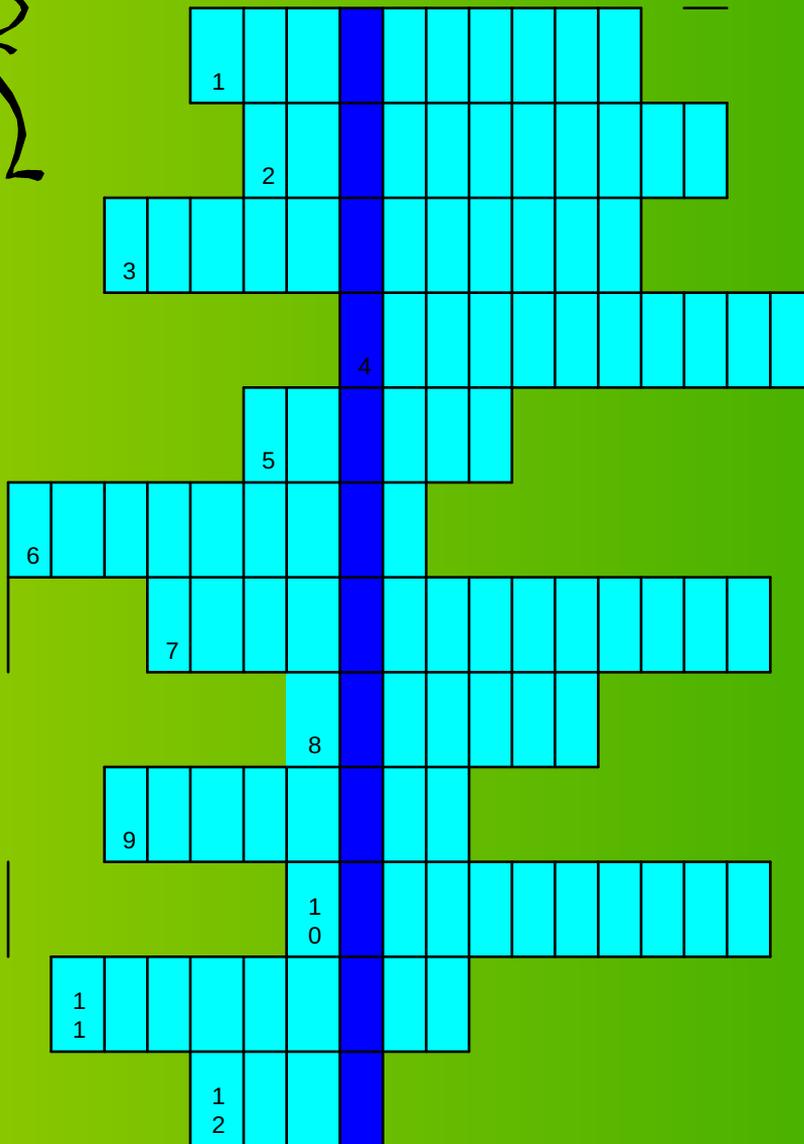
Когда уравнение решаешь, дружок,  
Ты должен найти у него корешок.  
Значение буквы проверить несложно,  
Поставь в уравнение его осторожно.  
Коль верное равенство выйдет у вас,  
То корнем значение зовите тотчас.  
О. Севастьянова



Девиз урока

*Научился сам -  
научи другого.*

# Кроссворд

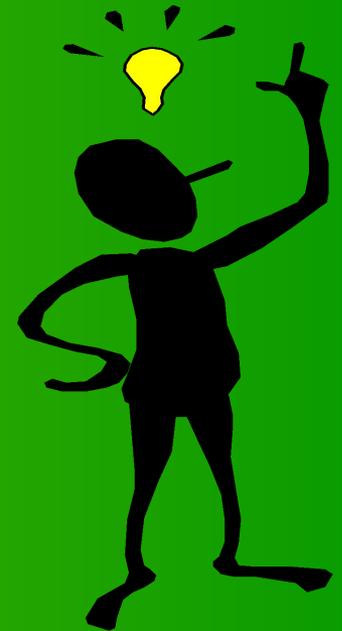


- 1. Уравнение вида  $ax^2+bx+c=0$
- 2. Квадратные уравнения, у которых первый коэффициент равен 1.
- 3. Уравнения с одной переменной, имеющие одни и те же корни.
- 4. Числа  $a, b$  и  $c$  в квадратном уравнении.
- 5. Значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство.
- 6. Равенство, содержащее неизвестное.
- 7. Неотрицательное значение квадратного корня.
- 8. Древнегреческий математик, который нашел приемы решения квадратных уравнений без обращения к геометрии.
- 9. Квадратное уравнение, в котором хотя бы один из коэффициентов  $b$  или  $c$  равен 0.
- 10. «Дискриминант» - по-латыни.
- 11. Коэффициент с квадратного уравнения.
- 12. Французский математик, который вывел формулы, выражающие зависимость корней уравнения от его коэффициентов.
- Если вы разгадаете этот кроссворд верно, то сможете в выделенном вертикальном столбце прочитать термин, относящийся к теме.



# Ответы к кроссворду:

- 1. Квадратное.
- 2. Приведенное.
- 3. Равносильное.
- 4. Коэффициент.
- 5. Корень.
- 6. Уравнение.
- 7. Арифметический.
- 8. Диофант.
- 9. Неполное.
- 10. Различитель.
- 11. Свободный.
- 12. Виет.
- В выделенном столбце : ДИСКРИМИНАНТ



# История квадратных уравнений

- Квадратные уравнения умели решать еще вавилоняне. Это было связано с решением задач о нахождении площадей земельных участков, а также с развитием астрономии.
- Простые уравнения люди научились решать более трех тысяч лет назад в Древнем Египте, Вавилоне и только 400 лет назад научились решать квадратные уравнения.
- Какие ученые – математики занимались изучением уравнений, их классификацией, способами решения?



# Математическое «Поле чудес»

А	$3x^2 - 2x - 5 = 0$	1. Какое уравнение можно решать извлечением квадратных корней?
Д	$x^2 = 5$	2. Какое уравнение решается вынесением общего множителя за скобки?
И	$7x^2 + 14x = 0$	3. Какое уравнение можно решить, представляя в виде квадрата двухчлена?
Н	$x^2 + 5x + 4 = 0$	4. В каком уравнении надо применять общую формулу корней?
О	$x^2 + 4x + 4 = 0$	5. Какое уравнение решается по формуле, используя четный второй коэффициент?
Т	$x^2 - 4 = 0$	6. Какое уравнение удобно решать по теореме Виета?
Ф	$2x^2 - 11x + 5 = 0$	7. Какое уравнение можно решить разложением разности квадратов?

# Самостоятельная работа

Критерии оценки:

Оценка «3» -5-6 уравнений;

Оценка «4» -7-8 уравнений;

Оценка «5» -9-10 уравнений;

Карточка

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 + 6x = 0$$

$$5x^2 - 7x = 0$$

$$5x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$x^2 - 7x - 8 = 0$$

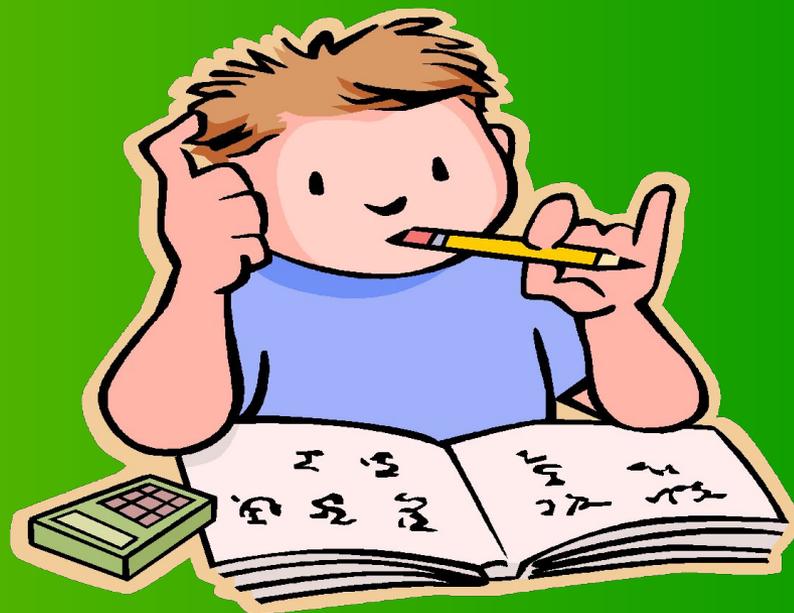
$$12 - x^2 = 11$$

$$5x + 2 = 2 - 2x^2$$

$$6x + x - 1 = 0$$

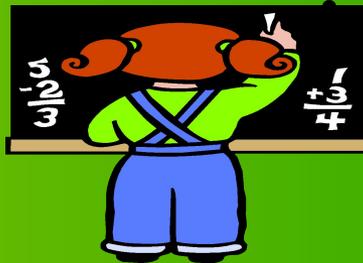
$$(10x - 4)(3x + 4) = 0$$

$$x(x - 5) = -4$$



# Тест.

- 1....уравнением называется уравнение  $ax^2+bx+c=0$ , где  $a$ ,  $b$ ,  $c$ -заданные числа,  $a \neq 0$ ,  $x$ -неизвестное.
- 2.Если  $ax^2+bx+c=0$ -квадратное уравнение ( $a \neq 0$ ), то  $b$  называют...
- 3.Корни квадратного уравнения  $ax^2+bx+c=0$  вычисляют по формуле....
- 4. Квадратное уравнение  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) имеет два различных действительных корня, если  $b^2-4ac > 0$ .
- 1.Если  $ax^2+bx+c=0$  – квадратное уравнение, то  $a$  называют ... коэффициентом,  $c$  - ... членом.
- 2.Корни квадратного уравнения  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) вычисляют по формулам ...
- 3. Уравнение вида  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) называют ... квадратным уравнением.
- 4.Квадратное уравнение  $ax^2+bx+c=0$  не имеет действительных корней, если  $b^2-4ac < 0$ .



# Ответы к тесту.

- 1.Квадратным
- 2.вторым коэффициентом

- 3.  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- 4.>

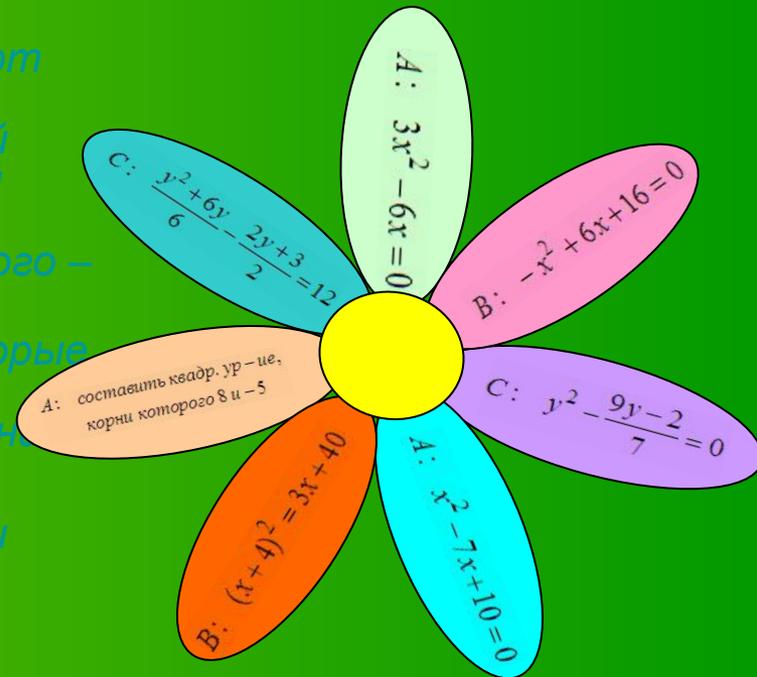
- 1.первым, свободным членом

- 2.  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$        $x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$ .

- 3.полным
- 4.<.

# Решение квадратных уравнений

- «Предмет математики настолько серьёзен, что полезно не упускать случая делать его немного занимательным.» Паскаль
- В древней Индии были распространены публичные соревнования в решении задач. Такие задачи составлял знаменитый индийский математик XII века. Его имя мы узнаем следующим образом:
- Каждый получает один из 7 лепестков.
- Игра проходит следующим образом: Ребята решают задания под своим цветом. Сумма ответов на лепестках зеленого цвета соответствует первой букве имени ученого, Светло-коричневого – второй букве, голубого – третьей букве, оранжевого – четвертой букве, розового – пятой букве, бирюзового – шестой букве, сиреневого – седьмой букве.
- На табло записаны буквы и под ними ответы, которые соответствуют этим буквам. Группа учащихся с лепестками одного цвета называет свой ответ и на табло находит соответствующую букву.



В результате на доске вывешивается по одной букве и получается имя ученого

Б	А	С	Х	А	Р	К
2	7	3	-5	0	1 2/7	6

## Творческое задание

Вот одна из задач индийского математика XIII в. Бхаскары  
Составьте к стихотворению уравнение и упростите его:



Обезьянок резвых стая  
всласть поевши,  
развлекаясь.  
Их в квадрате часть  
восьмая  
на поляне забавлялась.  
А 12 по лианам.....  
Стали прыгать, повисая.  
Сколько было обезьянок,  
**Ты скажи мне, в этой стае?**



Квадратные уравнения в Европе 13-17 в.в  
Формулы решения квадратных уравнений в Европе  
были впервые изложены в 1202 г. итальянским  
математиком Леонардом Фибоначчи.

# Алгоритм решения квадратного уравнения

1) Выполнить тождественные преобразования: перенесение выражения из правой части в левую, меняя знаки; деление обеих частей уравнения на одно и то же число; применение тождеств сокращенного умножения, приведение подобных членов, запись уравнения в стандартном виде.

2) Выделить в уравнении коэффициенты.

3) Вычислить дискриминант.

Если  $D > 0$ , то вычислить корни по общей формуле

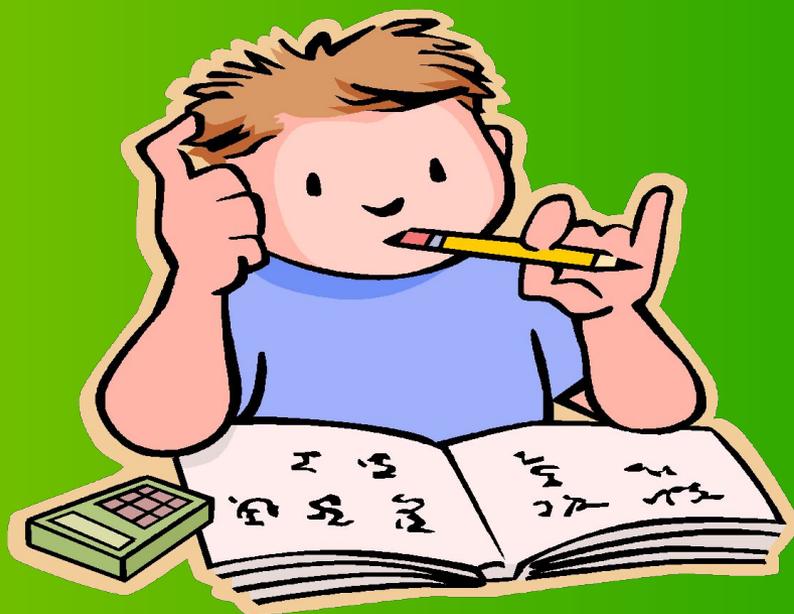
Если  $D = 0$ , то вычислить корни по общей формуле

Если  $D < 0$ , то корней нет

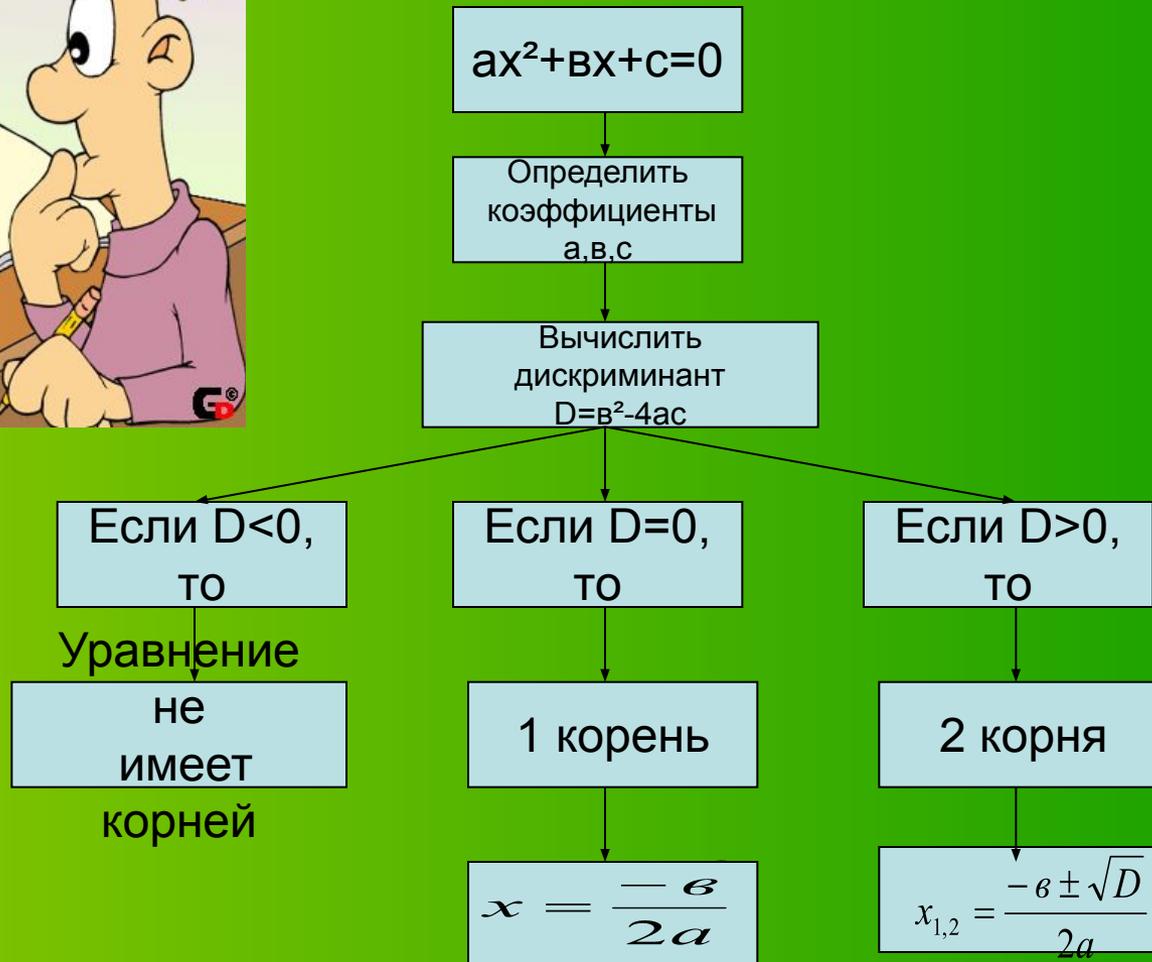
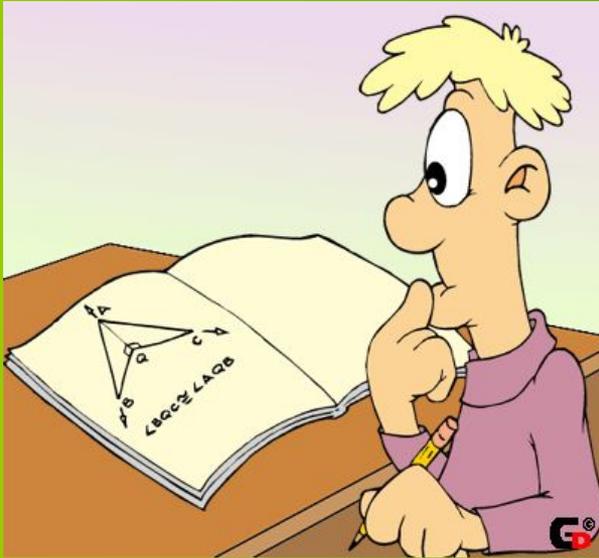


Решите уравнение по алгоритму:

$$4x^2 - 10 = 4x - 2x^2$$



# Алгоритм решения квадратного уравнения:





## Решение квадратных уравнений с параметром

1. Решите относительно  $x$  уравнение:  $x^2 - ax = 0$
2. Найдите значение  $m$ , при котором квадратное уравнение  $3x^2 - 2mx - m + 6 = 0$ , имеет один корень



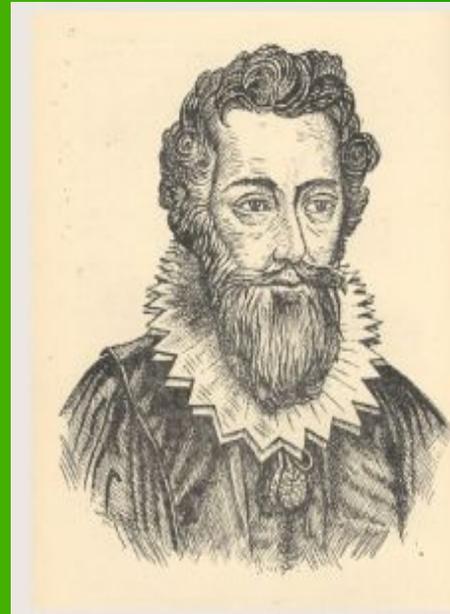
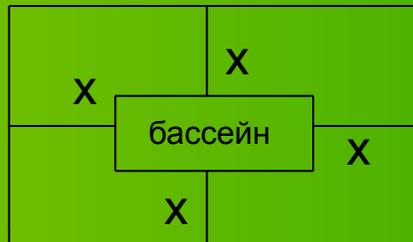
## Работа с учебником.

Вычислите дискриминант уравнения  $3x^2 - 18x - 21 = 0$ .  
Это и есть номер в учебнике



# Задания по выбору Франсуа Виет

- Составьте квадратное уравнение по данным их корней:
- А) 2 и -3
- Б)  $2 - \sqrt{2}$  и  $2 + \sqrt{2}$
- В) два положительных корня
- Г) один отрицательный и один положительный корень
- Решите тест:
- Детский бассейн прямоугольной формы со сторонами 4 м и 5 м обрамлен дорожкой одинаковой ширины. Бассейн вместе с дорожкой занимает площадь, равную 56 м<sup>2</sup>. Какова ширина дорожки? Выберите уравнение соответствующее условию задачи
- А)  $(4+x)(5+x) = 56$
- Б)  $4(5+2x) = 56$
- В)  $5(4+2x) = 56$
- Г)  $(4+2x)(5+2x) = 56$

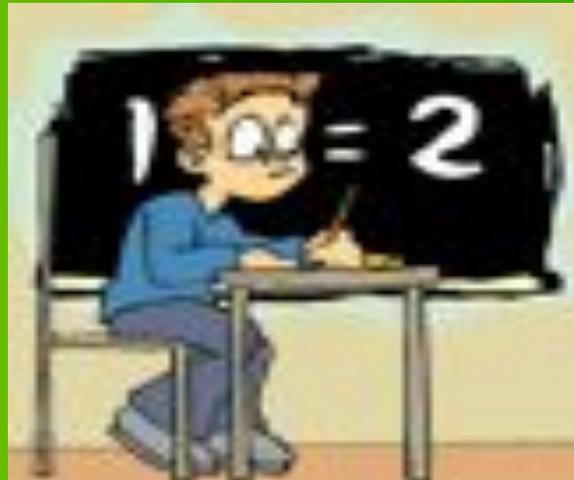


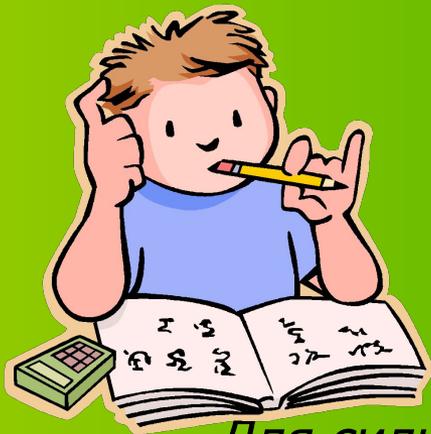
Пусть вспомнится  
известный всем  
Виет,  
открывший формулу  
для уравнения.

- По праву достойна в стихах быть воспета
- О свойствах корней теорема Виета.
- Что лучше, скажи постоянства такого:
- Умножишь ты корни – и дробь уж готова.
- В числителе **c**, в знаменателе **a**,
- А сумма корней тоже дроби равна
- Хоть с минусом дробь, что за беда,
- В числителе **b**, в знаменателе **a**.

# Нестандартная задача.

- Участники совещания обменялись рукопожатиями, и кто-то подсчитал, что всех рукопожатий было 66. Сколько человек явилось на заседание?





## Домашнее задание

*Для сильных учащихся, решить всеми возможными способами уравнение*

$$3x^2 + 5 = 6x + 2x^2$$

*Остальные ученики решают уравнение  $x^2 - 8x + 7 = 0$ , всеми возможными или хотя бы одним способом.*

*Всем: составить квадратное уравнение:  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 5$ ,  
или  $x_1 = 1 + \sqrt{2}$ ,  $x_2 = 1 - \sqrt{2}$ ,*



## Подведение итогов урока.

- *Вопросы классу:*
- *Ребята! Что мы сегодня узнали на уроке?*
- *В какой момент Вам было трудно? Почему?*
- *Что больше всего запомнилось и понравилось? Почему?*

Запомнили корни квадратного уравнения.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}.$$

Спасибо  
за работу  
на уроке