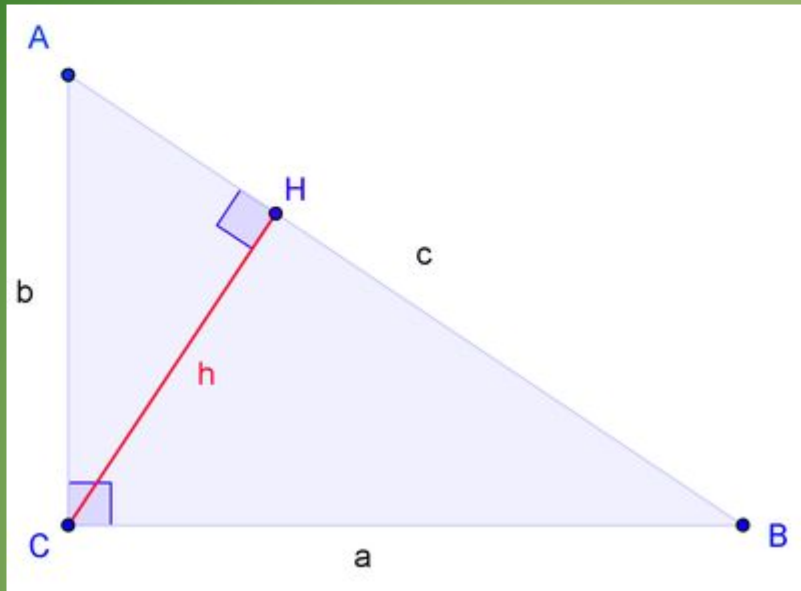
Доказательство теоремы Пифагора, основанного на теории подобия

Выполнил: Дедов Кирилл, 8В
Руководитель: Макарова Т.П.

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Доказательство через подобные треугольники.



Дано: ABC- прямоугольный треугольник

Доказать: $AB^2 = AC^2 + BC^2$

Доказательство

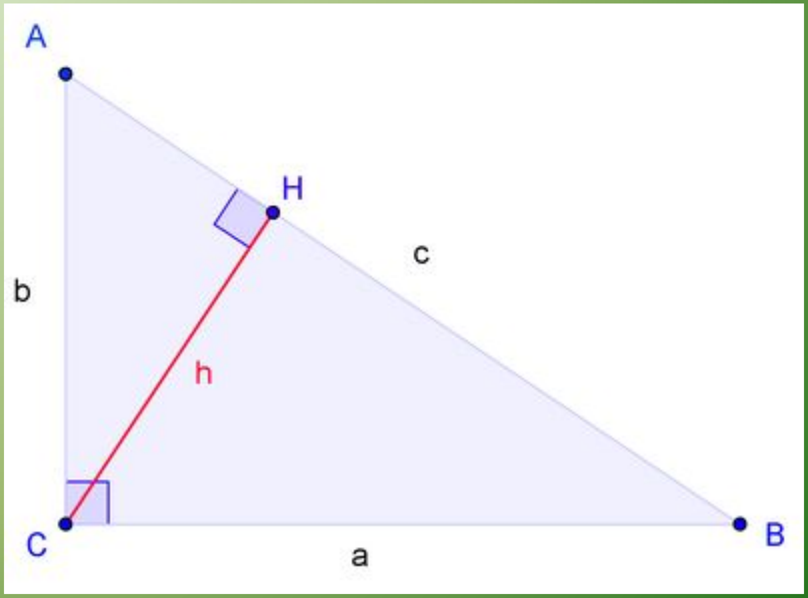
В прямоугольном треугольнике ABC проведем из вершины прямого угла высоту CH; тогда треугольник разобьется на два треугольника, также являющихся прямоугольными.

Треугольник *ACH* подобен треугольнику *ABC* по двум углам (*по первому признаку подобия: если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны*):
Треугольники ABC и ACH, кроме прямого угла, имеют общий угол A.

Аналогично, треугольник *CBH* подобен *ABC (общий угол B)*.
Малые треугольники также подобны друг другу, т.к. каждый из них подобен большому треугольнику.

Так как в подобных треугольниках соответственные стороны пропорциональны, то из подобия исходного треугольника и треугольника ACH следует
AH:AC=AC:AB, или AC^2 = AH·AB.

2



Пользуясь терминами теории пропорций:

В прямоугольном треугольнике каждый катет есть средняя пропорциональная между гипотенузой и прилежащим к этому катету отрезком гипотенузы.

Аналогичное равенство, относящиеся к другому катету, имеет вид

$BC^2 = HB \cdot AB$.

Сложив оба равенства, получим

$AC^2 + BC^2 = AH \cdot AB + BH \cdot AB = AB(AH + BH) = AB^2$.

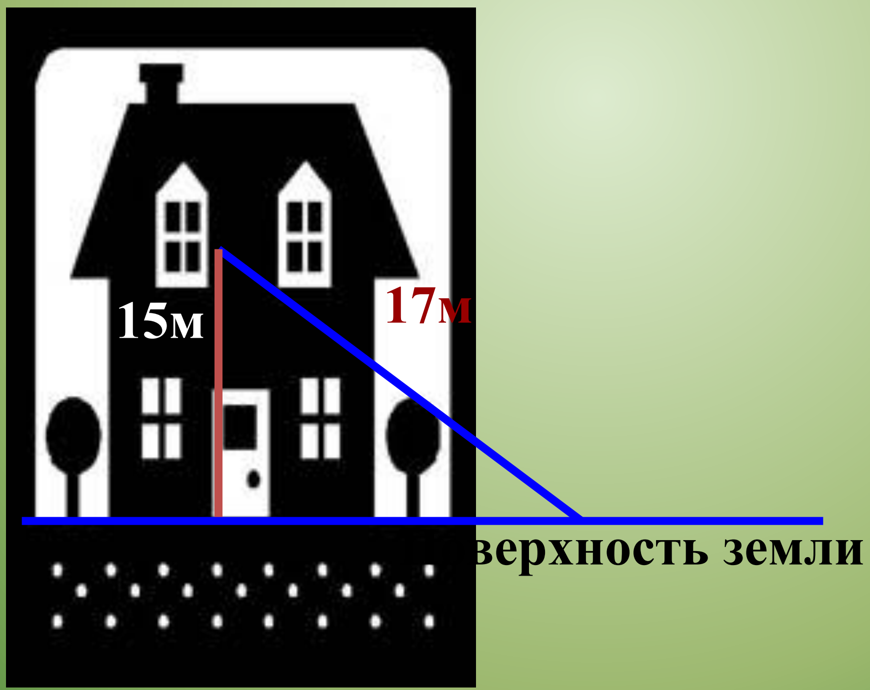
Теорема доказана.

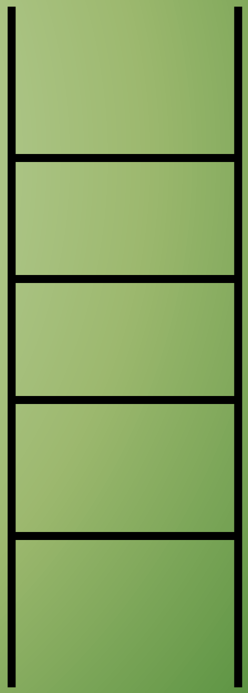
Мы пришли к доказательству теоремы Пифагора, основанному на теории подобия.
Оно встречается у индуса ***Басхара*** (род. В 1114 г. н. э.)
и затем у ***Леонарда Пизанского*** (в Practica geometriae, 1220 г.);
Позднее оно вновь было независимо найдено английским математиком ***Валлисом*** (1616-1703, Оксфорд).

Литература:
В. Литцман. Теорема Пифагора. М., 1960.

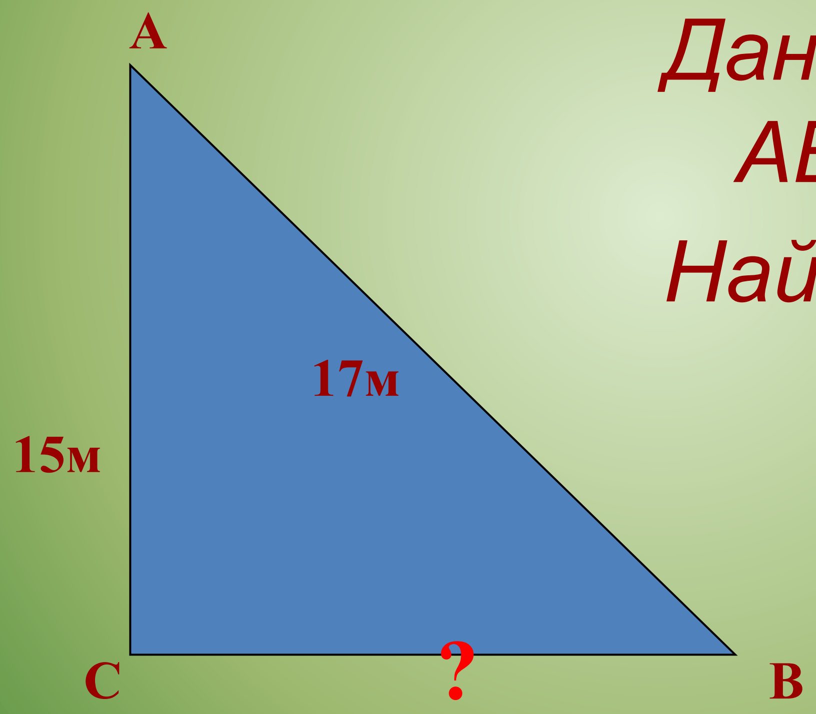
Задачи на применение теоремы Пифагора

На какое расстояние надо отодвинуть от стены дома нижний конец лестницы длиною 17м, чтобы верхний конец её достал до слухового окна, находящегося на высоте 15м от поверхности земли?





На какое расстояние надо отодвинуть от стены дома нижний конец лестницы длиною 17м, чтобы верхний конец её достал до слухового окна, находящегося на высоте 15м от поверхности земли?



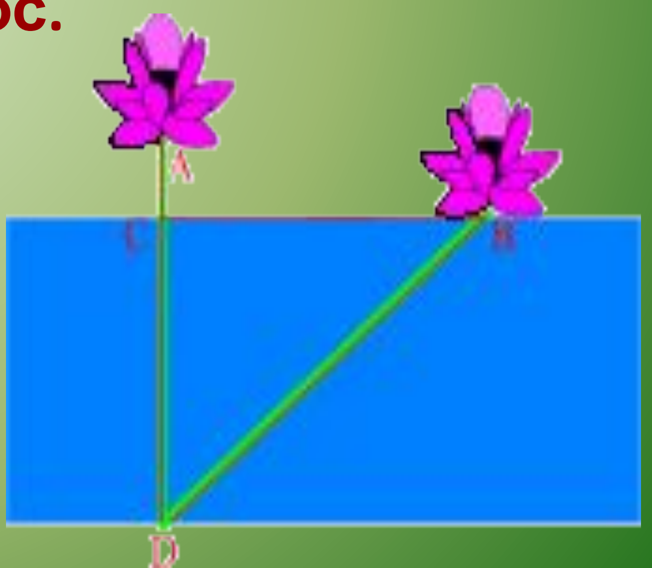
Дано: ▲*ABC*

AB=17м, AC=15м,

Найти: CB

Задача древних индусов

Над озером тихим,
С полфута размером, высился лотоса цвет.
Он рос одиноко. И ветер порывом
Отнес его в сторону. Нет
Боле цветка над водой,
Нашел же рыбак его ранней весной
В двух футах от места, где рос.
Итак, предложу я вопрос:
Как озера вода
Здесь глубока?



Задача индийского математика XII века Бхаскари:

На берегу реки рос тополь одинокий.
Вдруг ветра порыв его ствол надломал.
Бедный тополь упал. И угол прямой
С теченьем реки его ствол составлял.
Запомни теперь, что в том месте река
В четыре лишь фута была широка.
Верхушка склонилась у края реки.
Осталось три фута всего от ствола,
Прошу тебя, скоро теперь мне скажи:
У тополя как велика высота?

В новое время, особенно благодаря бурному развитию естествознания, астрономии и математики, идеи Пифагора о мировой гармонии приобретают новых поклонников. Великие Коперник и Кеплер, знаменитый художник и геометр Дюрер, гениальный Леонардо да Винчи, английский астроном Эддингтон, экспериментально подтвердивший в 1919 году теорию относительности, и многие другие ученые и философы продолжают находить в научно-философском наследии Пифагора необходимое основание для установления закономерностей нашего мира.