Математический турнир между профильными 10 а и 11 а классами.
тема: «Логарифмы»

учитель: Крылова Н.В.
Тверь 2011г.

Повторяем теорию

<u>Определение логарифма</u>

Логарифмом положительного числа ***a*** *по основанию* ***b***, где **b>0**, **b≠1**, называется показатель степени, в которую надо возвести число **b**, чтобы получить **a**.

$\log_b a = x$, если $b^x = a$

где ***a>0, b>0, b ≠1.***

<u>Теорема:</u>

Если $\log_a x_1 = \log_a x_2$, где $a > 0, a \neq 1, x_1 > 0, x_2 > 0,$

то $x_1 = x_2$.

Свойства логарифма

Пусть *a>0, a≠1, b>0, c>0, r – любое действительное число*.

Тогда справедливы формулы:

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c,$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c,$$

$$\log_a b^r = r\log_a b,$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k}\log_a b,$$

$$a^{\log_a b} = b,$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a},$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a},$$

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a},$$

Решение уравнений по определению логарифма

$$\log_2(x-4)=3$$

по определению log

$$x-4=2^3$$

$$x-4=8$$

$$x=12$$

Ответ: *x=12*

Решение уравнений методом потенцирования

$$\log_3(x+9) = \log_3(2x-3)$$

$$x+9 = 2x-3$$

$$2x - x = 9+3$$

$$x = 12$$

$$x = 12 \in ООУ$$

$$ООУ:$$

$$\begin{cases} x+9>0 \\ 2x-3>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>-9 \\ x>1\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x>1\frac{1}{2}$$

Ответ: *x=12*

Решение уравнений методом логарифмирования

$$x^{\log_3 x} = 81 \qquad ООУ: x > 0$$

$$\log_3 x^{\log_3 x} = \log_3 81$$

$$\log_3 x \cdot \log_3 x = 4$$

$$(\log_3 x)^2 = 4$$

$$\log_3 x = 2 \quad или \quad \log_3 x = -2$$

$$x = 9 \qquad x = \frac{1}{9}$$

Ответ:

$$x_1 = 9, x_2 = \frac{1}{9}$$

Командам

предлагаются задания на 4 и 5 баллов.
Задания написаны на карточках.
Для каждого класса свой набор заданий.
Выполненное задание сдается на проверку, после этого берется другое задание и опять решается.
Цель: верно решить наибольшее количество заданий.

Задания на 4 балла

Вычислить или решить уравнения:

№1 $1+\log_{\sqrt{3}} x = \log_3(6-7x)$

№2 $\log_5(x-8)^2 = 2+2\log_5(x-2)$

№3 $3\log_8(x-2) = \log_2\sqrt{2x-1}$

№4 $\log_3 x + \log_{\sqrt{x}} x - \log_{\frac{1}{3}} x = 6$

№5 $\log_{13}\log_3\log_2(x^2+2) = 0$

№6 $\log^2{}_6 x + \log_{\sqrt{6}} x = \log_{0.5} 2$

№7 $2x^2 + 5^{\log_5 x} = 25^{\log_5\sqrt{10}}$

№8 $\log_{x-2}(x-4) - \log_{x-2}(7-x) = 0$

№9 $\log_{9x^2}(6+2x-x^2) = \frac{1}{2}$

№10 $\begin{cases} 2x+y=15 \\ x-3y=\log_2 144-\log_2 9 \end{cases}$

№11 $\log_2 3\cdot\log_3 4\cdot\log_4 5\cdot\log_5 6\cdot\log_6 7\cdot\log_7 8$

№12 $\log_8 x + \log_4 x + \log_2 x = 3\frac{2}{3}$

№13 $\log_4 5\cdot\log_5 6\cdot\log_6 7\cdot\log_7 8$

№14 $\log^2{}_3 x - 15\log_{27} x + 6 = 0$

Задания на 5 баллов

Решите уравнения:

№1 $\log_{3x+7}(5x+3)=2-\log_{5x+3}(3x+7)$

№2 $\log_3(27^{x+1}-77\cdot 9^x-3^{x+2})=2x$

№3 $\log_7(x-1)\cdot\log_5(x-1)=\log_7 5$

№4 $\log_3(x-2)-\log_9(x^2-10x+25)=\log_3 2$

№5 $\log_{x^2}16+\log_{2x}64=3$

№6 $\log_{0.5}x\cdot\log_5 x=9\cdot\log_5 0.5$

№7 $\log_{x+1}(x-0.5)=\log_{x-0.5}(x+1)$

№8 $\log_2(2^x-7)=3-x$

№9 $2\log_7(x-2)=-2+\log_7(x-10)^2$

№10 $\log_3(3^x-8)=2-x$

№11 $\log_7(7^{-x}+6)=1+x$

№12 $(x^2-7x+10)\cdot(\log_{\frac{x}{2}}8x+1)=0$

№13 $(2x^2-5x+2)\cdot(\log_{2x}18x+1)=0$

№14 $\begin{cases} xy=16 \\ x^{\log_2 y}=8 \end{cases}$

№15 $\begin{cases} \log_y x=2 \\ x^{\lg y}=100 \end{cases}$

№16 $x^{\log_3 x+1}=9$

Болельщики

решают задания на 1 и 2 балла.

Все задания написаны на доске.

После того, как проверено верное решение, задание с доски стирается и его решение больше на проверку не принимается.

Задания на 1 балл

Вычислить или решить уравнения:

№1 $4^{\log_{16} 25}$

№2 $9^{\log_3 4}$

№3 $\log_{\frac{1}{5}} 125$

№4 $10^{2+\lg 2}$

№5 $x^2 + 2\cdot 3^{\log_3 x} - 3 = 0$

№6 $\log_2(\frac{35}{9}) + 2\log_2 6 - \log_2 35$

№7 $\log_4(x^2+7) = 2$

№8 $\log_2(4x+19) = 4$

№9 $\log_2(3+x) = 7$

№10 $\log_7(x+9) = \log_7(2x-9)$

№11 $\log_8(7-x) = 2\log_8 3$

№12 $\log_4(8-5x) = 2\log_4 3$

№13 $\log_8(x+6) = \log_8(3x-8)$

№14 $\log_5(-3-x) = 2$

№15 $\log_{\frac{1}{2}}(12-4x) = -4$

№16 $\log_3(8-10x) = -2$

№17 $\log_3(5-x) = 2\log_3 5$

№18 $\log_7(-5+x) = 3$

№19 $\log_2(18-6x) = 4\log_2 3$

№20 $8^{\log_{64} 4}$

№21 $\log_4 \log_9 81$

№22 $\dfrac{\log_9 2}{\log_{81} 2}$

№23 $\log_5 7 \cdot \log_7 25$

№24 $\log_{0.3} 10 - \log_{0.3} 3$

№25 $5^{3+\log_5 2}$

№26 $8^{\log_2 9}$

№27 $25^{\log_5 6}$

№28 $64^{\log_8 27}$

Задания на 2 балла

Вычислить или решить уравнения:

№1 $\log_8(2\sqrt[3]{2})$

№2 $\log_a(a^2\cdot\sqrt{a})$

№3 $\log_3\log_2\log_2 x=0$

№4 $\log_2(x^2-5x+6)=1$

№5 $4^{\log_2(x-2)}=9$

№6 $\log_2(4^x-2)=x$

№7 $\log_{x-1}16=2$

№8 $x^2-4^{\log_4 x+1}-5=0$

№9 $\log_8(x^2+15)-1+\log_8 x$

№10 $\ln(x^3+6x)=\ln 5x^2$

№11 $\lg(3-x)-\lg(x+2)=2\lg 2$

№12 $\log_3(x+10)-\log_3(x-14)=2$

№13 $\log_3(6+7x)=\log_3(1-x)+1$

№14 $\log_2(8+x)=\log_2(2-5x)+2$

№15 $\log_2(x^2+5x)=\log_2(x^2+5)$

№16 $\log_3(x^2+5x)=\log_3(x^2-11)$

Команды готовятся к началу турнира ; капитаны выбирают

Педагогам пришлось проверить решения всех участников

Болельщики и члены команд старались решить все задания

Время пролетело незаметно, равнодушных наблюдателей в кабинете не оказалось, каждый старался внести свой вклад в общий результат команды.