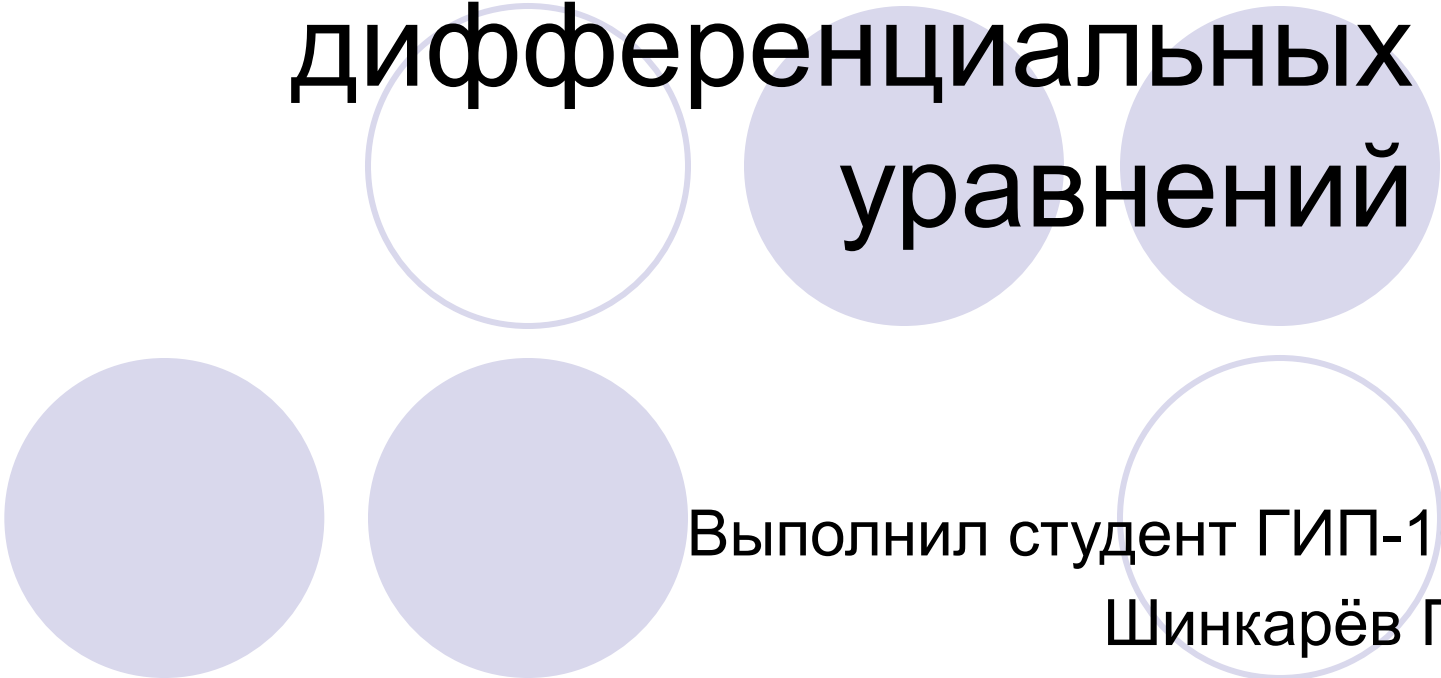


Устойчивость систем нелинейных дифференциальных уравнений



Выполнил студент ГИП-104

Шинкарёв Г.Г.

Научный руководитель:

Ибрагимов Т. М.



Цель работы

Целью данной курсовой работы является изучение устойчивости непрерывных решений систем дифференциальных уравнений первого порядка и анализ устойчивости системы дифференциальных уравнений по оценке научной квалификации.



Постановка задачи

На основе изученного алгоритма проверить на устойчивость систему нелинейных дифференциальных уравнений подсчёта научной квалификации и написать макрос по проверки устойчивости рассматриваемой системы в зависимости от начальных коэффициентов в Excel.



Введение

- Анализ устойчивости непосредственно связан с определением условий равновесия. В линейных системах существуют только одно состояние равновесия. Поэтому зависимые переменные, характеризующие состояние системы, с течением времени приближаются либо к состоянию покоя, либо периодического изменения. В нелинейных же системах возможны ситуации, когда существуют несколько состояний равновесия.
- Если достаточно малое возмущение приводит к существенному отклонению режима от исходного состояния или от невозмущенного движения, то говорят о нестабильности или неустойчивости положения равновесия или невозмущенного движения. Если же после прекращения действия возмущения система не отклоняется существенно от своего исходного состояния, то такой режим называют устойчивым.

Целочисленный пример

- Рассматриваемая система дифференциальных уравнений является системой уравнений для оценки научной квалификации.

$$\frac{dx_i}{dt} = uskor \cdot I \cdot K \cdot m_i \cdot \beta_i \cdot x_i \cdot (1 - x_i) - x_i \cdot d_i$$

- $uskor=3$
- $I=125$
- $U=12$
- $d_i = \{0.000001; 0.000001; 0.000057; 0.000057; 0.0000115;\}$
 $\{0.0000001; 0.0000057; 0.0000046; 0.00000013\}$
- $\beta_i = \{0.0000026; 0.0000007; 0.00000073; 0.00000022; 0.00000021;$
 $0.0000025; 0.0000067; 0.0000023; 0.000077\}$

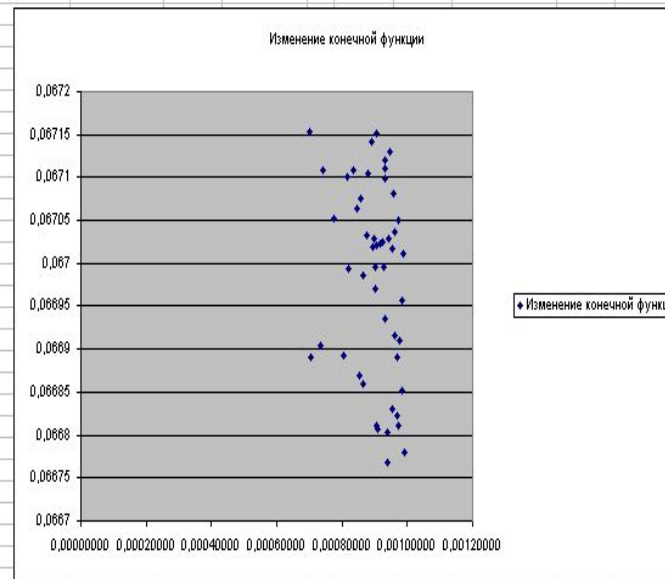
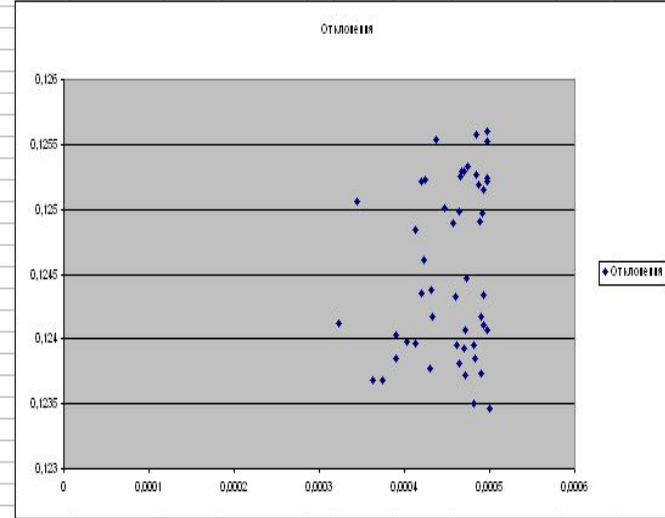
Затем при помощи макроса мы расштываем начальные значения X на величину E.

Начальные значения										E	Количество проверок на устойчивость
X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9			
0,11829	0,35240944	0,478011066	0,337962853	0,509910485	0,117660666	0,357631039	0,642598613	0,820978178		0,0005	50
F1_fin	F2_fin	F3_fin	F4_fin	F5_fin	F6_fin	F7_fin	F8_fin	F9_fin		F10	
0,12403	-3,551E-08	-2,72465E-06	-1,92638E-06	-5,8639E-06	-1,17861E-08	-2,03849E-06	-2,95594E-06	-8,20978E-08		0,04604375	

В результате получаем графики распределения, после чего находим математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение.

Повторим эту процедуру N раз при различных значениях E и начальных значениях X₀.

Сдвиг	значение F10	Отклонение2	M(x)	Dlya_Sigma
0,00046	0,04636666	0,124895323	0,124533064	0,006109987
0,00049	0,04648069	0,125148611	D(x)	0,006095295
0,00042	0,04648434	0,1252123	0,006131088	0,006081604
0,0005	0,04659887	0,125520813	Sigma(x)	0,006073738
0,00047	0,04652687	0,125328848	0,078301265	0,006084967
0,00047	0,0464989	0,125251529		0,00608933
0,00048	0,04661861	0,125573971		0,006070662
0,00044	0,0466084	0,125541069		0,006072566
0,0005	0,04648365	0,125210167		0,006081727
0,00046	0,04639985	0,124984727		0,006104799
0,0005	0,0464965	0,125246043		0,006089706
0,00045	0,04640872	0,125008617		0,006103413
0,00034	0,04642611	0,125055459		0,006100696
0,00049	0,04647499	0,125187112		0,006093063
0,00047	0,04651432	0,125293054		0,006086924
0,00048	0,04650615	0,125271048		0,006088199
0,0005	0,04662915	0,125602357		0,00608902
0,00047	0,0465129	0,12528923		0,006087146
0,00049	0,04639537	0,124972642		0,0061055
0,00042	0,04649165	0,125231717		0,006090478
0,00049	0,04637246	0,124910922		0,006109081
0,00041	0,04634684	0,124841931		0,006113085
0,00042	0,04626279	0,124615522		0,006126236
0,00047	0,04620863	0,124486641		0,006134718
0,00043	0,04610025	0,124177732		0,006151706
0,00032	0,04607755	0,12411659		0,006155267
0,00048	0,0459808	0,123855972		0,006170469
0,00049	0,04593572	0,123734651		0,006177543
0,00036	0,04591787	0,123685931		0,00618038
0,00048	0,04585177	0,123508441		0,006180746
0,00043	0,04594875	0,123769851		0,006175494
0,00037	0,04591755	0,12368661		0,006180399
0,00047	0,04600718	0,123927034		0,006166315
0,0004	0,04602522	0,123975643		0,006163481
0,00046	0,0459628	0,123807487		0,006173287
0,0005	0,04583683	0,123467659		0,006193128
0,00047	0,04593224	0,123725172		0,00617809
0,00039	0,04598005	0,123853954		0,006170576
0,00046	0,04601878	0,123958277		0,006164493
0,00048	0,04601667	0,123949915		0,00616498
0,00047	0,04605925	0,124067274		0,00615814
0,00049	0,0461607	0,124340563		0,006142227
0,00043	0,04617556	0,124380583		0,006139898
0,00042	0,04616278	0,124346188		0,006141901
0,00049	0,04609761	0,124170632		0,00615212
0,00046	0,04615628	0,124328655		0,00614292
0,0005	0,04605847	0,124065198		0,006158262
0,00041	0,04602022	0,123962154		0,006164267
0,00049	0,04607405	0,124107144		0,006155817
0,00039	0,04604375	0,124025535		0,006160573



На рисунках 1-9 изображены графики, отражающие зависимости математического ожидания и среднеквадратичного отклонения от величины радиуса отклонения начальных значений.

Рисунок 1. Графики зависимости математического ожидания и среднеквадратического отклонения при $X_I \in (0;0.1)$ $I=1..9$

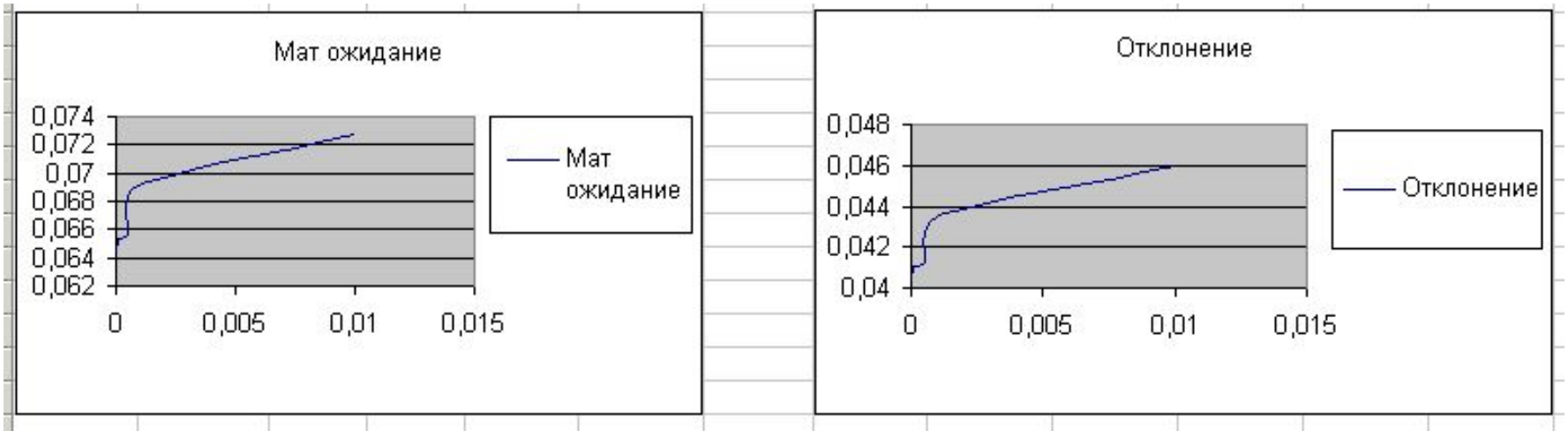


Рисунок 2. Графики зависимости математического ожидания и среднеквадратического отклонения при $X_I \in (0.1; 0.2)$ $I=1..9$

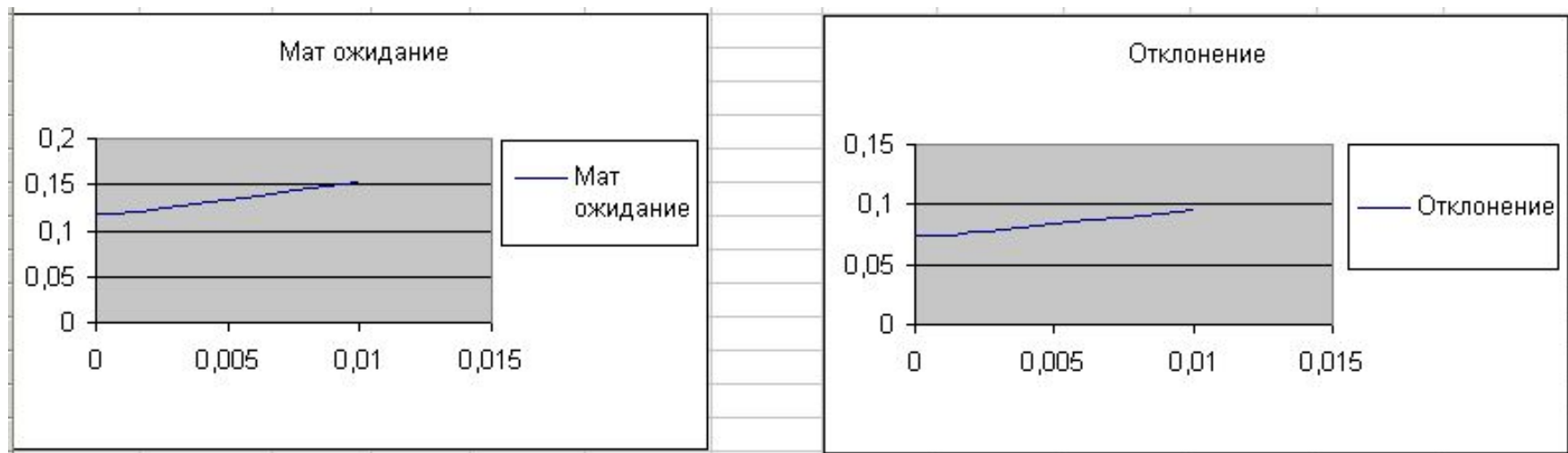


Рисунок 3. Графики зависимости математического ожидания и среднеквадратического отклонения при $X_I \in (0.2; 0.3)$ $I=1..9$

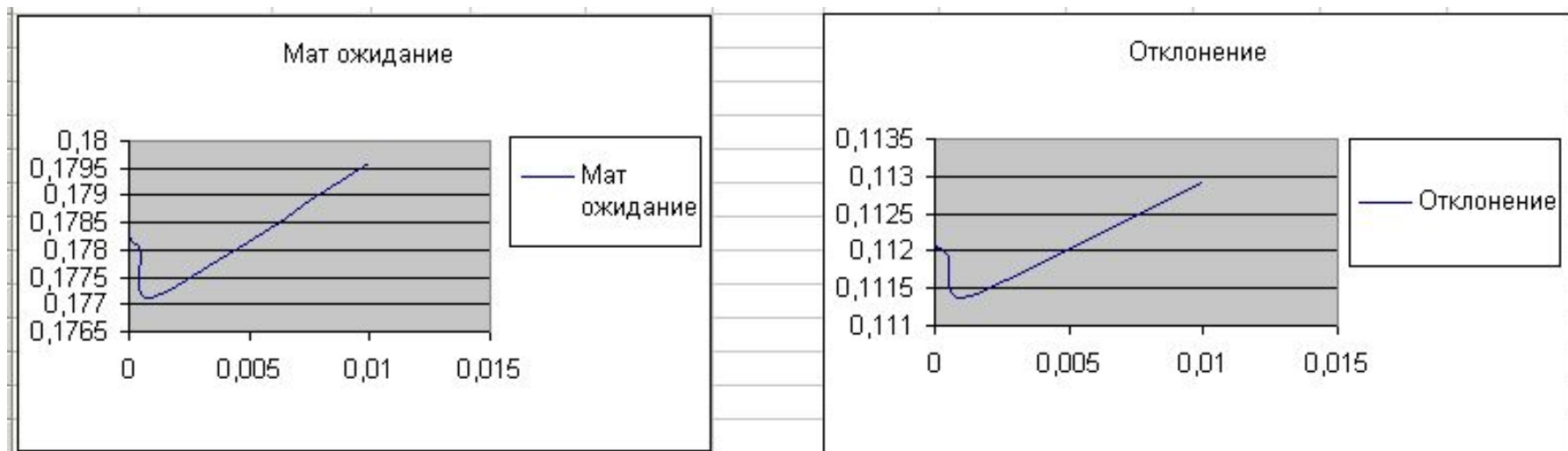


Рисунок 4. Графики зависимости математического ожидания и среднеквадратического отклонения при $X_I \in (0.3; 0.4)$ $I=1..9$



Рисунок 5. Графики зависимости математического ожидания и среднеквадратического отклонения при $X_I \in (0.4;0.5)$ $I=1..9$

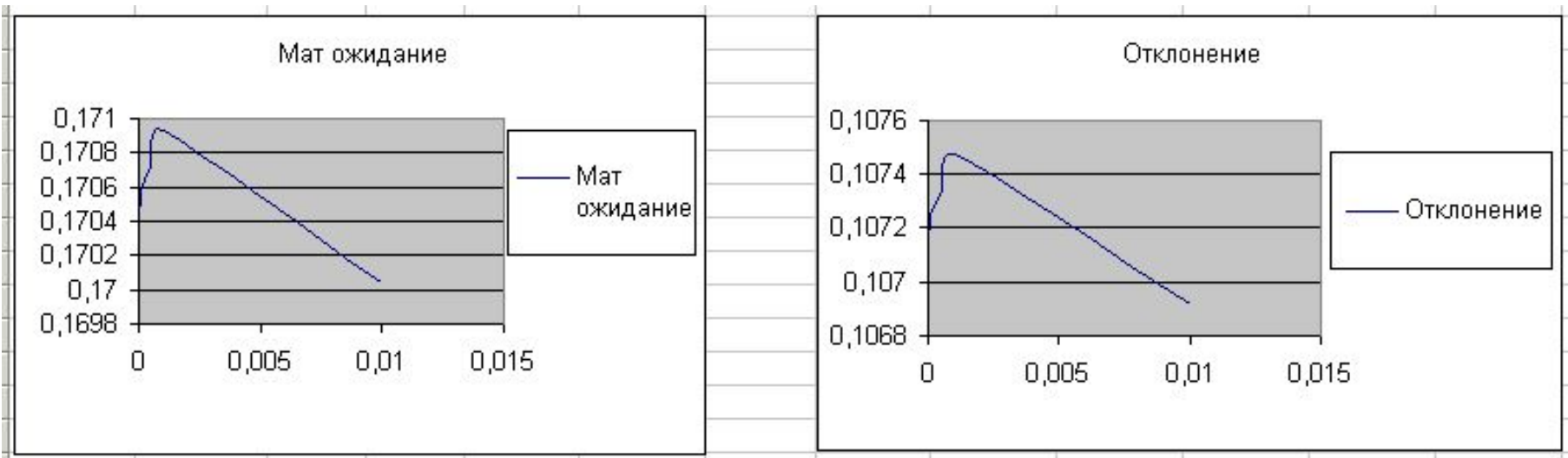


Рисунок 6. Графики зависимости математического ожидания и среднеквадратического отклонения при $X_I \in (0.5; 0.6)$ $I=1..9$

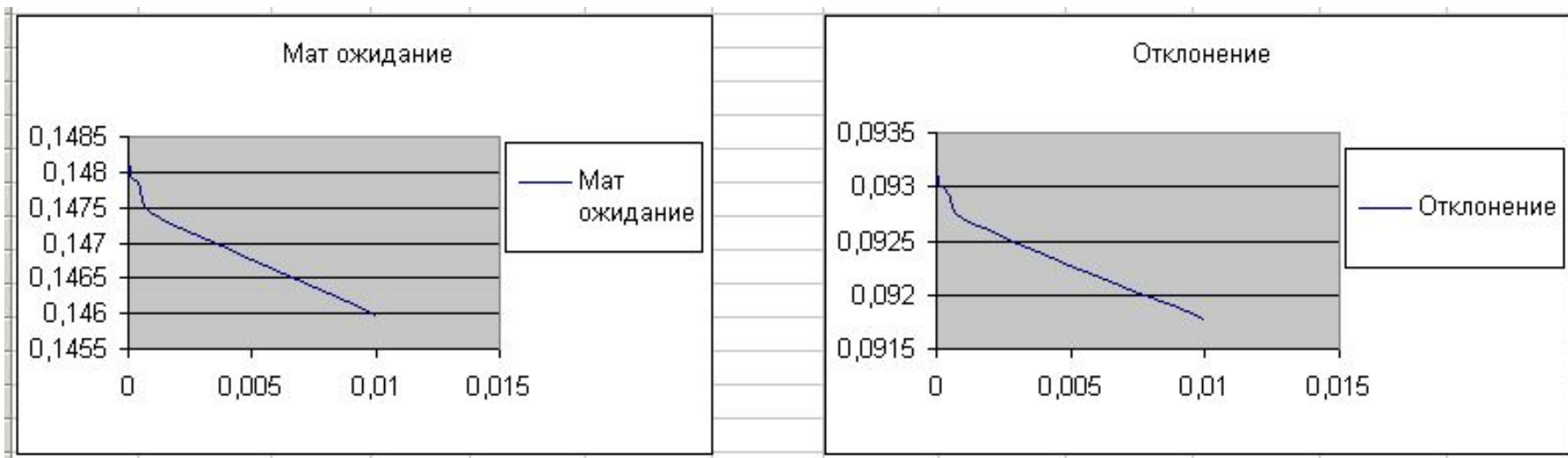


Рисунок 7. Графики зависимости математического ожидания и среднеквадратического отклонения при $X_I \in (0.6; 0.7) I=1..9$

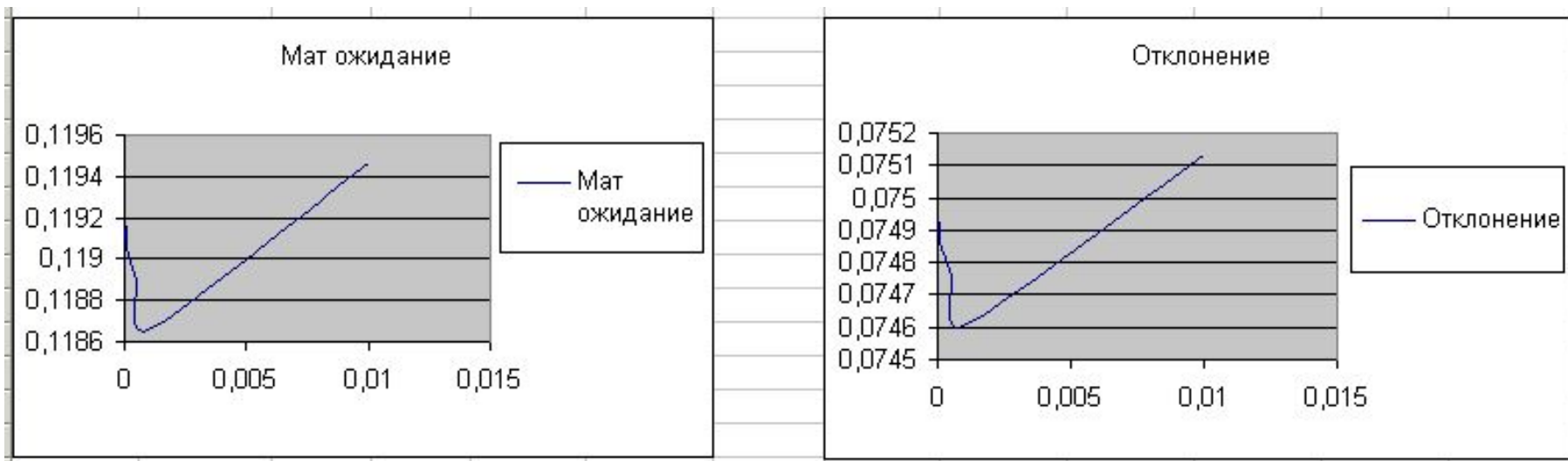


Рисунок 8. Графики зависимости математического ожидания и среднеквадратического отклонения при $X_I \in (0.7; 0.8)$ $I=1..9$

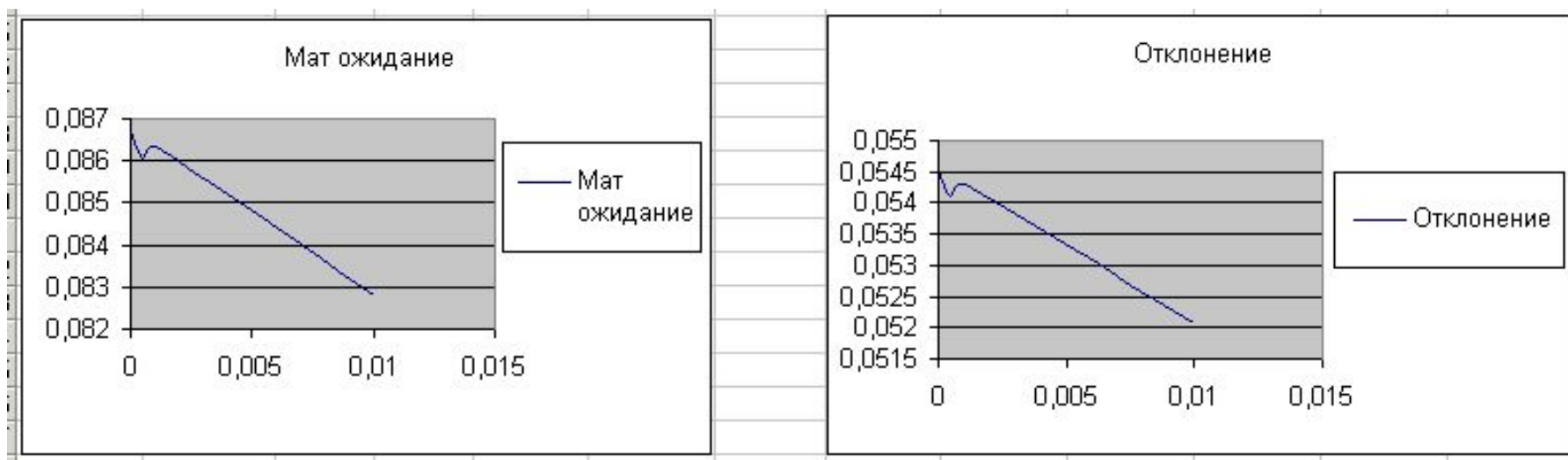


Рисунок 9. Графики зависимости математического ожидания и среднеквадратического отклонения при $X_I \in (0.8;0.9)$ $I=1..9$

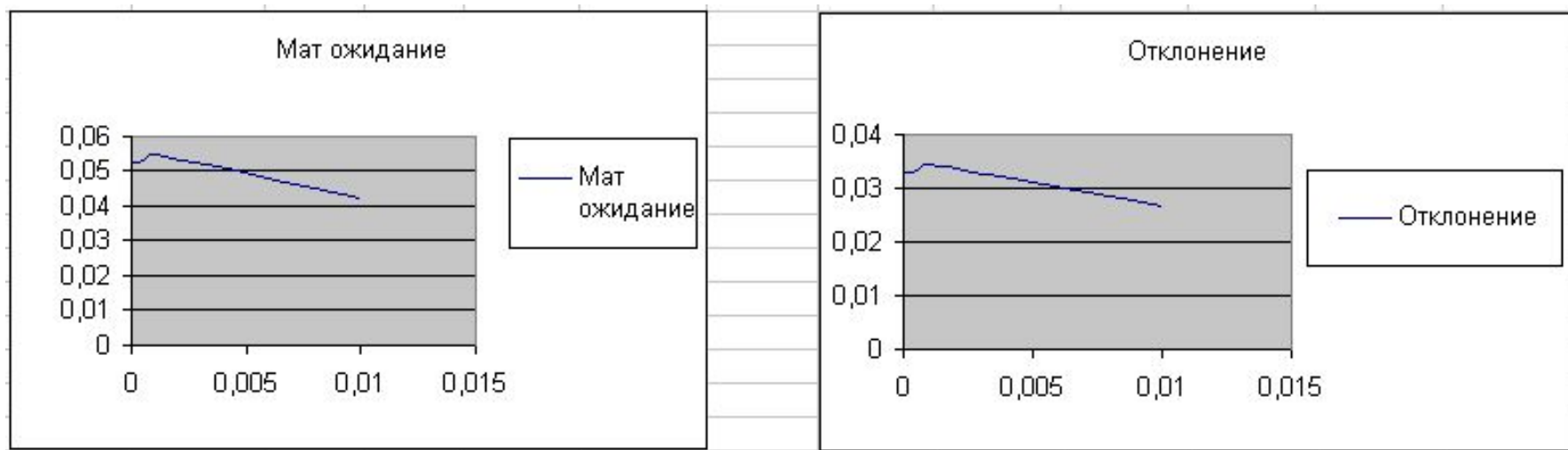
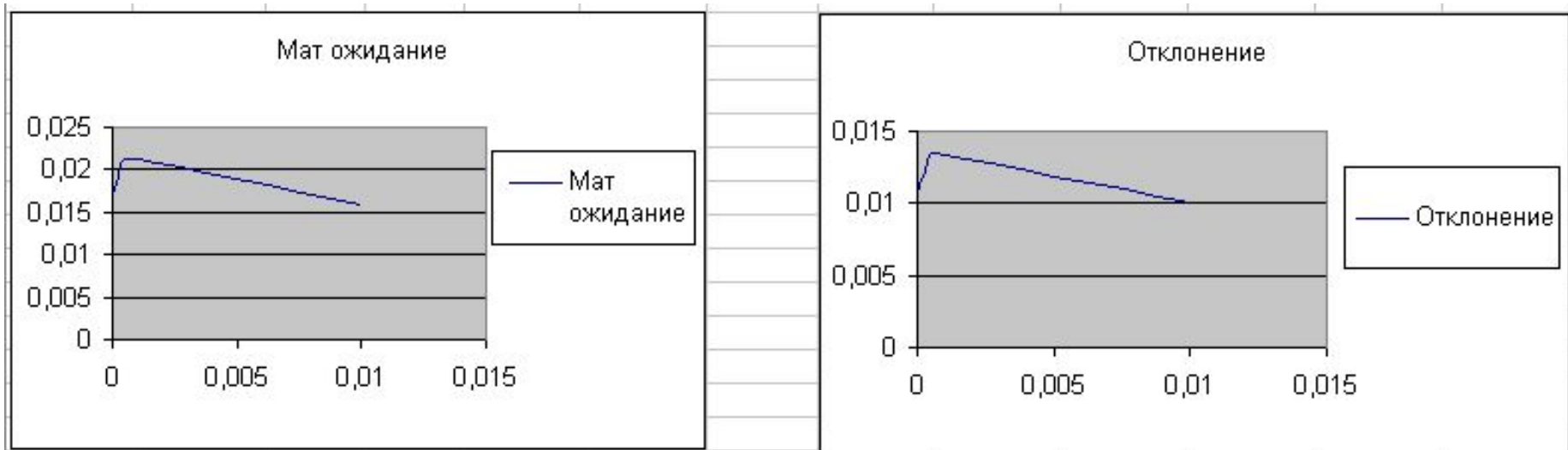


Рисунок 10. Графики зависимости математического ожидания и среднеквадратического отклонения при $X_I \in (0.9;1)$ $I=1..9$





Выводы

- Исследование системы на устойчивость показало, что при увеличении квалификации студентов устойчивость системы ДУ падает.
- Предположительно изменение устойчивости по грубой оценке соответствует экспоненциальному закону.
- Есть и ряд факторов, которые могут, опять же предположительно, воздействовать негативно на устойчивость. Например это использование метода Эйлера. Продолжив работу в следующем семестре, я постараюсь проинтегрировать систему методом Рунге-Кутты. И оценить устойчивость системы. Я полагаю, что картина измениться. Тогда уже можно будет говорить о конкретных выводах