

Белорусский государственный университет
Механико-математический факультет
Кафедра функционально анализа

Жук Анастасия Игоревна

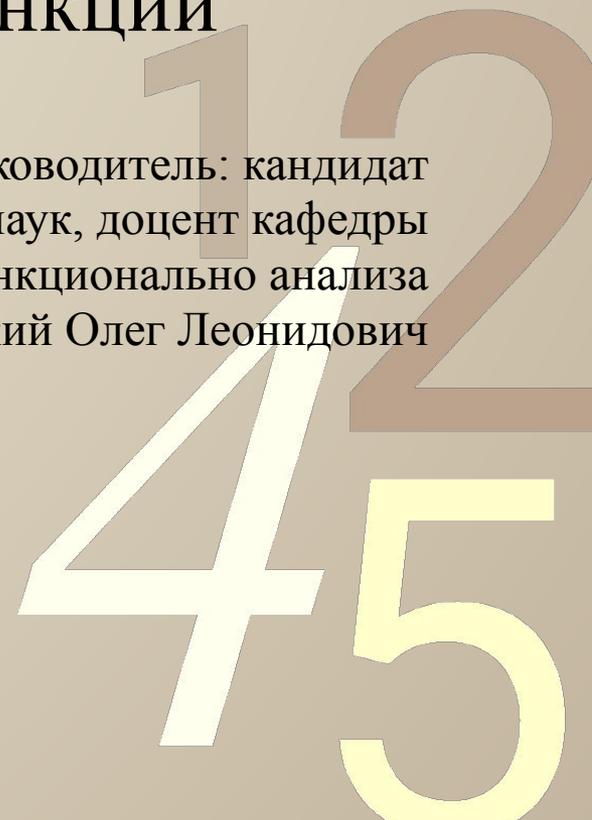
0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций

Руководитель: кандидат
физ.-мат. наук, доцент кафедры
функционально анализа
Яблонский Олег Леонидович

Магистерская диссертация

Минск 2008



Содержание

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

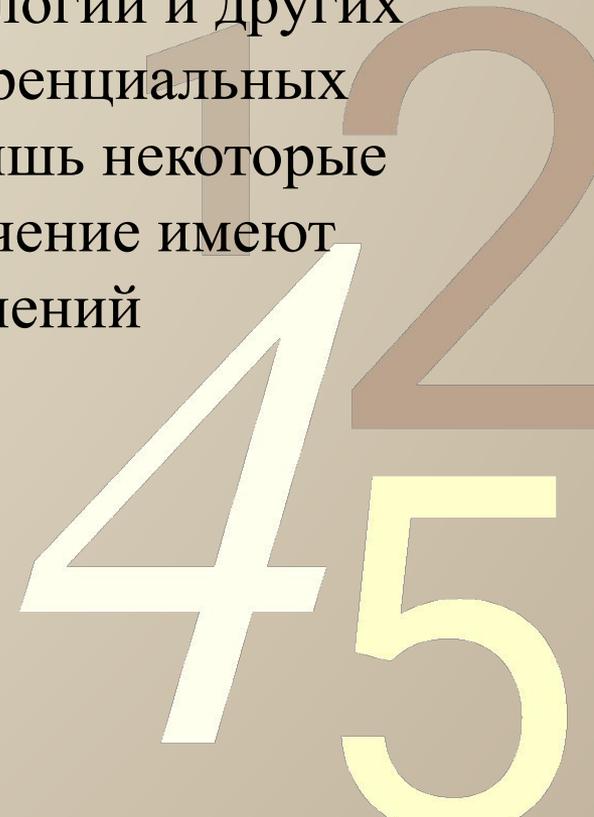
1. Актуальность.
2. Поставленные цели.
3. Объект и предмет исследования.
4. Научная гипотеза.
5. Основные результаты.
6. Научная новизна.
7. Положения, выносимые на защиту.



Актуальность

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

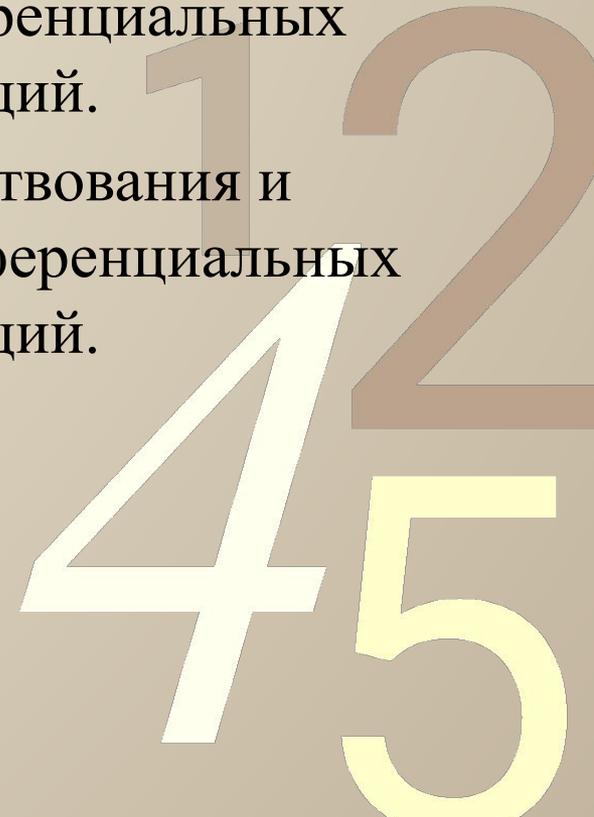
- Системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций описывают многие задачи физики, механики, техники, химии, биологии и других областей. Решения таких систем дифференциальных уравнений в квадратурах охватывают лишь некоторые классы уравнений. Поэтому важное значение имеют методы нахождения и исследования решений уравнений по виду их правых частей.



Поставленные цели

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- Описание решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.
- Исследование решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.
- Выделение достаточных условий существования и единственности решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.



Объект и предмет исследования

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- Объектом исследования являются системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций. Предметом исследования являются решения соответствующих им систем дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.



Научная гипотеза

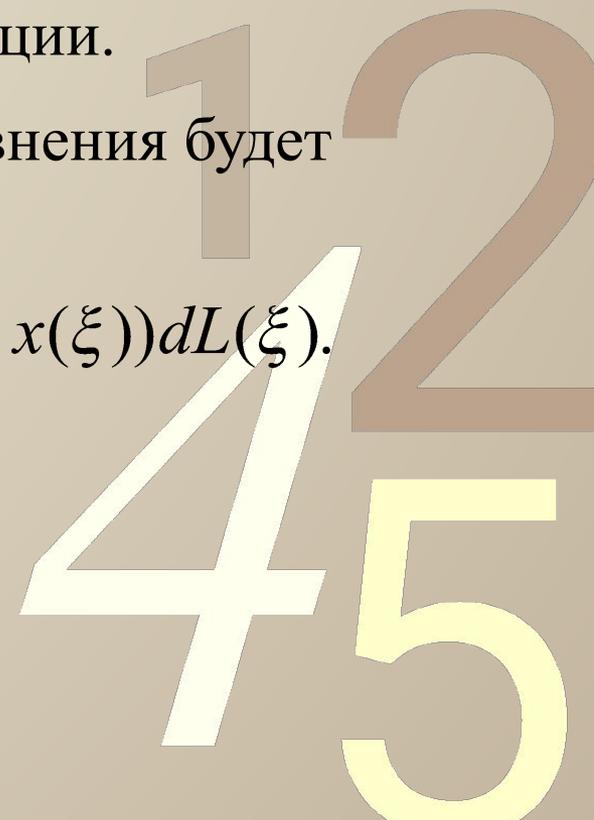
0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Рассмотрим следующее нелинейное дифференциальное

уравнение $\dot{x}(t) = f(t, x(t))L(t)$, где $L(t)$ – обобщенная производная функции ограниченной вариации.

Предполагаем, что решением данного уравнения будет

иметь следующий вид: $x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t f(\xi, x(\xi))dL(\xi)$.

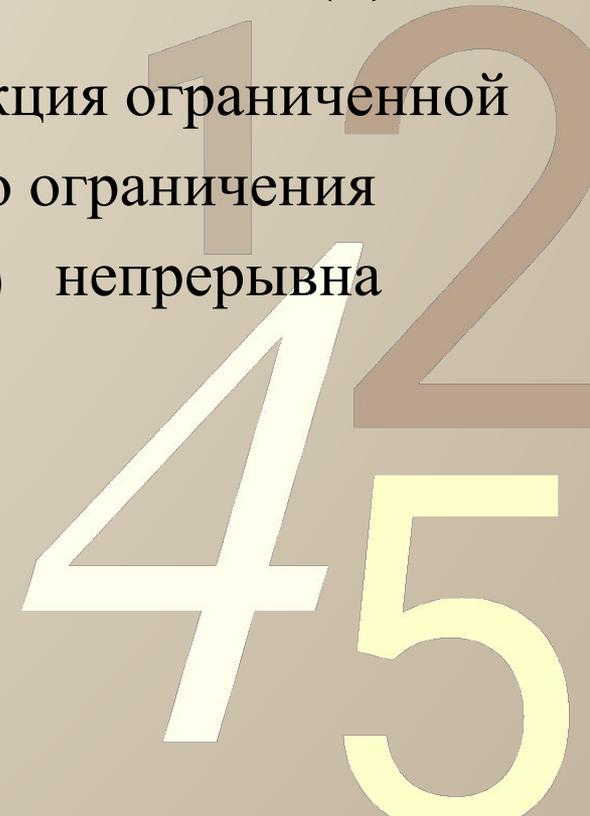


Основные результаты

Рассмотрим следующую задачу Коши на отрезке $T = [0, a] \subset R$:

$$\begin{aligned} X'(t) &= f(X(t))L(t), \\ X(0) &= x_0, \end{aligned} \tag{1}$$

где f – произвольная функция, а $L(t)$ – функция ограниченной вариации на отрезке T . Без существенного ограничения общности будем считать, что функция $L(t)$ непрерывна справа, $L(0) = 0$ и $L(a-0) = L(a)$.



Задаче (1) поставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу с осреднением

$$\begin{aligned} X_n(t - h_n) - X_n(t) &= f_n(X_n(t))[L_n(t + h) - L_n(t)], \\ X_n(t) \Big|_{[0, h_n)} &= X_{n_0}(t). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$L_n(t) = (L * \rho_n)(t) = \int_0^{1/n} L(t + s) \rho_n(s) ds, \quad f_n = f * \rho_n,$$

$$\rho_n(t) = n\rho(nt), \quad \rho(t) \in C^\infty(R), \quad \rho(t) \geq 0, \quad \text{supp } \rho \subset [0, 1], \quad \int_0^1 \rho(s) ds = 1.$$

Пусть t – произвольная фиксированная точка из отрезка T .

Тогда t можно представить в виде $t = \tau_t + m_t h_n$, где $\tau_t \in [0, h_n)$,

$m_t \in N$. Несложно видеть, что решение системы (2) можно

записать в виде

$$X_n(t) = X_{n_0}(\tau_t) + \sum_{k=0}^{m_t-1} f_n(X_n(\tau_t + kh_n)) [L_n(\tau_t + (k+1)h_n) - L_n(\tau_t + kh_n)].$$

Таким образом, при $n \rightarrow \infty, h_n \rightarrow 0$ так, что $1/n = o(h_n)$,

предельная функция решений задачи Коши (2) совпадает с

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t f(\xi, x(\xi)) dL(\xi).$$

Научная новизна

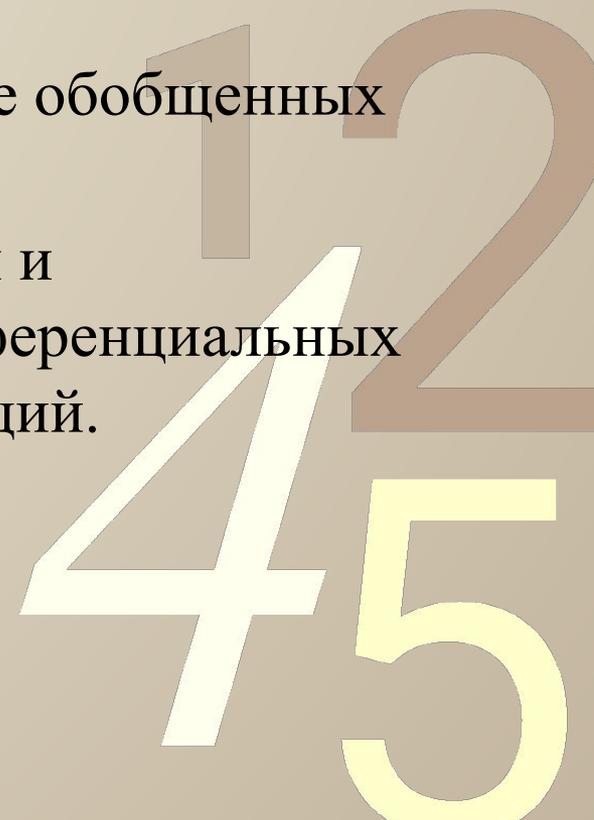
0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- Дана полная классификация решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.



Основные положения, выносимые на защиту

- Построение всех решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.
- Исследование всех решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.
- Доказательство теоремы существования и единственности решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.



0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Спасибо за внимание!!!!

1 2
4 5

