Белорусский государственный университет
Механико-математический факультет
Кафедра функционально анализа

Жук Анастасия Игоревна

Системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций

Руководитель: кандидат
физ.-мат. наук, доцент кафедры
функционально анализа
Яблонский Олег Леонидович

Магистерская диссертация

Минск 2008

Содержание

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Актуальность

- Системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций описывают многие задачи физики, механики, техники, химии, биологии и других областей. Решения таких систем дифференциальных уравнений в квадратурах охватывают лишь некоторые классы уравнений. Поэтому важное значение имеют методы нахождения и исследования решений уравнений по виду их правых частей.

Поставленные цели

- Описание решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.
- Исследование решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.
- Выделение достаточных условий существования и единственности решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.

Объект и предмет исследования

- Объектом исследования являются системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций. Предметом исследования являются решения соответствующих им систем дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.

Научная гипотеза

Рассмотрим следующее нелинейное дифференциальное уравнение $\dot{x}(t) = f(t, x(t))\dot{L}(t),$ где $\dot{L}(t)$ – обобщенная производная функции ограниченной вариации.

Предполагаем, что решением данного уравнения будет иметь следующий вид: $x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} f(\xi, x(\xi))dL(\xi).$

Основные результаты

Рассмотрим следующую задачу Коши на отрезке $T=[0,a]\subset R$:

$$\begin{aligned} &\dot{X}(t)=f(X(t))\dot{L}(t), \\ &X(0)=x_0, \end{aligned} \qquad \textbf{(1)}$$

где $f-$ произвольная функция, а $L(t)-$функция ограниченной вариации на отрезке T. Без существенного ограничения общности будем считать, что функция $L(t)$ непрерывна справа, $L(0)=0$ и $L(a-0)=L(a)$.

Задаче (1) поставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу с осреднением

$$\begin{aligned} &X_n(t-h_n)-X_n(t)=f_n(X_n(t))[L_n(t+h)-L_n(t)],\\ &X_n(t)\big|_{[0,h_n)}=X_{n_0}(t). \end{aligned} \qquad (2)$$

Здесь

$$L_n(t)=(L*\rho_n)(t)=\int_0^{1/n}L(t+s)\rho_n(s)ds,\; f_n=f*\rho_n,$$

$$\rho_n(t)=n\rho(nt),\rho(t)\in C^{\infty}(R),\rho(t)\geq 0,\sup p\subset[0,1],\int_0^1\rho(s)ds=1.$$

Пусть $t -$ произвольная фиксированная точка из отрезка T. Тогда t можно представить в виде $t = \tau_t + m_t h_n$, где $\tau_t \in [0, h_n)$, $m_t \in N$. Несложно видеть, что решение системы (2) можно записать в виде

$$X_n(t) = X_{n_0}(\tau_t) + \sum_{k=0}^{m_t - 1} f_n(X_n(\tau_t + kh_n))[L_n(\tau_t + (k+1)h_n) - L_n(\tau_t + kh_n)].$$

Таким образом, при $n \to \infty, h_n \to 0$ так, что $1/n = o(h_n)$, предельная функция решений задачи Коши (2) совпадает с

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} f(\xi, x(\xi)) dL(\xi).$$

Научная новизна

- Дана полная классификация решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.

Основные положения, выносимые на защиту

- Построение всех решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.
- Исследование всех решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.
- Доказательство теоремы существования и единственности решений системы дифференциальных уравнений в алгебре обобщенных функций.

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Спасибо за внимание!!!!