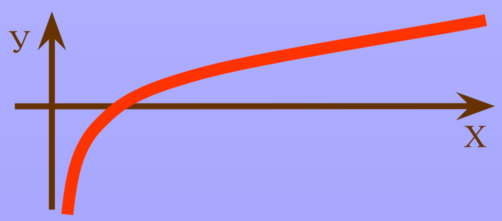
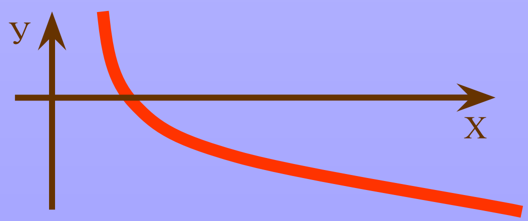
урок по теме: "Логарифмическая функция, её свойства и график"



$y = \log_a x$



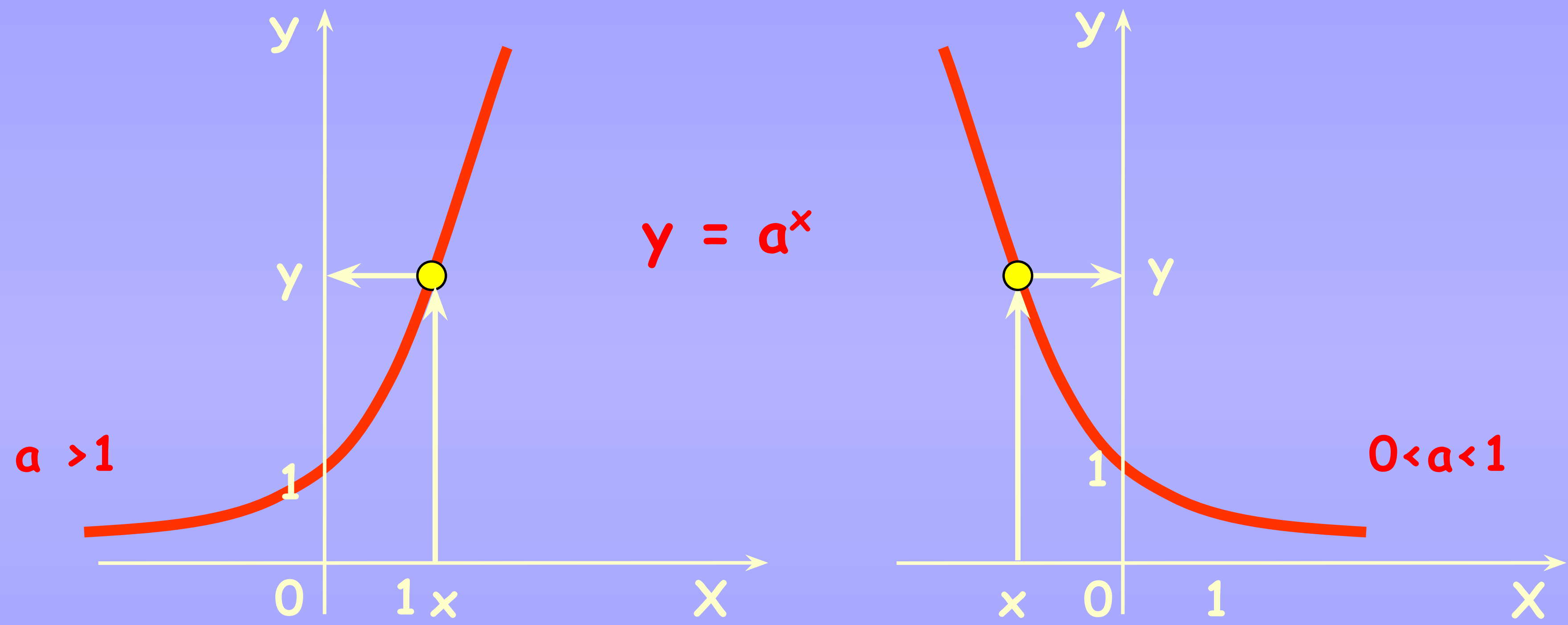
Концентрация внимания

Монотонность
Асимптота
Точность
Единица
Максимум
Аргумент
Точка
Исследование
Корень
Абсцисса

Запомнить и воспроизвести в указанном порядке.

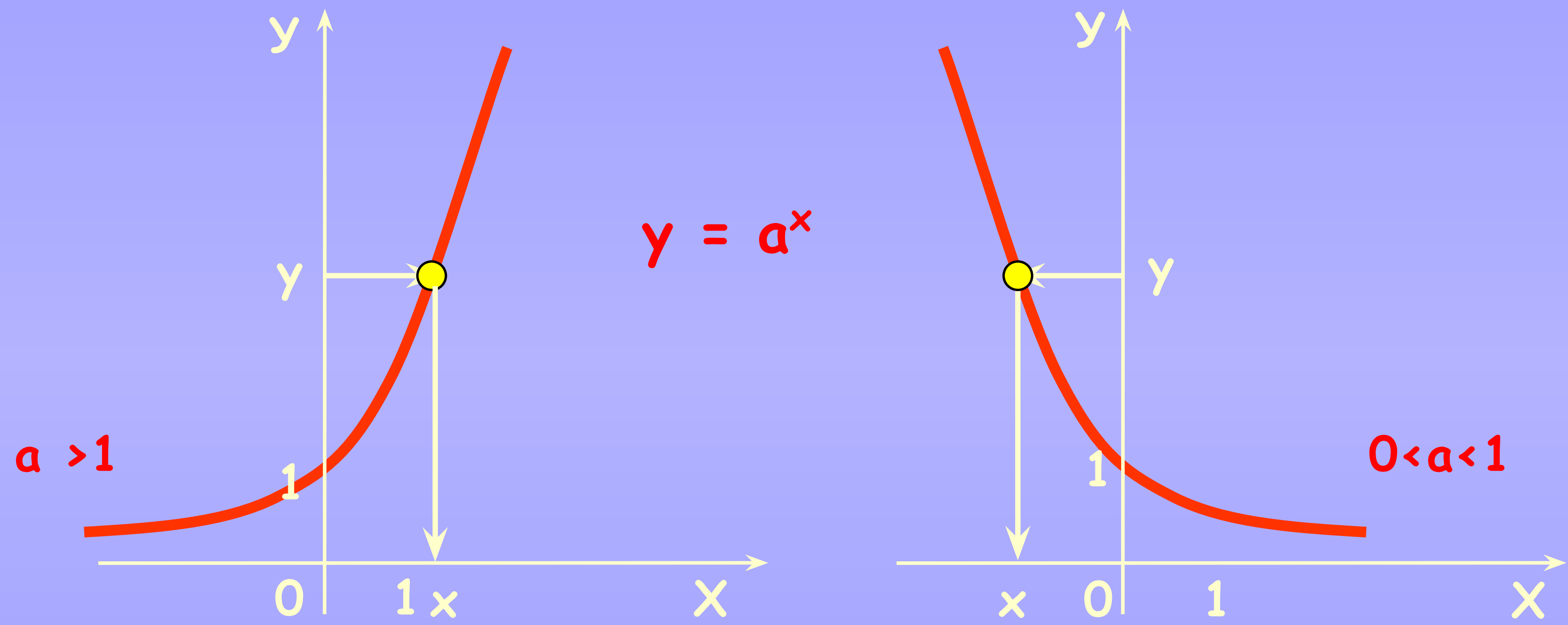
% внимания =
=(число слов по поряд-ку) ·
0,1 · 100%

Функция $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq 1)$ **при:** $a>1$ **монотонно возрастает на R ;**
$0<a<1$ **монотонно убывает на R.**



Каждому значению x из области определения функции соответствует единственное значение y из области значений этой функции .

Функция $y=a^x$ ($a>0$, $a\neq 1$) при: $a>1$ монотонно возрастает на R ;
$0<a<1$ монотонно убывает на R.



Каждому значению y из области значений функции соответствует единственное значение x из области определения этой функции .

Пусть $a>0$, $a\neq1$. Каждому $x>0$ поставим в соответствие число y, равное логарифму числа x по основанию a, т.е. $y=\log_a x$.

Определение:

Функцию $y = \log_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$) называют логарифмической функцией.

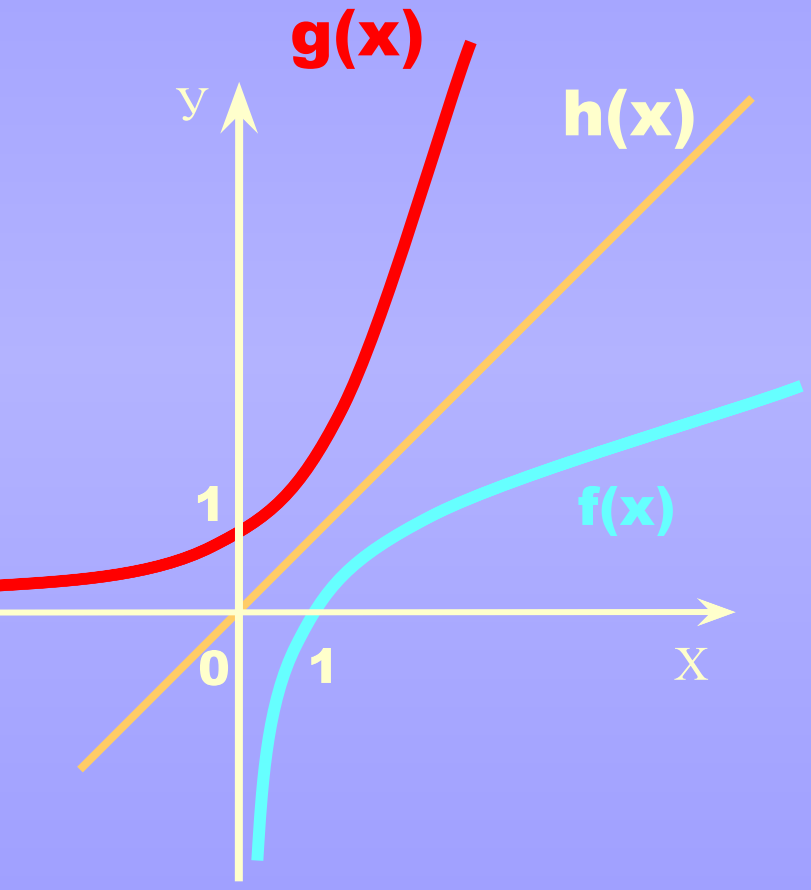
При ($a>0$, $a\neq 1$)	$g(x)=a^x$	$f(x)=\log_a x$
1	$D(g)=R$	$D(f)=(0;\infty)$
2	$E(g)=(0;\infty)$	$E(f)=R$

По определению функции

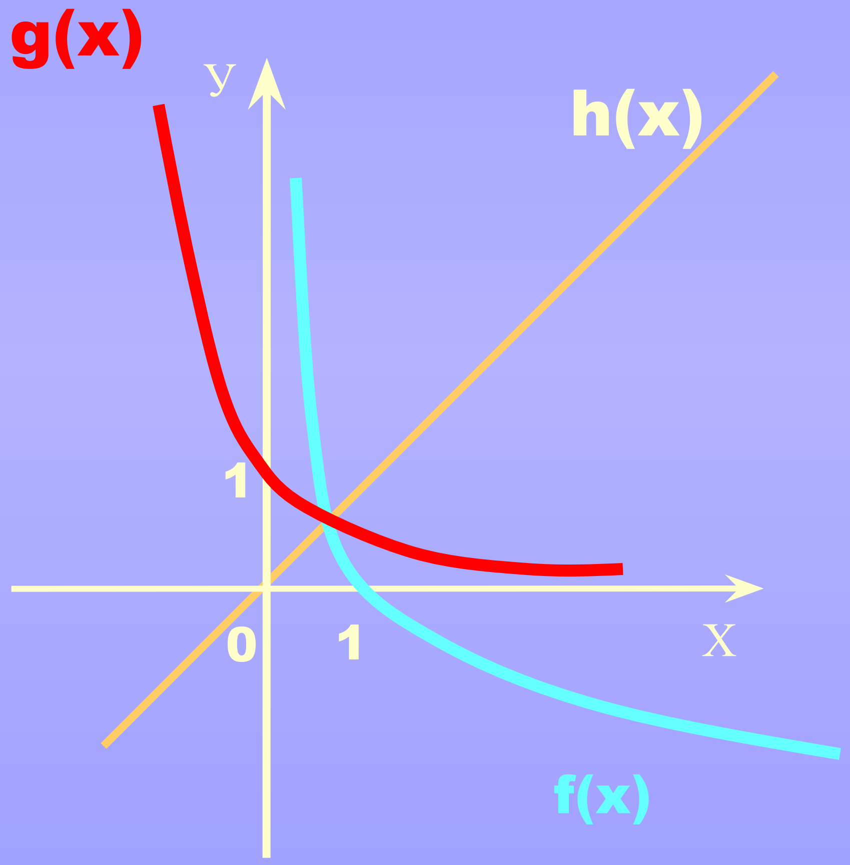
$g(x)=a^x$, $a>0$, $a\neq 1$ и $f(x)=\log_a x$, $a>0$, $a\neq 1$

являются <u>взаимно обратными.</u>

Графики взаимно обратных функций симметричны относительно прямой h(x)=x



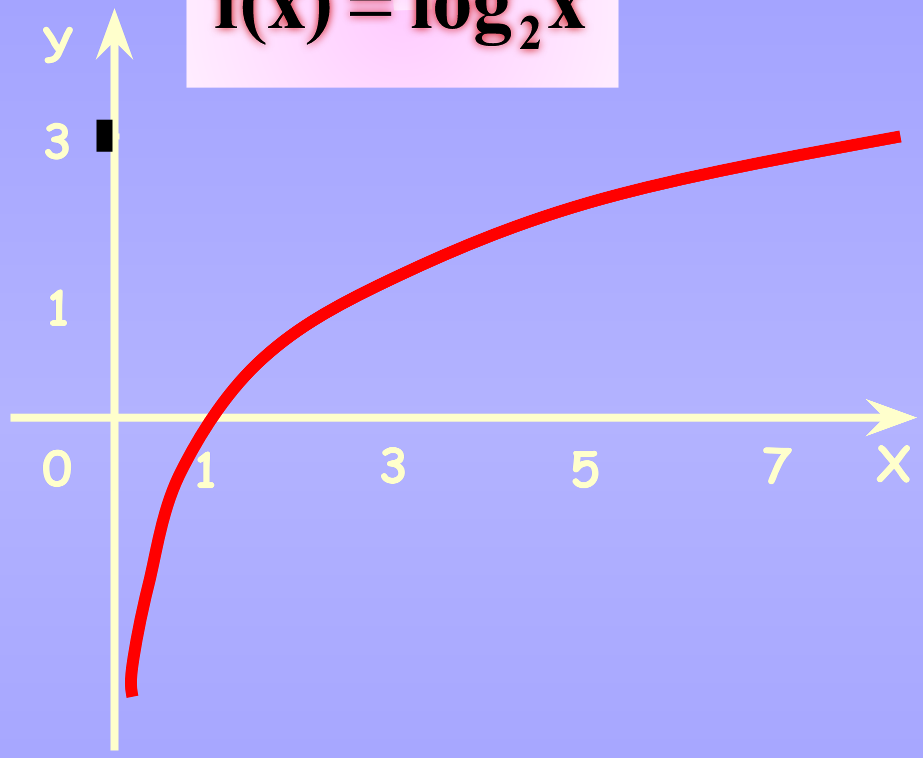
при **a>1**



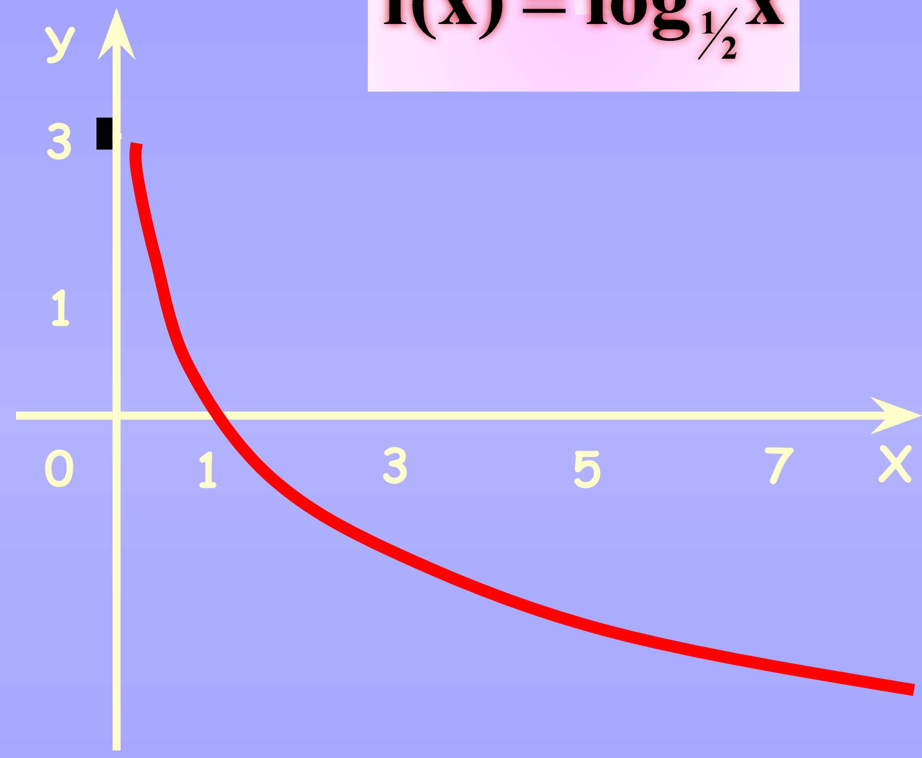
при **0<a<1**

Построим графики логарифмических функций.

$$f(x) = \log_2 x$$



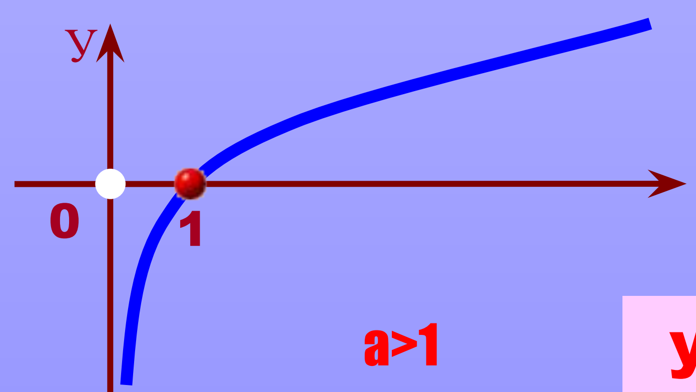
$$f(x) = \log_{1/2} x$$



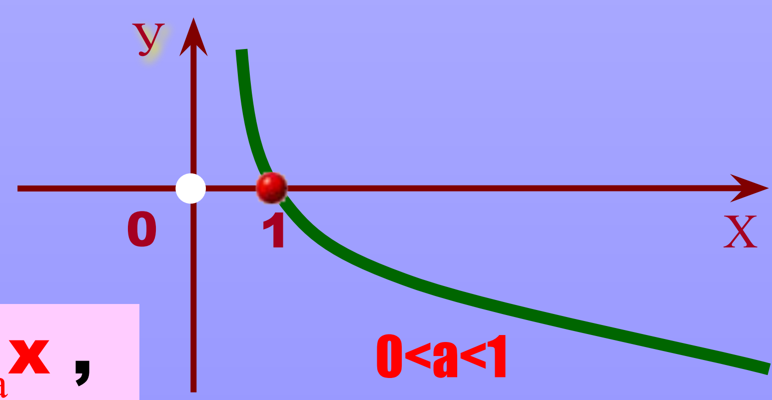
X	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
Y	-3	-2	-1	0	1	2	3

X	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
Y	3	2	1	0	-1	-2	-3

	Свойства функции	при a>1	при 0<a<1
1.	Область определения	$(0;\ \infty)$;	
2.	Область значений	R	
3.	Четность, нечетность	Не является ни четной, ни нечетной	
4.	Нули функции	$y=0$ при $x=1$	
5.	Промежутки знакопостоянства:	$y>0$ при $x\in(1;\infty)$; $y<0$ при $x\in(0;1)$;	$y>0$ при $x\in(0;1)$; $y<0$ при $x\in(1;\ \infty)$;
6.	Экстремумы	нет	
7.	Промежутки монотонности при $x\in(0;\infty)$:	Функция возрастает	Функция убывает
8.	Асимптота	$x=0$	

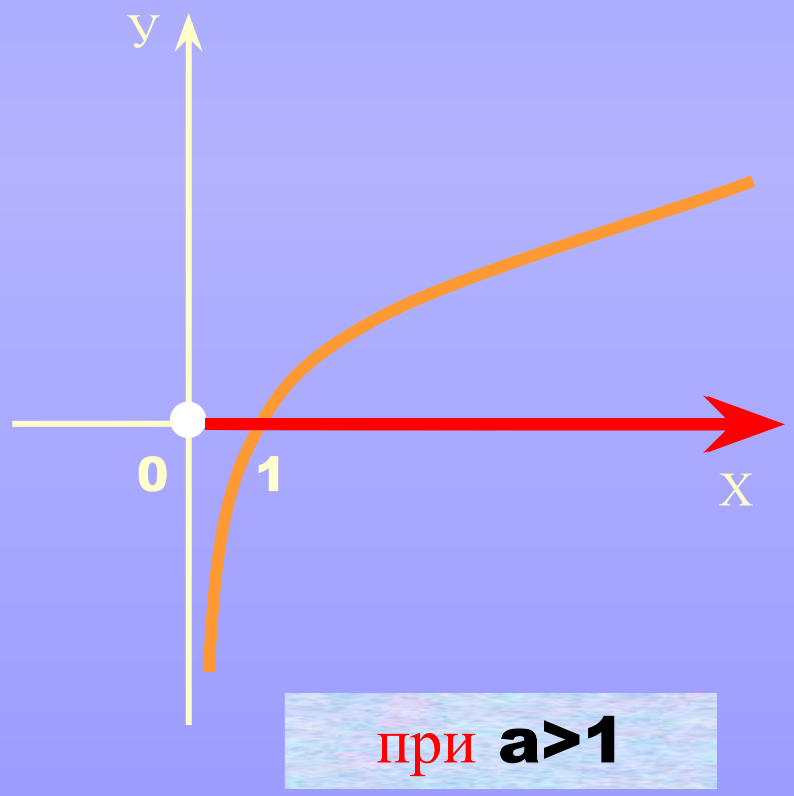


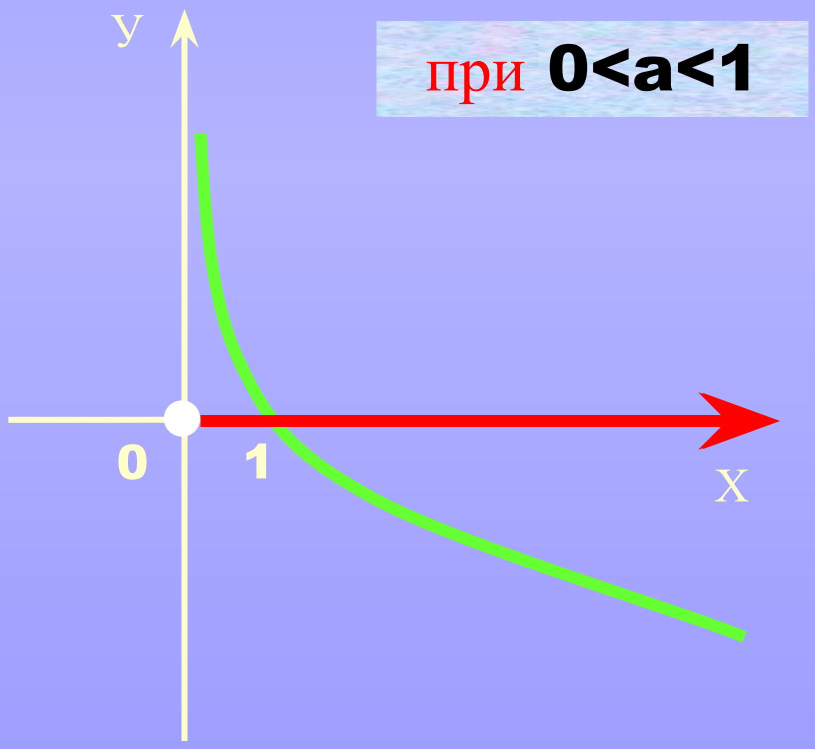
$y = \log_a x$,



Логарифмическая функция

$y = \log_a x$, где $a>0$, $a \neq 1$

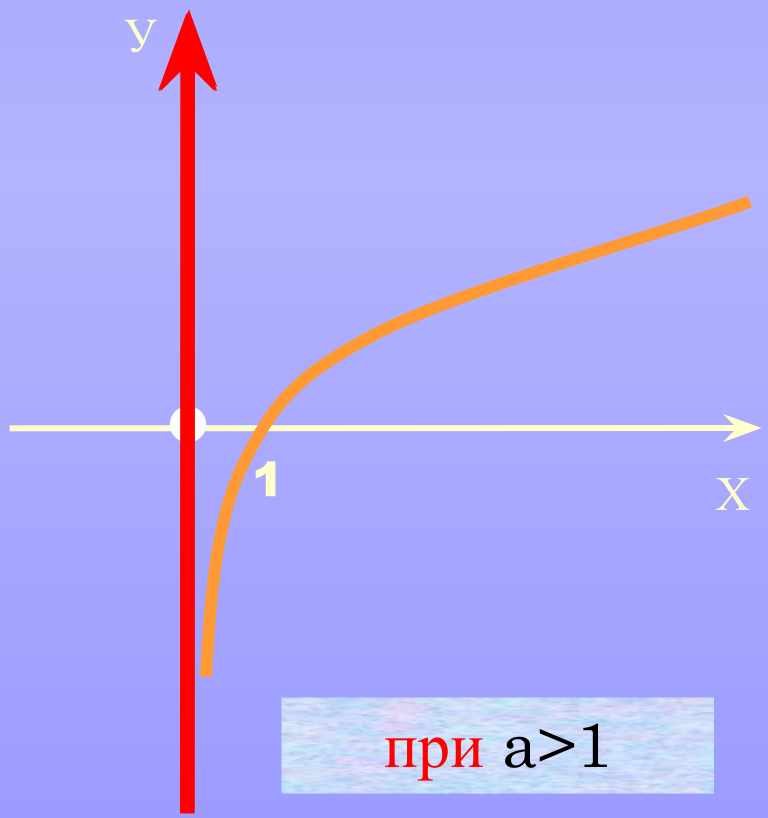


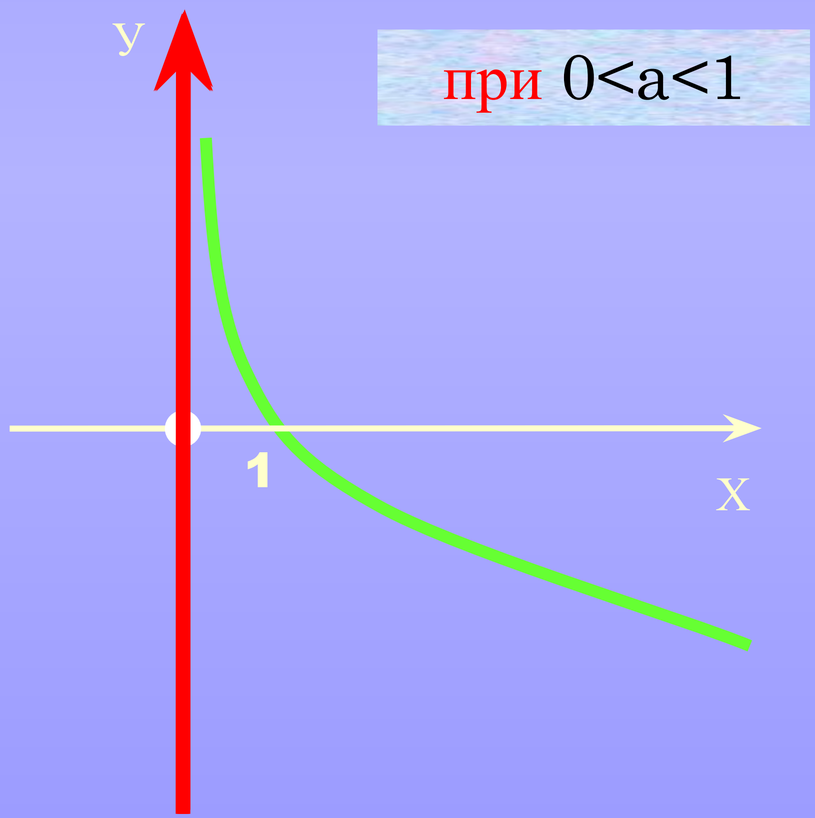


Какое значение аргумента x является допустимым для следующих функций:

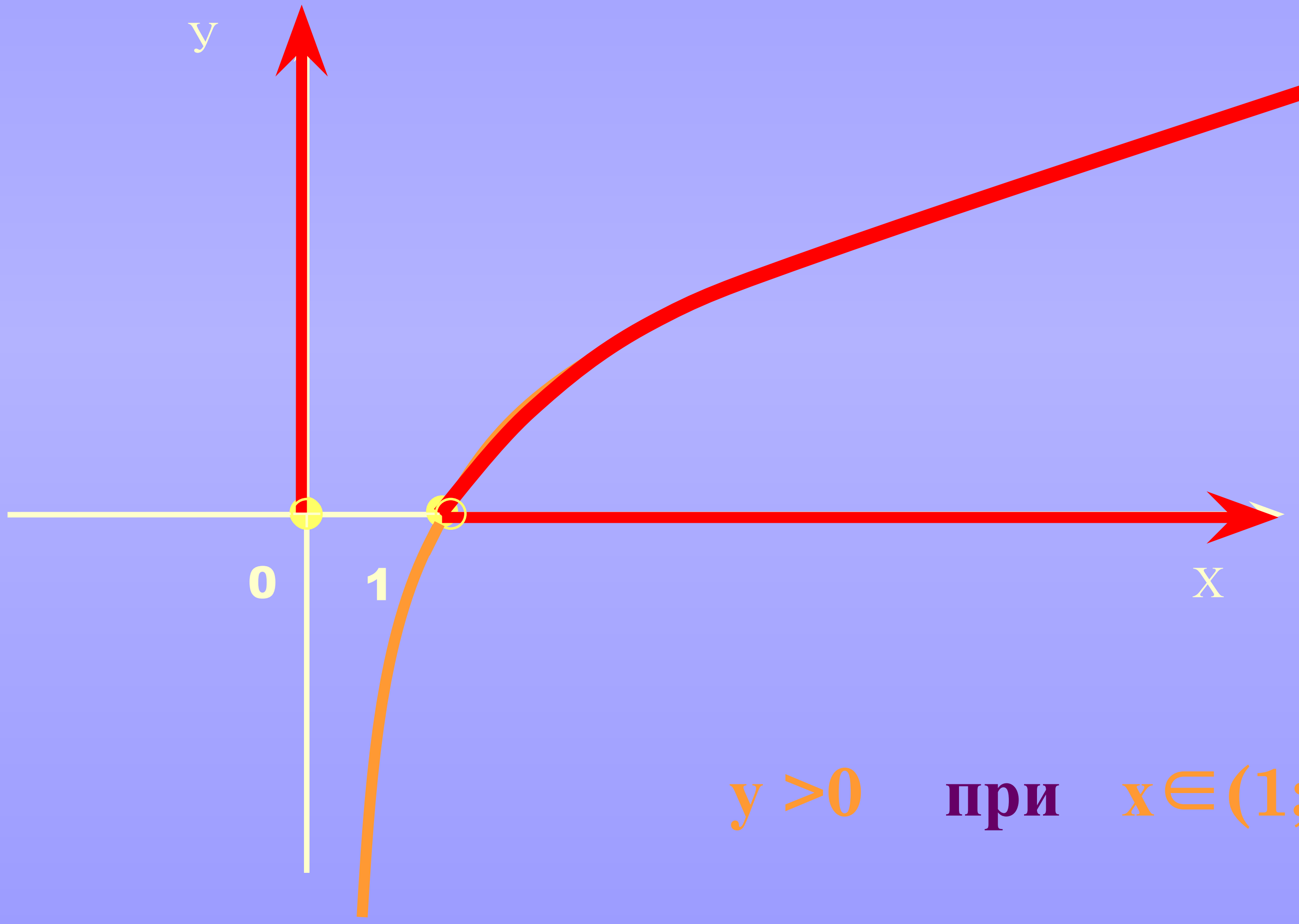
$y = \log_a(-x)$	$(-\infty;0)$	$-x > 0;\ x < 0.$
$y = \log_a \sqrt{x}$	$(0;\infty)$	$\sqrt{x} > 0;\ x > 0.$
$y = \log_a(x-1)$	$(1;\infty)$	$x - 1 > 0;\ x > 1.$
$y = \log_a(x^2-1)$	$(-\infty;-1) \cup (1;\infty)$	$x^2 - 1 > 0;\ \left[\begin{array}{l} x < -1, \\ x > 1 \end{array}\right.$.
$y = \log_a(x^2+1)$	R	$x^2 + 1 > 0,$ при $x \in R.$
$y = \log_a \lvert x \rvert$	$(-\infty;0) \cup (0;\infty)$	$\lvert x \rvert > 0;\ \left[\begin{array}{l} x > 0, \\ x < 0 \end{array}\right.$.

Логарифмическая функция
$y = \log_a x$, где $a>0$, $a \neq 1$



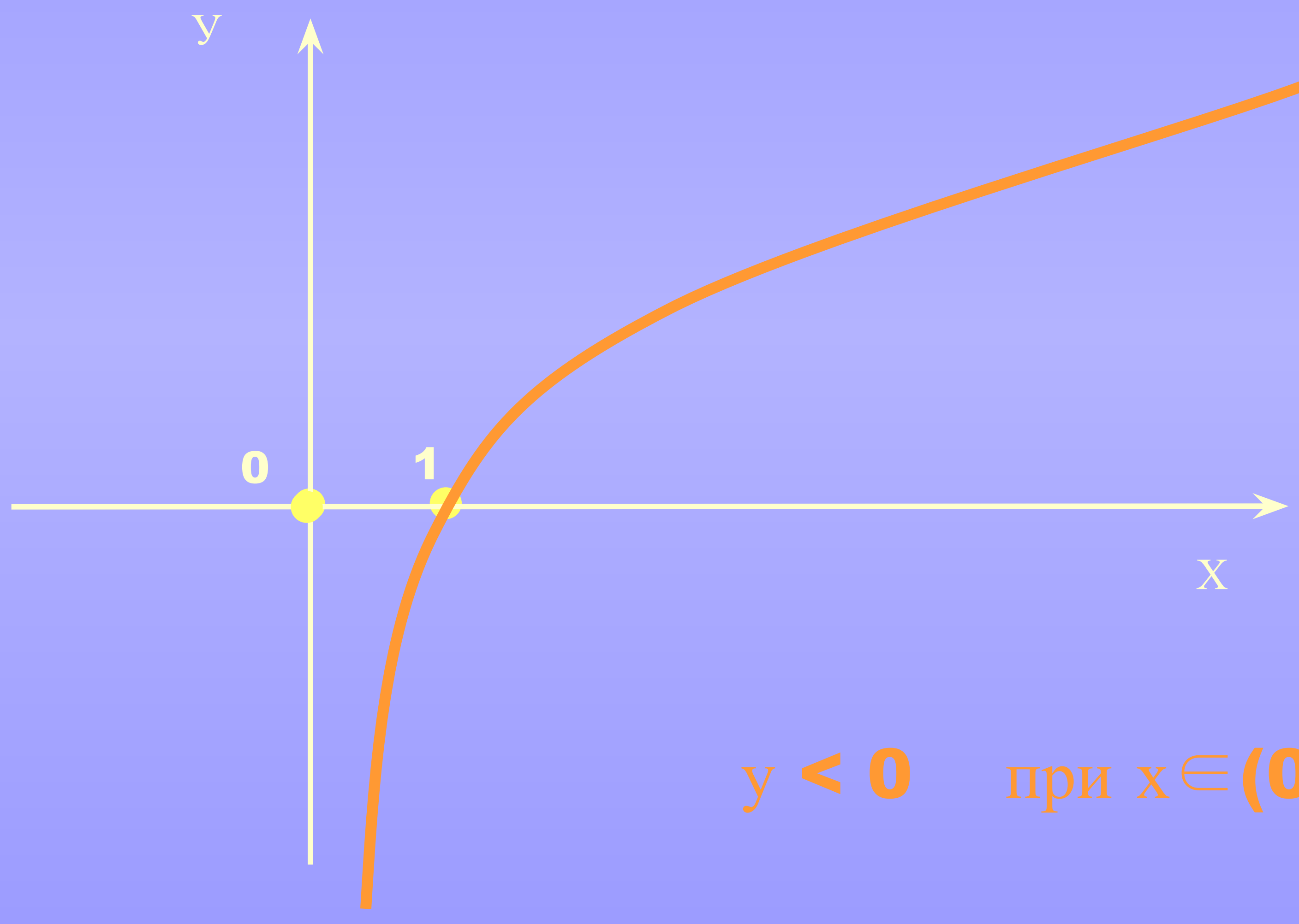


Логарифмическая функция
$y = \log_a x$,   при $a>1$



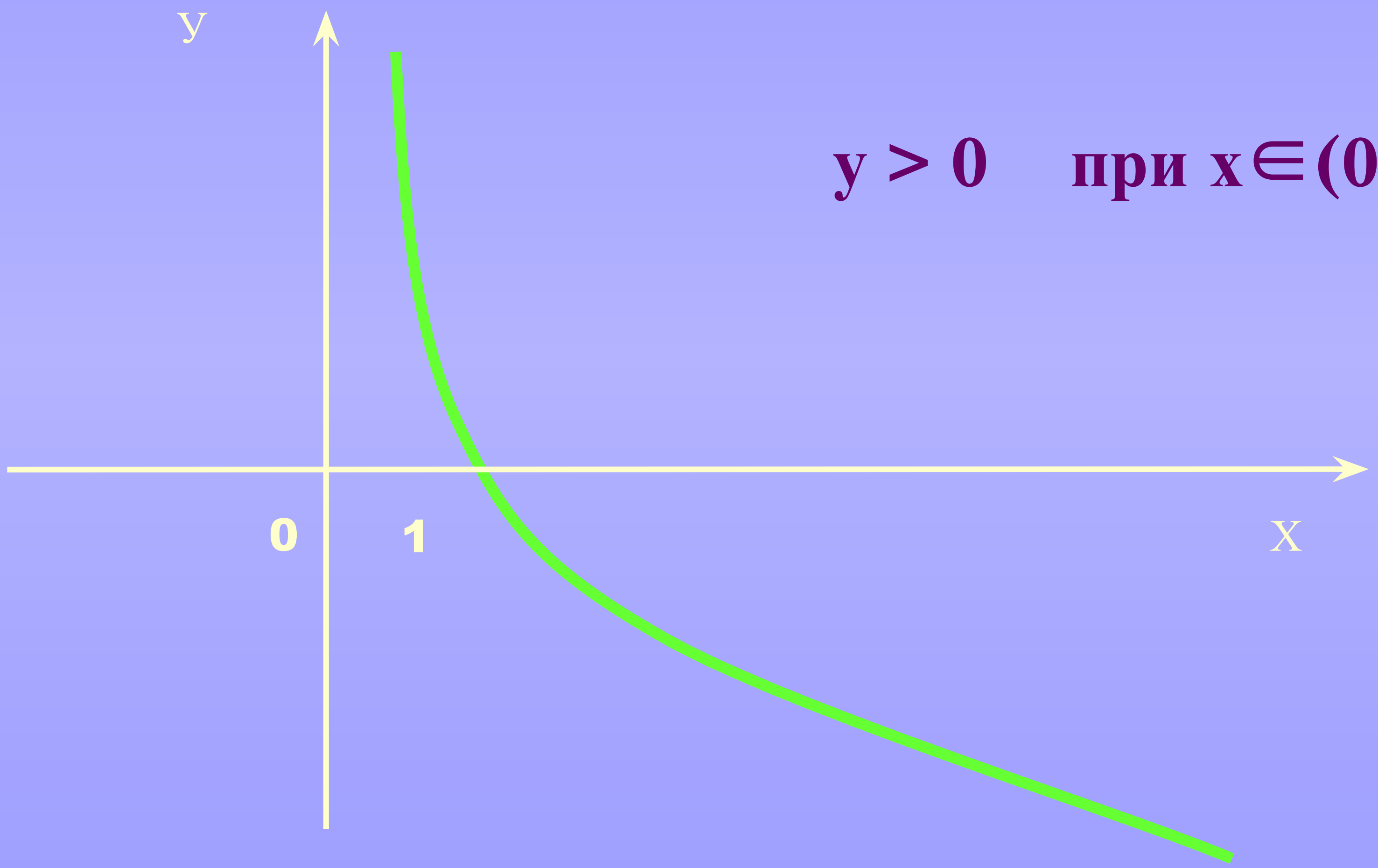
$y > 0$ при $x \in (1; \infty)$

Логарифмическая функция
$y = \log_a x$,   при $a>1$



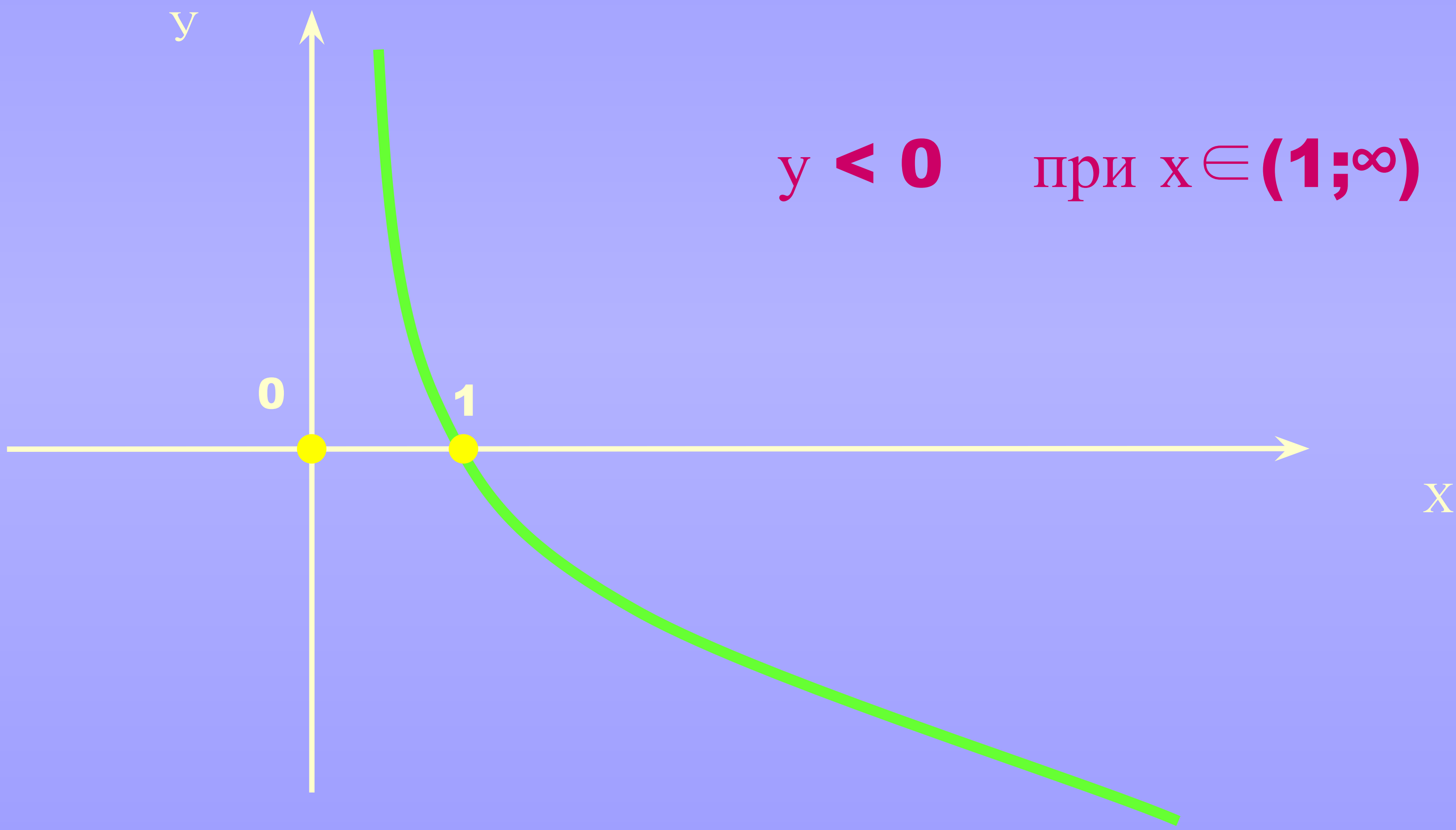
y **< 0**   при $x \in$ **(0;1)**

Логарифмическая функция
$y = \log_a x$,   при $0<a<1$



$y > 0$ при $x \in (0;1)$

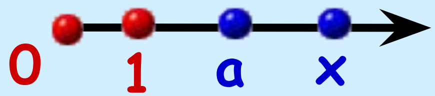
Логарифмическая функция
$y = \log_a x$, при $0<a<1$

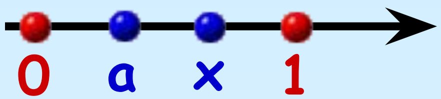


$y < 0$ при $x \in (1;\infty)$

Для промежутков знакопостоянства:

$y=\log_a x$





Если число и основание логарифмической функции находятся с одной стороны от 1, то значение логарифмической функции этого числа **положительно.**

$$\left.\begin{array}{l} a>1 \quad \text{и} \quad x>1 \\ 0<a<1 \quad \text{и} \quad 0<x<1 \end{array}\right\} \quad y>0$$

Если число и основание логарифмической функции находятся по разные стороны от 1, то значение логарифмической функции этого числа **отрицательно.**

$$\left.\begin{array}{l} a>1 \quad \text{и} \quad 0<x<1 \\ 0<a<1 \quad \text{и} \quad x>1 \end{array}\right\} \quad y<0$$

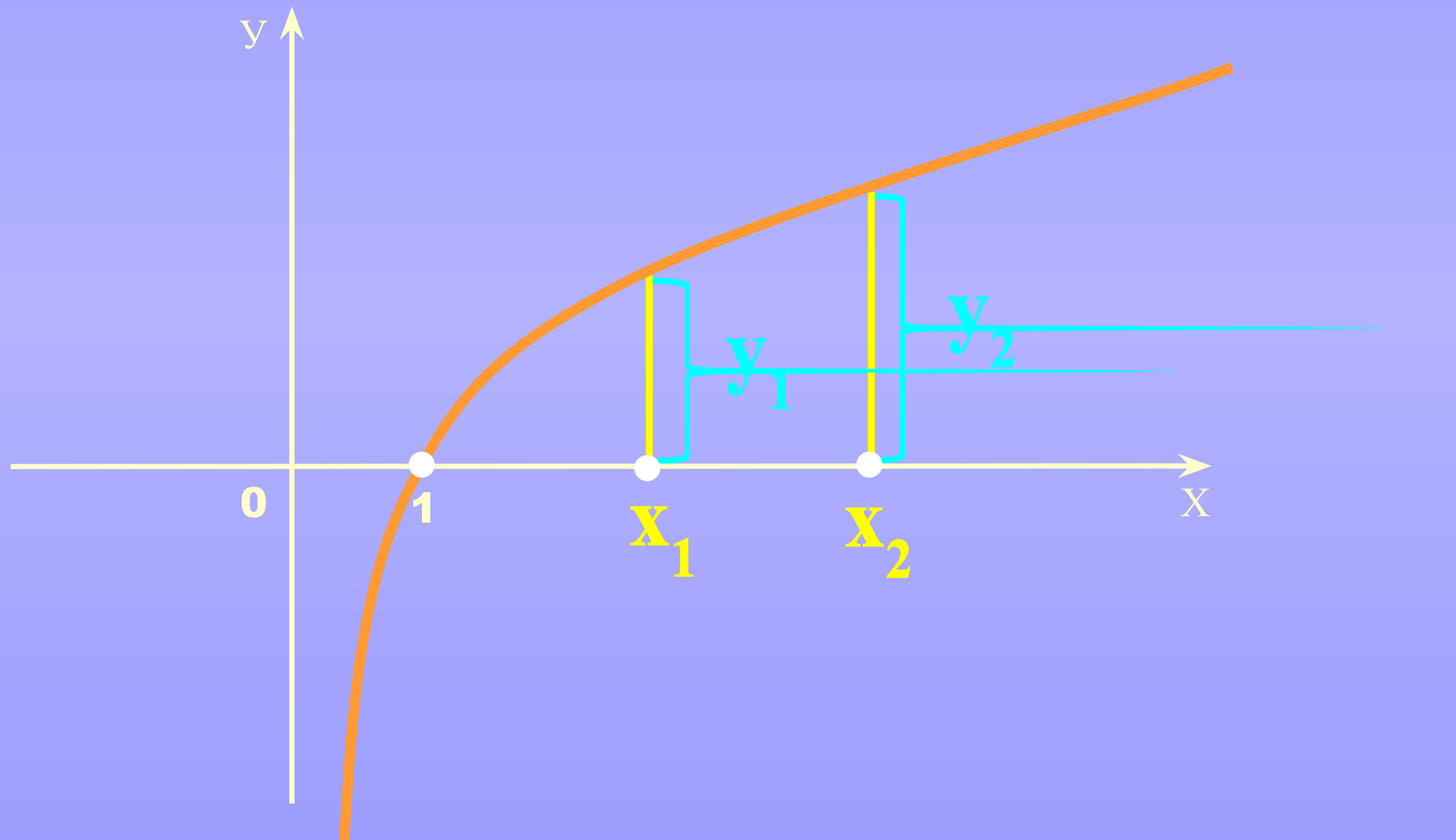
Задание.Определите знак числа.

Если **число** и **основание** логарифма лежат **по одну сторону от 1**, то логарифм **положителен**;	$\log_2 3 > 0$	$2 > 1$, $3 > 1$
	$\log_{0,2} 0,8 > 0$	$0 < 0,2 < 1$, $0 < 0,8 < 1$
Если **число** и **основание** логарифма лежат **по разные стороны от 1**, то логарифм **отрицателен**.	$\log_5 0,1 < 0$	$5 > 1$, $0 < 0,1 < 1$
	$\log_{0,3} 1,8 < 0$	$0 < 0,3 < 1$, $1,8 > 1$

Задание. Какое заключение можно сделать относительно числа m, если:

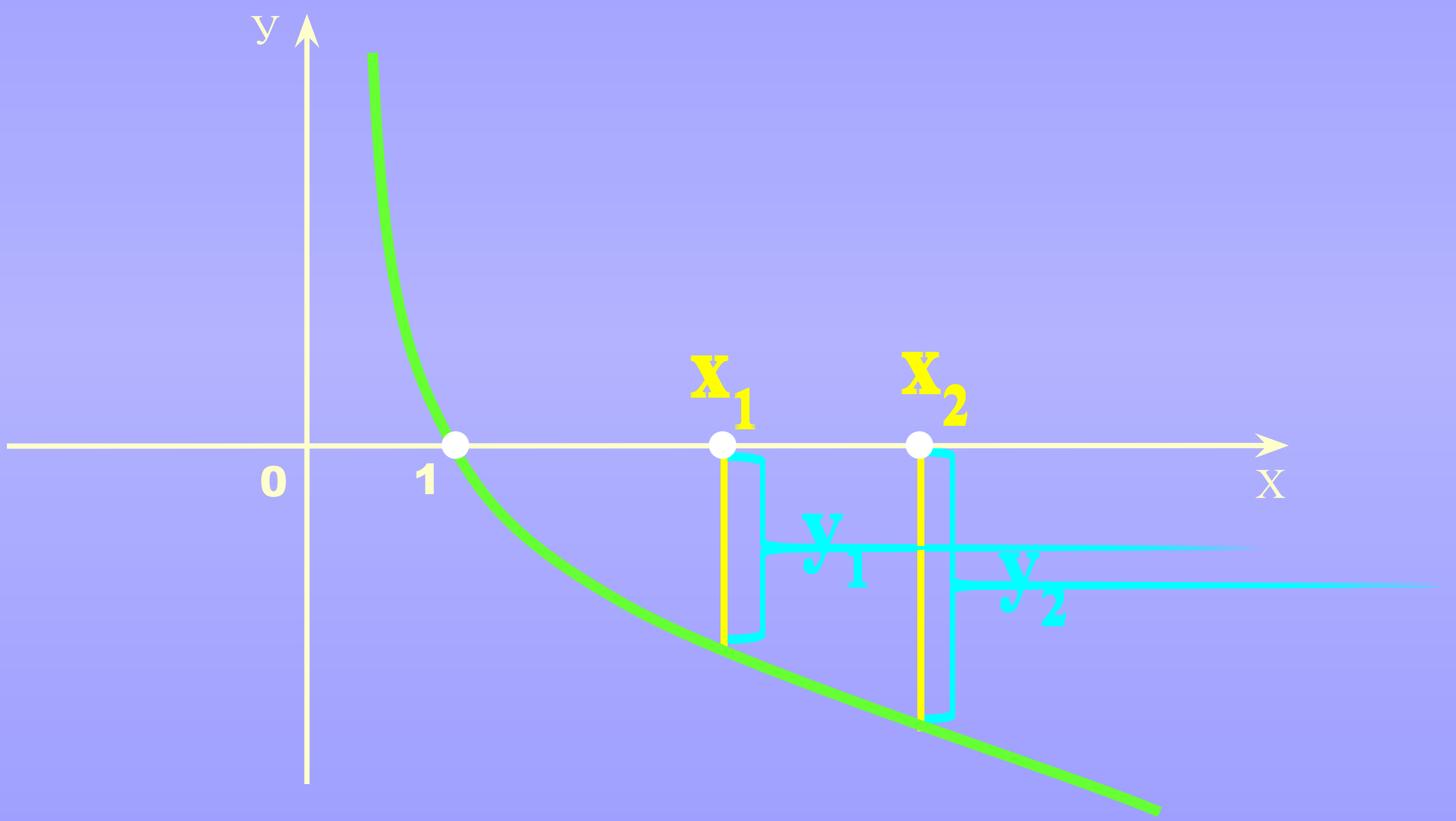
$\log_{\frac{1}{2}} m = -0{,}5$	$m > 1$	$0 < \frac{1}{2} < 1, \quad -0{,}5 < 0$
$\log_3 m = 1{,}5$	$m > 1$	$3 > 1, \quad 1{,}5 > 0$
$\log_{0{,}2} m = \frac{4}{3}$	$0 < m < 1$	$0 < 0{,}2 < 1, \quad \frac{4}{3} > 0$
$\log_{2{,}4} m = -0{,}2$	$0 < m < 1$	$2{,}4 > 1, \quad -0{,}2 < 0$

Логарифмическая функция
$y = \log_a x$,   при $a>1$



Логарифмическая функция

$y = \log_a x$, при $0<a<1$



Какие из перечисленных ниже функций являются возрастающими, а какие убывающими?

$y = \log_2 x$	возрастающая,	$2 > 1$
$y = \log_{0,5} x^2$	убывающая,	$0 < 0,5 < 1$
$y = \lg\sqrt{x}$	возрастающая,	$10 > 1$
$y = \ln x + 2$	возрастающая,	$e > 1$
$y = \log_{\sqrt{0,7}} x - 4$	убывающая,	$0 < \sqrt{0,7} < 1$

Задание.

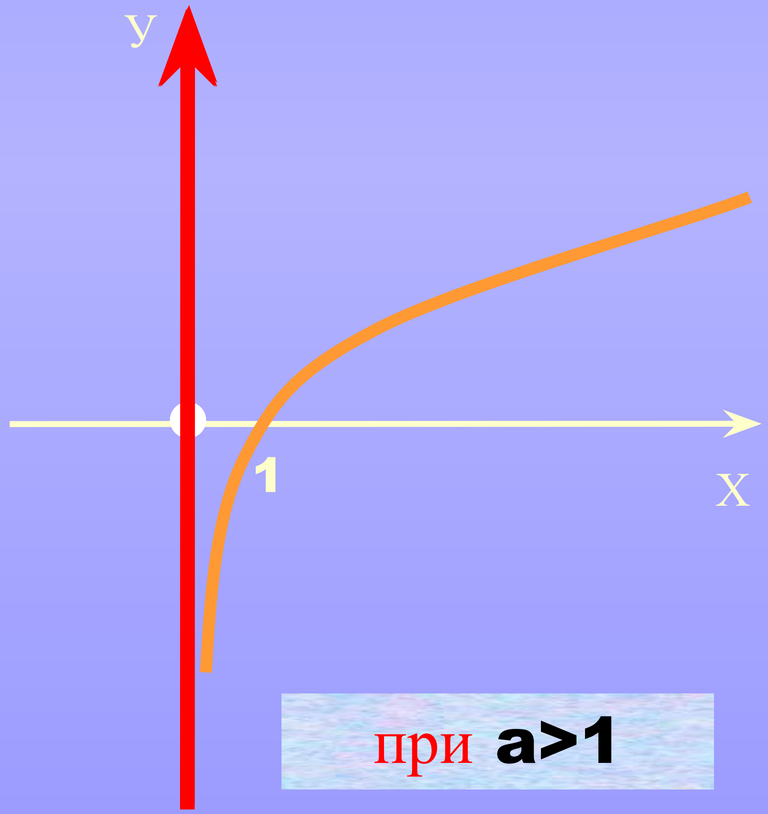
Сравнить с 1 число a, если известно, что:

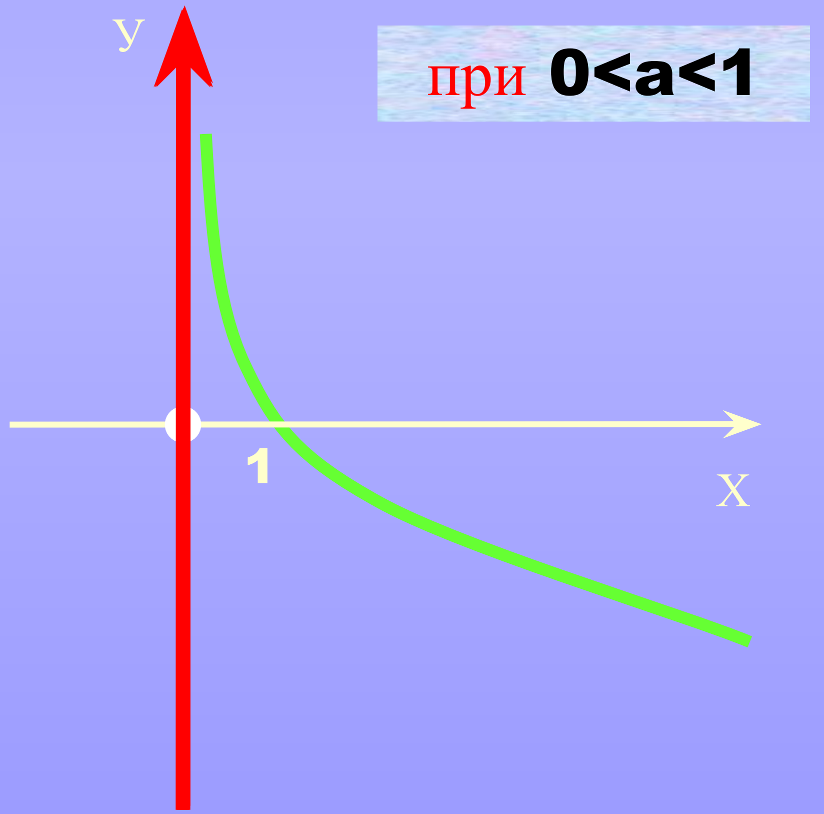
$\log_a 0{,}2 = 3$	$0 < a < 1$	$0 < 0{,}2 < 1,\ \ 3 > 0$
$\log_a 0{,}5 > \log_a 0{,}4$	$a > 1$	$0{,}5 > 0{,}4$
$\log_a 0{,}8 = -5$	$a > 1$	$0 < 0{,}8 < 1,\ -5 < 0$
$\log_a \frac{2}{3} > \log_a 1{,}5$	$0 < a < 1$	$\frac{2}{3} < 1{,}5$

Задание. Между числами m и n поставить знак > или <, если известно, что:

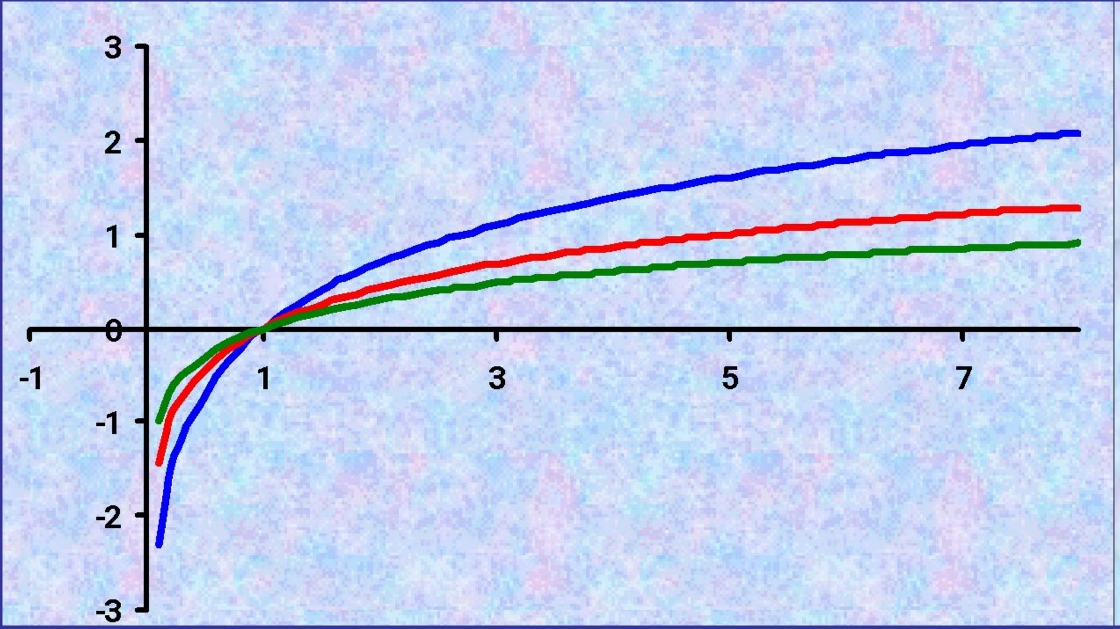
$\log_{\frac{1}{2}} m > \log_{\frac{1}{2}} n$	$m < n$	$0 < \frac{1}{2} < 1$
$\log_8 m > \log_8 n$	$m > n$	$8 > 1$
$\log_{2,5} m < \log_{2,5} n$	$m < n$	$2,5 > 1$
$\log_{0,2} m < \log_{0,2} n$	$m > n$	$0 < 0,2 < 1$

Логарифмическая функция
$y = \log_a x$, где $a>0$, $a\neq1$





В одной координатной плоскости построены графики функций $g(x)=\ln x$, $h(x)=\log_5 x$, $f(x)=\lg x$



$g(x)=\ln x$

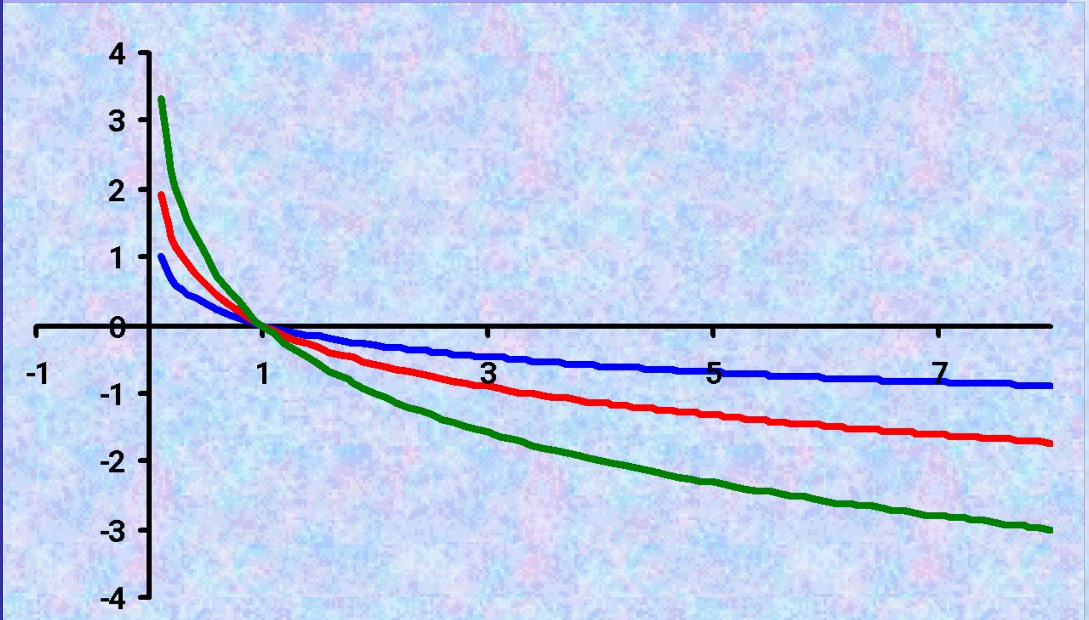
$h(x)=\log_5 x$

$f(x)=\lg x$

Вывод:

при а>1 чем больше основание а логарифмической функции, тем ближе к координатным осям располагается график .

В одной координатной плоскости построены графики функций $g(x)=\log_{0,1}x$, $h(x)=\log_{0,3}x$, $f(x)=\log_{0,5}x$



$g(x)=\log_{0,1}x$

$h(x)=\log_{0,3}x$

$f(x)=\log_{0,5}x$

Вывод:

при <u>*0<a<1*</u> чем <u>больше</u> основание <u>*a*</u> логарифмической функции,тем <u>дальше от осей</u> координат располагается график .