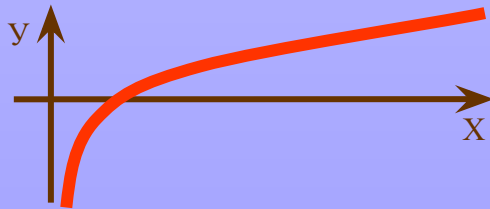
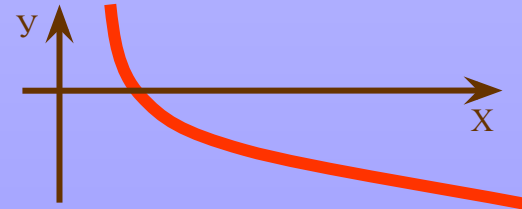


урок по теме:

"Логарифмическая функция,
её свойства и график"



$$y = \log_a x$$



Концентрация внимания

Монотонность

Асимптота

Точность

Единица

Максимум

Аргумент

Точка

Исследование

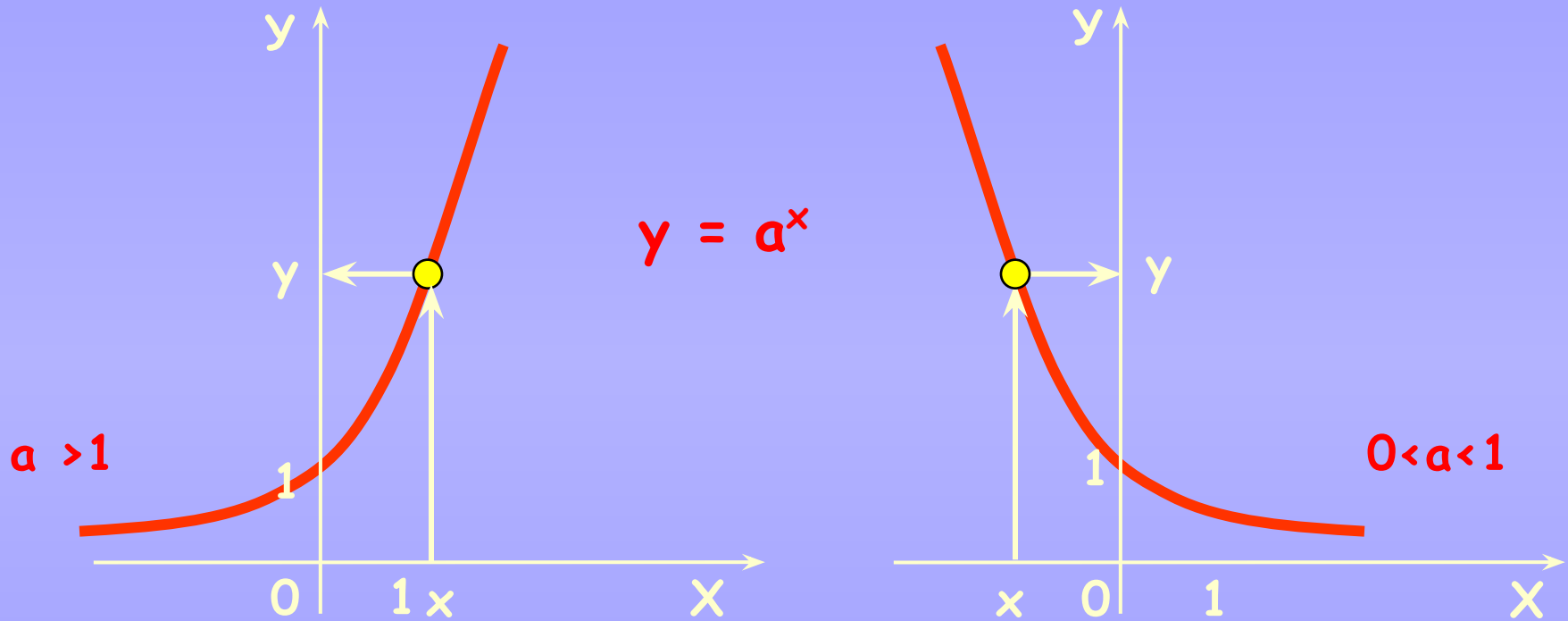
Корень

Абсцисса

**Запомнить и
воспроизвести в
указанном порядке.**

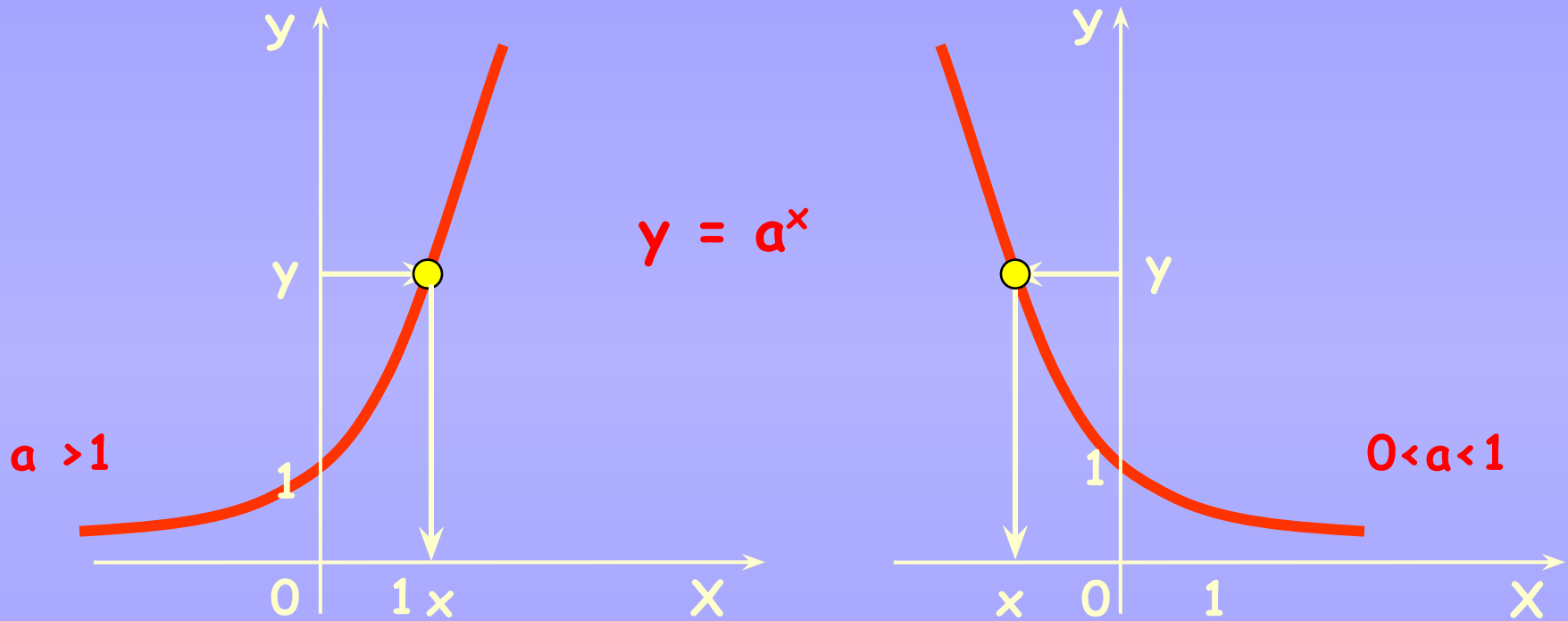
$$\begin{aligned} \% \text{ внимания} &= \\ &= (\text{число слов по поряд-ку}) \cdot \\ &\quad 0,1 \cdot 100\% \end{aligned}$$

Функция $y=a^x$ ($a>0$, $a\neq 1$) при: $a > 1$ монотонно возрастает на \mathbb{R} ;
 $0 < a < 1$ монотонно убывает на \mathbb{R} .



Каждому значению x из области определения функции **соответствует** **единственное** значение y из области значений этой функции .

Функция $y=a^x$ ($a>0$, $a\neq 1$) при: $a > 1$ монотонно возрастает на \mathbb{R} ;
 $0 < a < 1$ монотонно убывает на \mathbb{R} .



Каждому значению y из области значений функции соответствует **единственное** значение x из области определения этой функции .

Пусть $a > 0$, $a \neq 1$. Каждому $x > 0$ поставим в соответствие число y , равное логарифму числа x по основанию a , т.е. $y = \log_a x$.

Определение:

Функцию $y = \log_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$) называют логарифмической функцией.

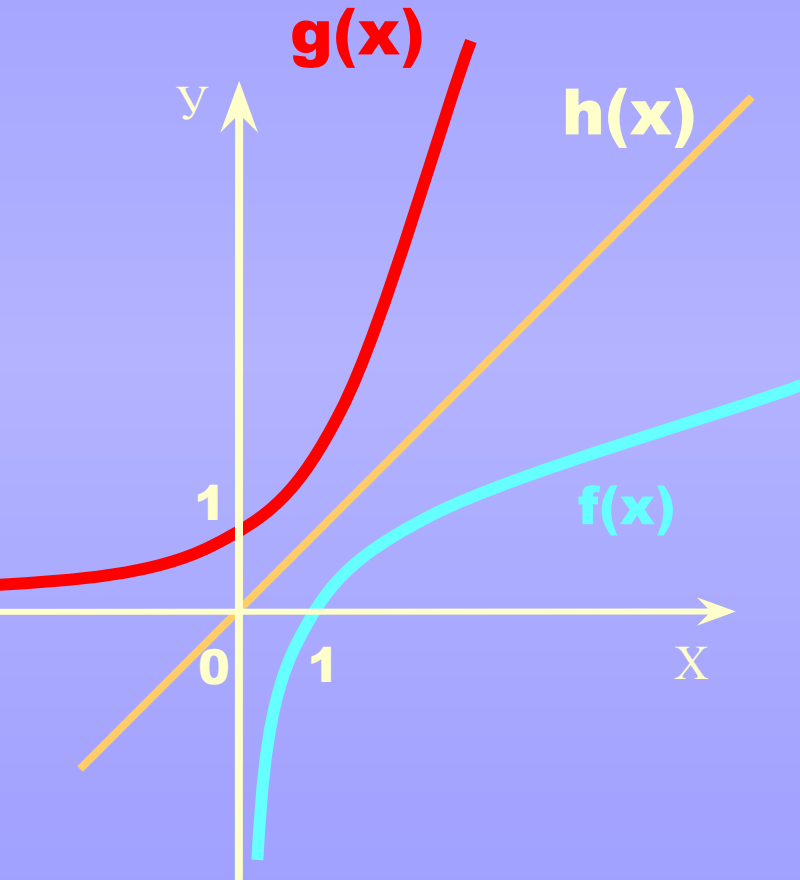
При $(a > 0, a \neq 1)$	$g(x) = a^x$	$f(x) = \log_a x$
1 2	$D(g) = \mathbb{R}$ $E(g) = (0; \infty)$	$D(f) = (0; \infty)$ $E(f) = \mathbb{R}$

По определению функции

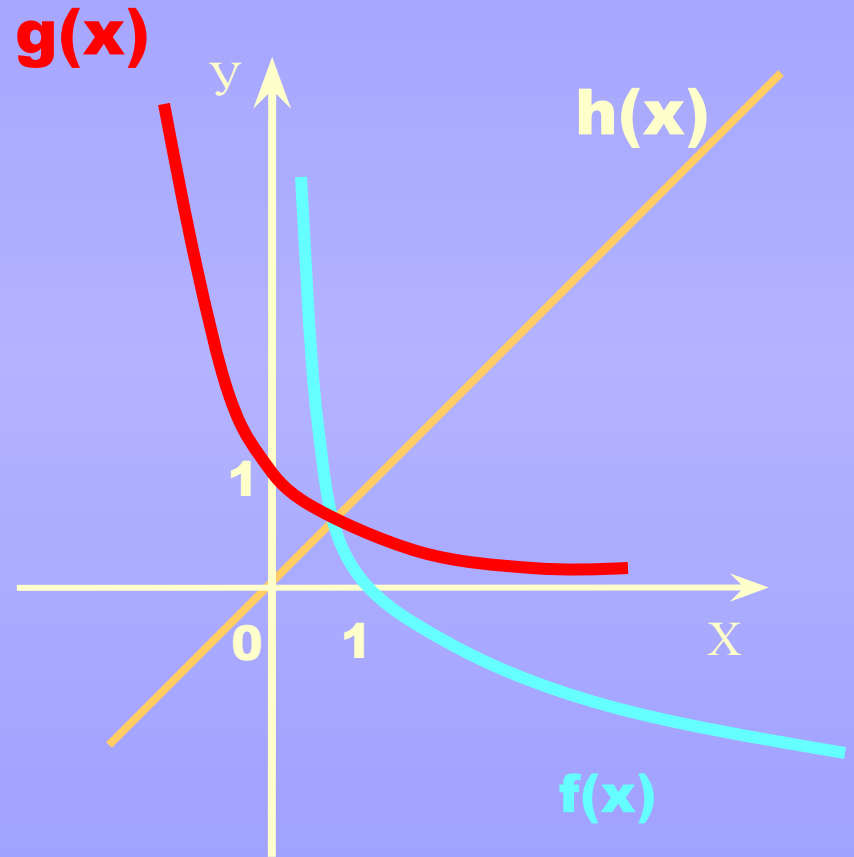
$g(x) = a^x, a > 0, a \neq 1$ и $f(x) = \log_a x, a > 0, a \neq 1$

являются взаимно обратными.

Графики взаимно обратных функций симметричны относительно прямой $h(x)=x$



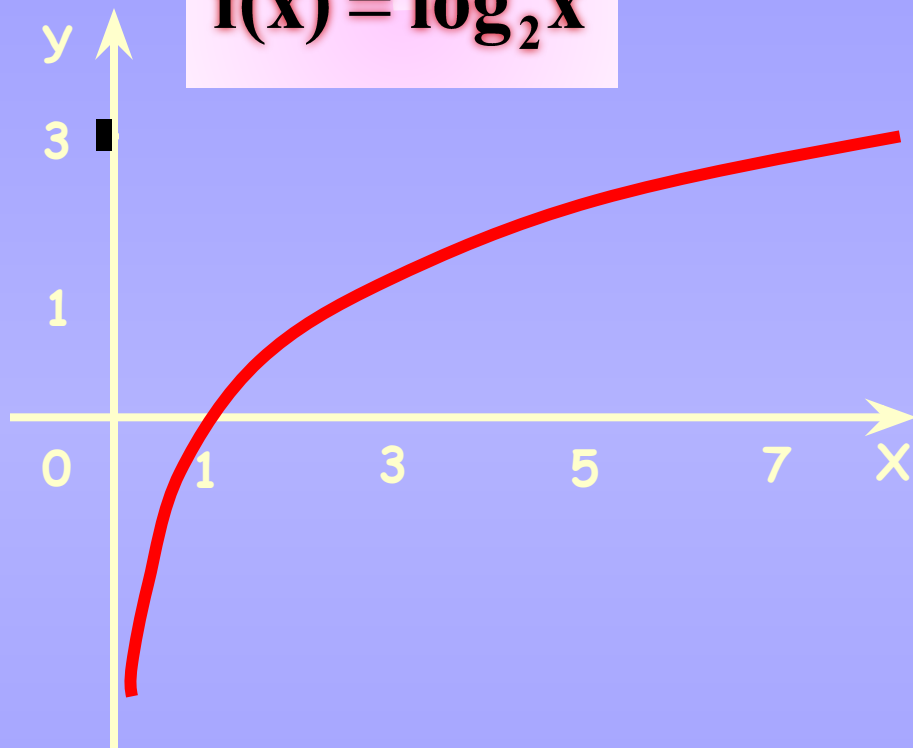
при $a > 1$



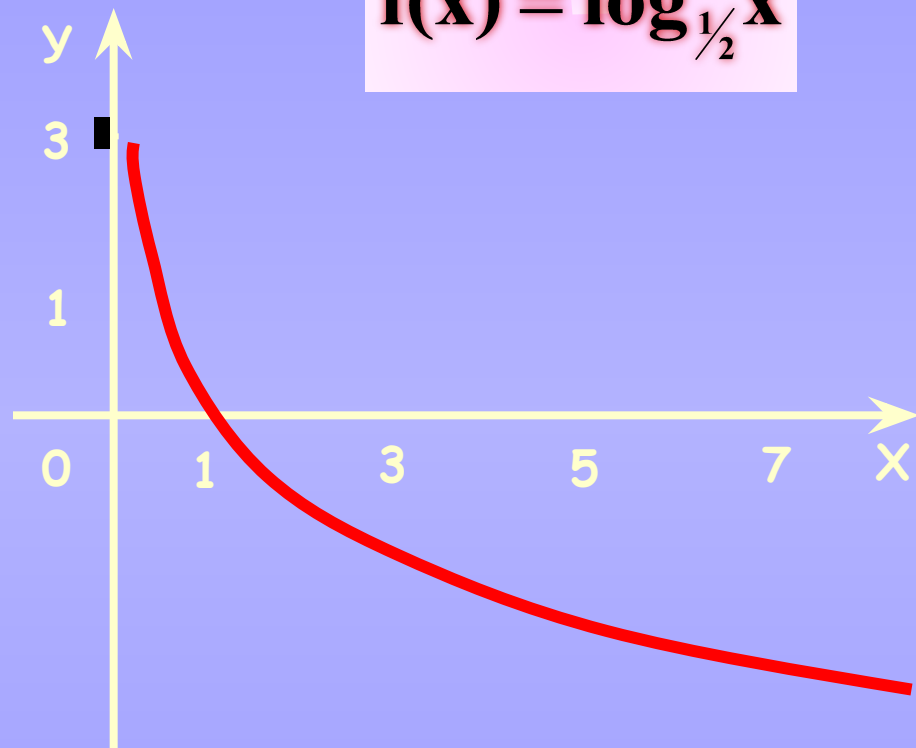
при $0 < a < 1$

Построим графики логарифмических функций.

$$f(x) = \log_2 x$$



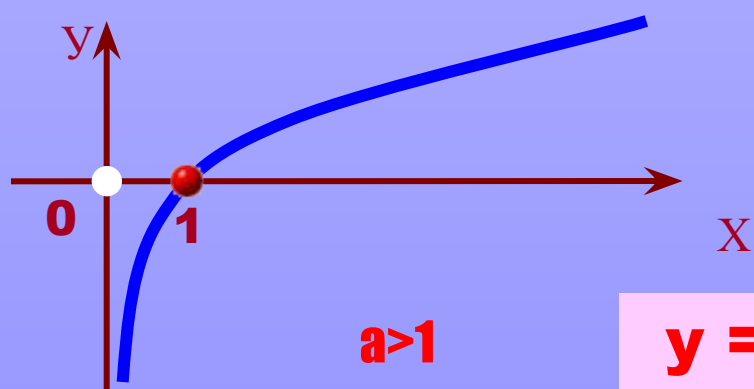
$$f(x) = \log_{1/2} x$$



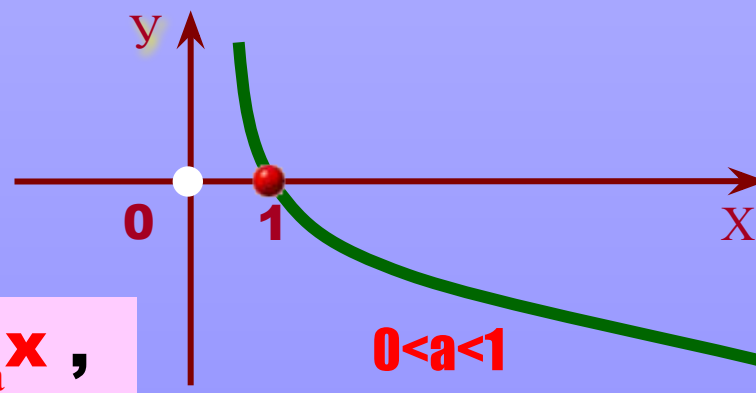
X	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
Y	-3	-2	-1	0	1	2	3

X	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
Y	3	2	1	0	-1	-2	-3

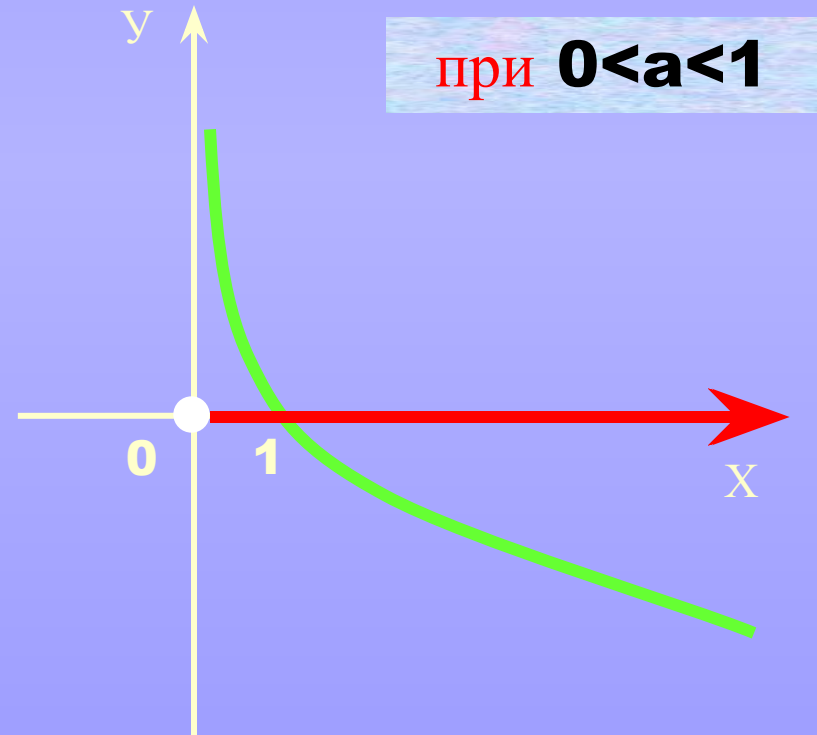
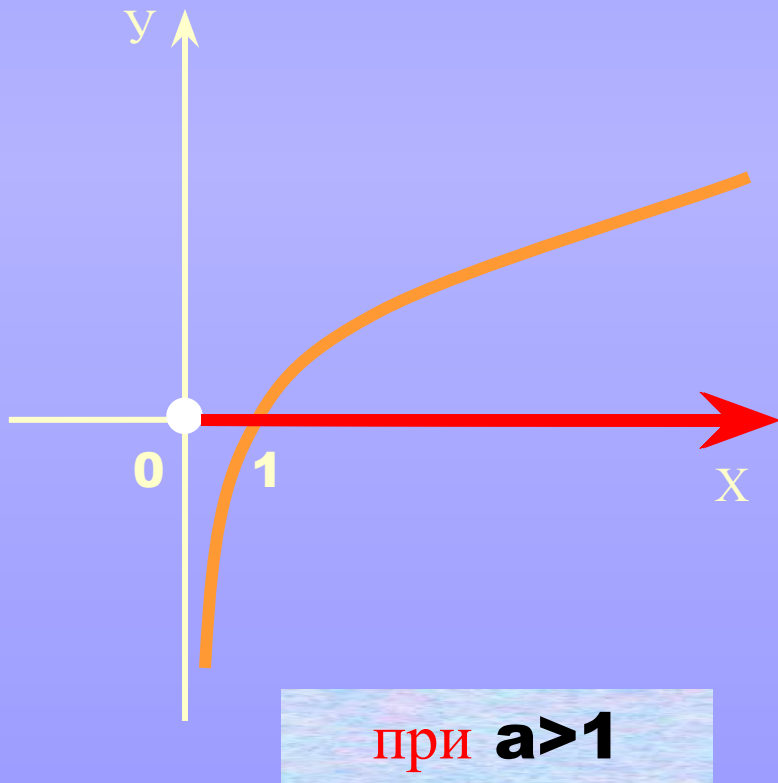
	Свойства функции	при $a > 1$	при $0 < a < 1$
<u>1.</u>	Область определения	$(0; \infty)$;	
<u>2.</u>	Область значений	\mathbb{R}	
<u>3.</u>	Четность, нечетность	Не является ни четной, ни нечетной	
<u>4.</u>	Нули функции	$y=0$ при $x=1$	
<u>5.</u>	Промежутки знакопостоянства:	$y > 0$ при $x \in (1; \infty)$; $y < 0$ при $x \in (0; 1)$;	$y > 0$ при $x \in (0; 1)$; $y < 0$ при $x \in (1; \infty)$;
<u>6.</u>	Экстремумы	нет	
<u>7.</u>	Промежутки монотонности при $x \in (0; \infty)$:	Функция возрастает	Функция убывает
<u>8.</u>	Асимптота	$x=0$	



$$y = \log_a x,$$



Логарифмическая функция
 $y = \log_a x$, где $a > 0$, $a \neq 1$



Какое значение аргумента x является допустимым для следующих функций:

$$y = \log_a(-x)$$

$$(-\infty; 0)$$

$$-x > 0; x < 0.$$

$$y = \log_a \sqrt{x}$$

$$(0; \infty)$$

$$\sqrt{x} > 0; x > 0.$$

$$y = \log_a(x-1)$$

$$(1; \infty)$$

$$x-1 > 0; x > 1.$$

$$y = \log_a(x^2 - 1)$$

$$(-\infty; -1) \cup (1; \infty)$$

$$x^2 - 1 > 0; \begin{cases} x < -1, \\ x > 1 \end{cases}.$$

$$y = \log_a(x^2 + 1)$$

$$\mathbf{R}$$

$$x^2 + 1 > 0, \\ \text{при } x \in \mathbf{R}.$$

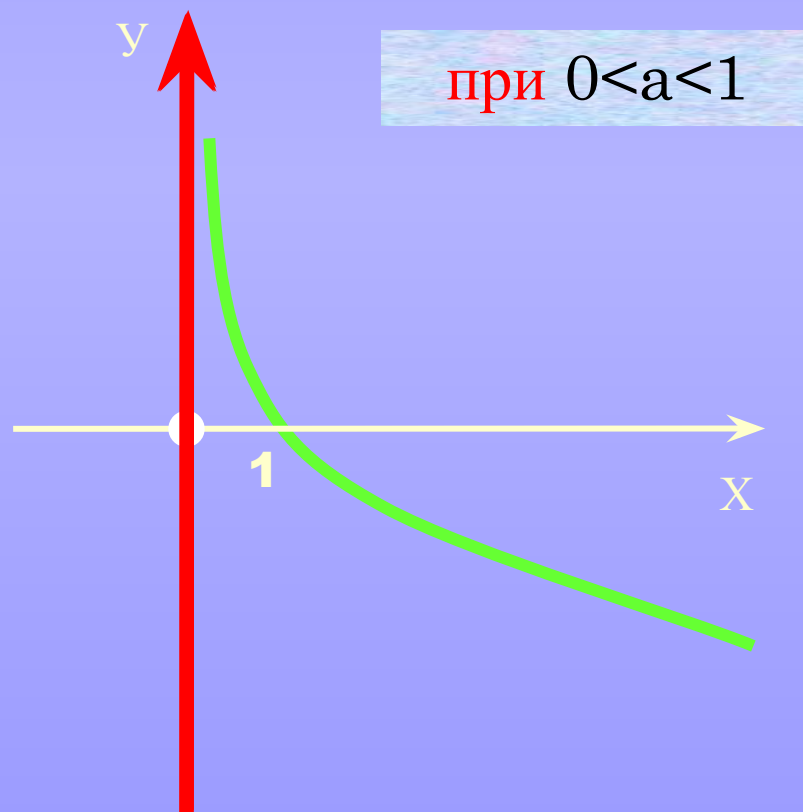
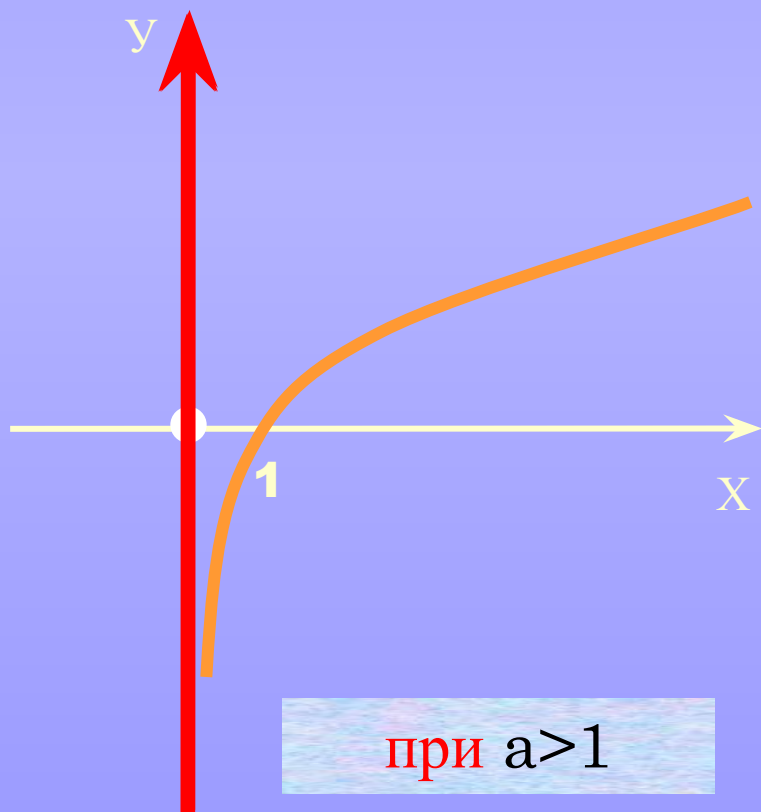
$$y = \log_a|x|$$

$$(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$$

$$|x| > 0; \begin{cases} x > 0, \\ x < 0 \end{cases}.$$

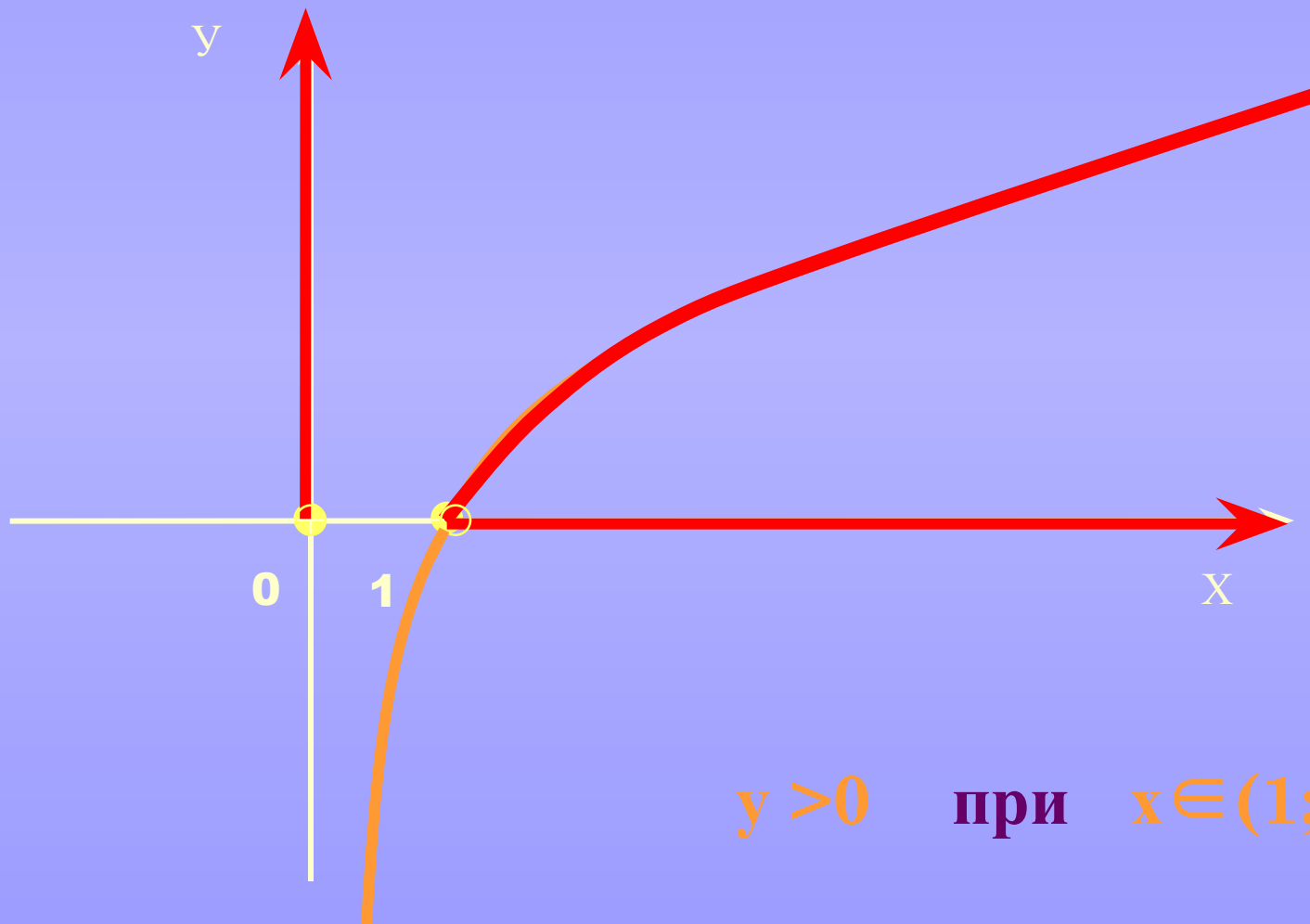
Логарифмическая функция

$$y = \log_a x, \text{ где } a > 0, a \neq 1$$



Логарифмическая функция

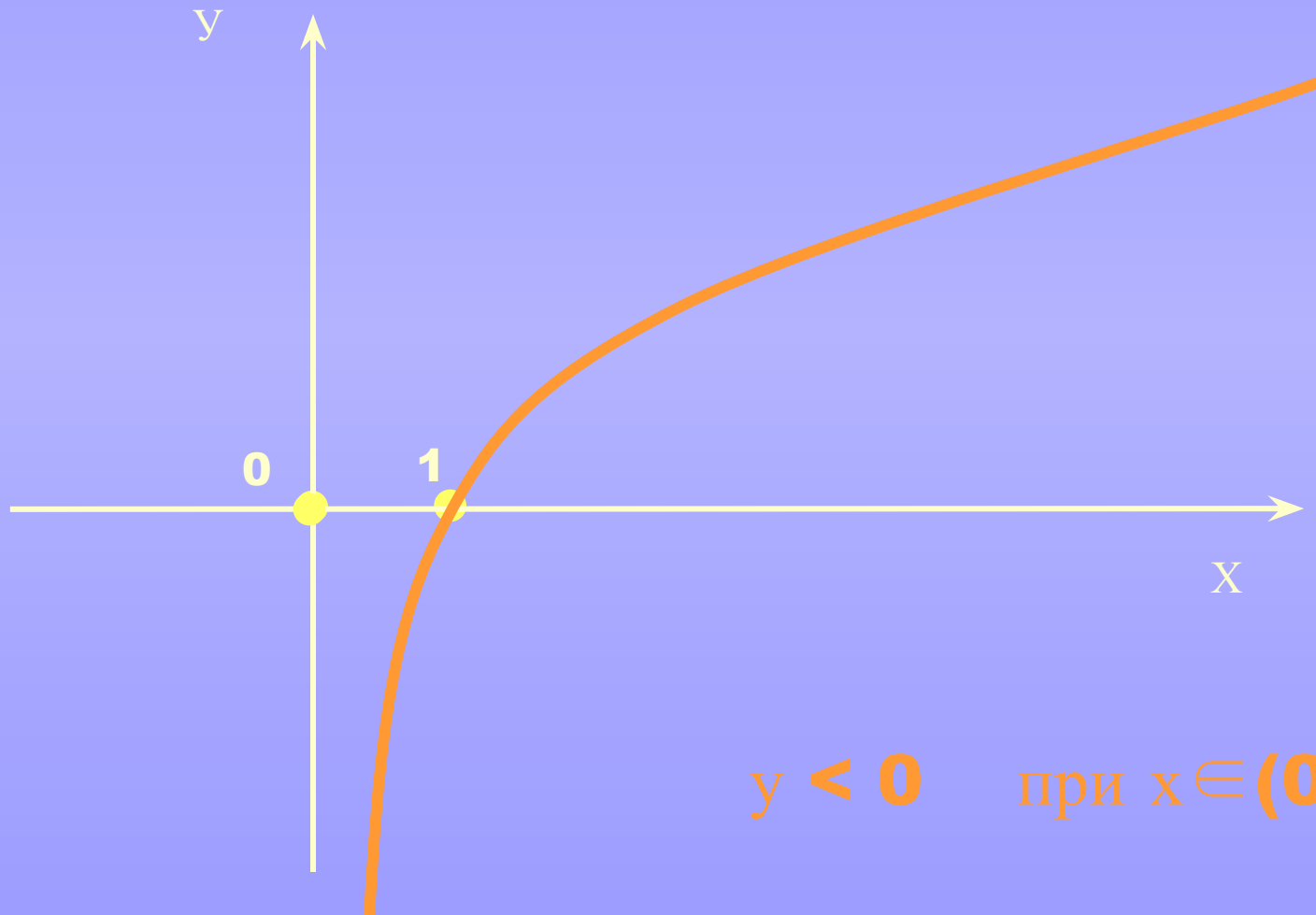
$$y = \log_a x, \quad \text{при } a > 1$$



$y > 0$ при $x \in (1; \infty)$

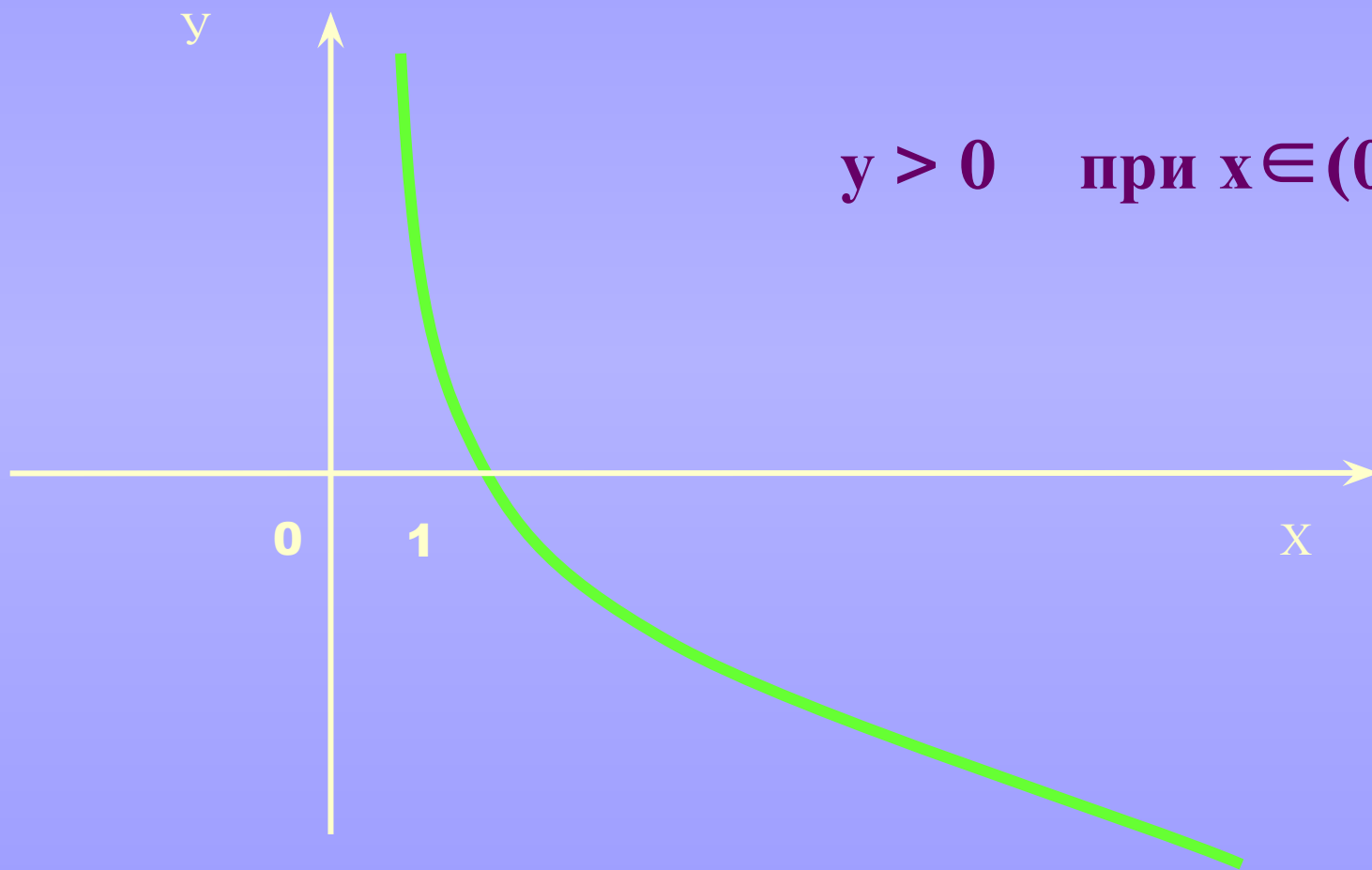
Логарифмическая функция

$$y = \log_a x, \quad \text{при } a > 1$$



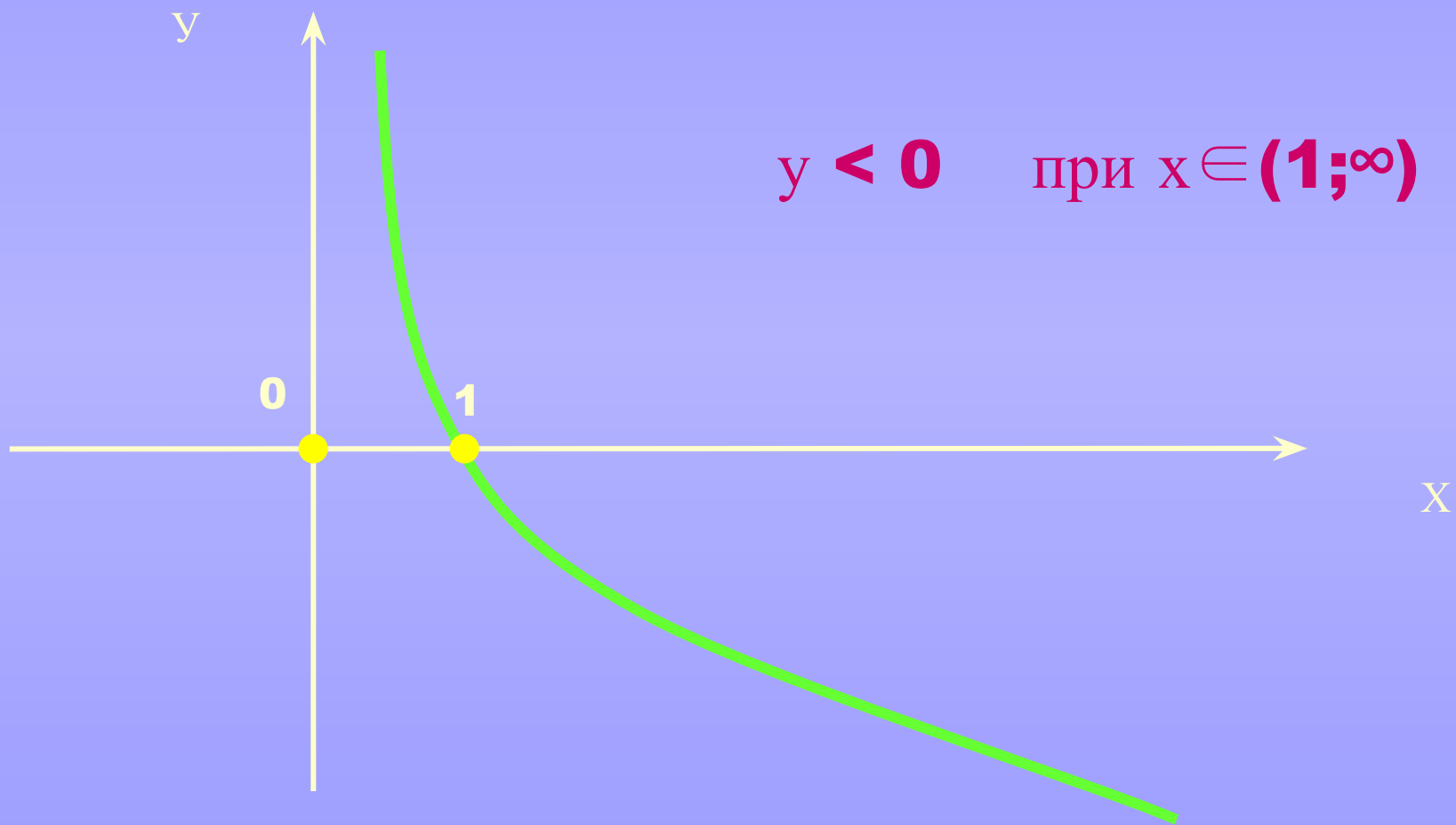
$y < 0$ при $x \in (0; 1)$

Логарифмическая функция $y = \log_a x$, при $0 < a < 1$



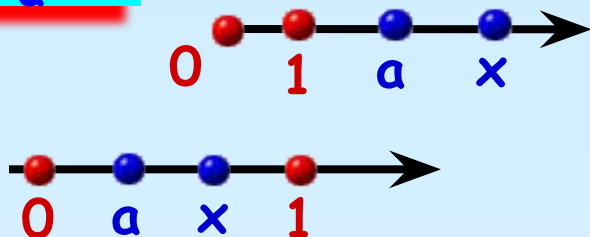
$y > 0$ при $x \in (0; 1)$

Логарифмическая функция $y = \log_a x$, при $0 < a < 1$



Для промежутков знакопостоянства:

$$y = \log_a x$$

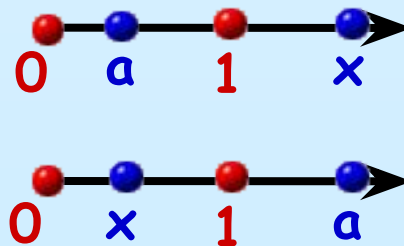


$$\left. \begin{array}{l} a > 1 \text{ и } x > 1 \\ 0 < a < 1 \text{ и } 0 < x < 1 \end{array} \right\} y > 0$$

Если число и основание логарифмической функции находятся по разные стороны от 1, то значение логарифмической функции этого числа **отрицательно**.

Если число и основание логарифмической функции находятся с одной стороны от 1, то значение логарифмической функции этого числа

положительно.



$$\left. \begin{array}{l} a > 1 \text{ и } 0 < x < 1 \\ 0 < a < 1 \text{ и } x > 1 \end{array} \right\} y < 0$$

Задание. Определите знак числа.

Если **число** и **основание**
логарифма лежат
по одну сторону от 1,
то логарифм **положителен**;

$$\log_2 3 > 0$$

$$2 > 1,$$

$$3 > 1$$

$$\log_{0,2} 0,8 > 0$$

$$0 < 0,2 < 1,$$

$$0 < 0,8 < 1$$

Если **число** и **основание**
логарифма лежат
по разные стороны от 1,
то логарифм
отрицателен.

$$\log_5 0,1 < 0$$

$$5 > 1,$$

$$0 < 0,1 < 1$$

$$\log_{0,3} 1,8 < 0$$

$$0 < 0,3 < 1,$$

$$1,8 > 1$$

Задание. Какое заключение можно сделать относительно числа m , если:

$$\log_{\frac{1}{2}} m = -0,5$$

$$m > 1$$

$$0 < \frac{1}{2} < 1, \quad -0,5 < 0$$

$$\log_3 m = 1,5$$

$$m > 1$$

$$3 > 1, \quad 1,5 > 0$$

$$\log_{0,2} m = \frac{4}{3}$$

$$0 < m < 1$$

$$0 < 0,2 < 1, \quad \frac{4}{3} > 0$$

$$\log_{2,4} m = -0,2$$

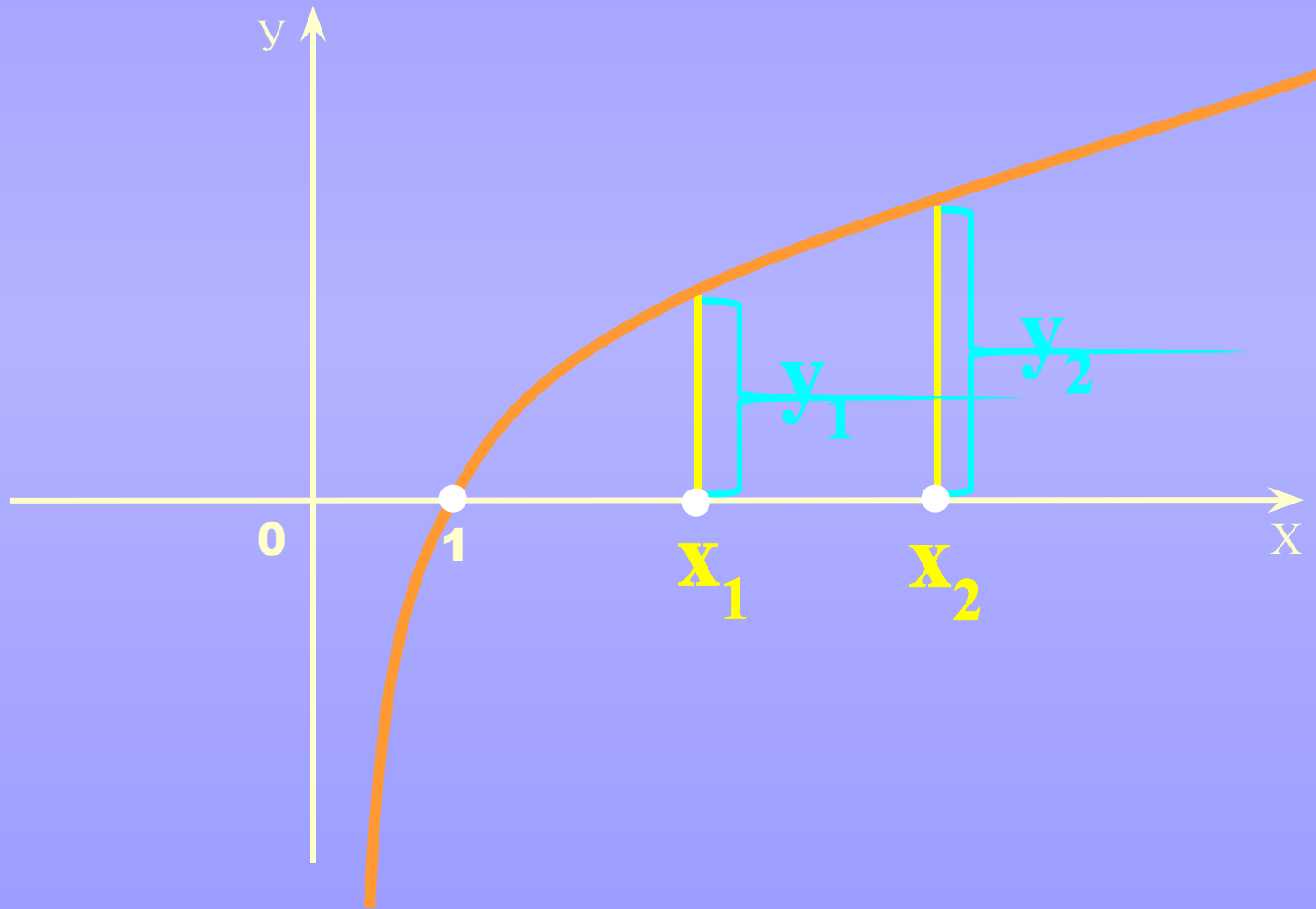
$$0 < m < 1$$

$$2,4 > 1, \quad -0,2 < 0$$

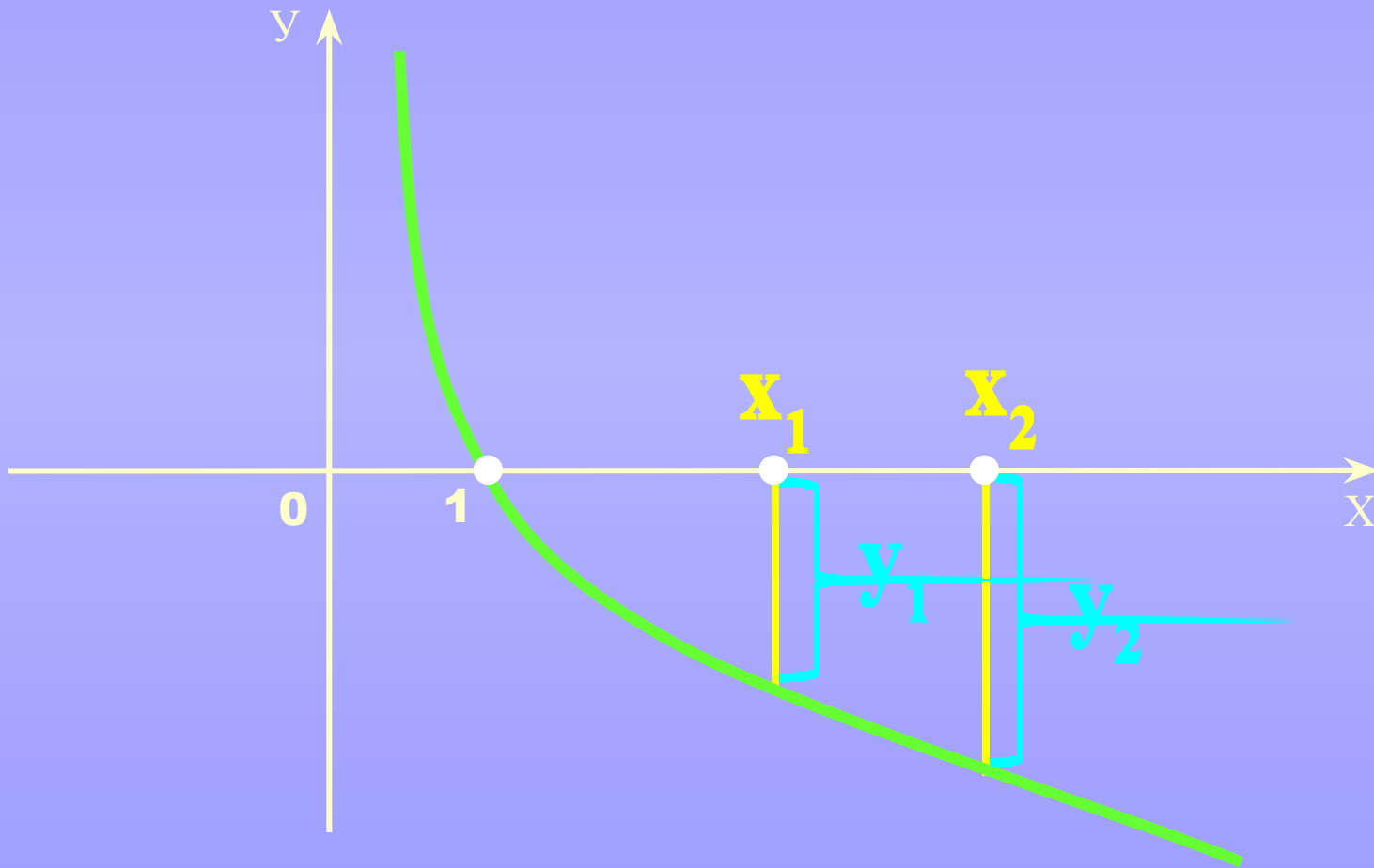


Логарифмическая функция

$$y = \log_a x, \quad \text{при } a > 1$$



Логарифмическая функция $y = \log_a x$, при $0 < a < 1$



Какие из перечисленных ниже функций являются возрастающими, а какие убывающими?

$y = \log_2 x$	возрастающая,	$2 > 1$
$y = \log_{0,5} x^2$	убывающая,	$0 < 0,5 < 1$
$y = \lg \sqrt{x}$	возрастающая,	$10 > 1$
$y = \ln x + 2$	возрастающая,	$e > 1$
$y = \log_{\sqrt{0,7}} x - 4$	убывающая,	$0 < \sqrt{0,7} < 1$

Задание.

Сравнить с 1 число a , если известно, что:

$$\log_a 0,2 = 3$$

$$0 < a < 1$$

$$0 < 0,2 < 1, 3 > 0$$

$$\log_a 0,5 > \log_a 0,4$$

$$a > 1$$

$$0,5 > 0,4$$

$$\log_a 0,8 = -5$$

$$a > 1$$

$$0 < 0,8 < 1, -5 < 0$$

$$\log_a \frac{2}{3} > \log_a 1,5$$

$$0 < a < 1$$

$$\frac{2}{3} < 1,5$$

Задание. Между числами m и n поставить знак $>$ или $<$, если известно, что:

$$\log_{\frac{1}{2}} m > \log_{\frac{1}{2}} n$$

$$m < n$$

$$0 < \frac{1}{2} < 1$$

$$\log_8 m > \log_8 n$$

$$m > n$$

$$8 > 1$$

$$\log_{2,5} m < \log_{2,5} n$$

$$m < n$$

$$2,5 > 1$$

$$\log_{0,2} m < \log_{0,2} n$$

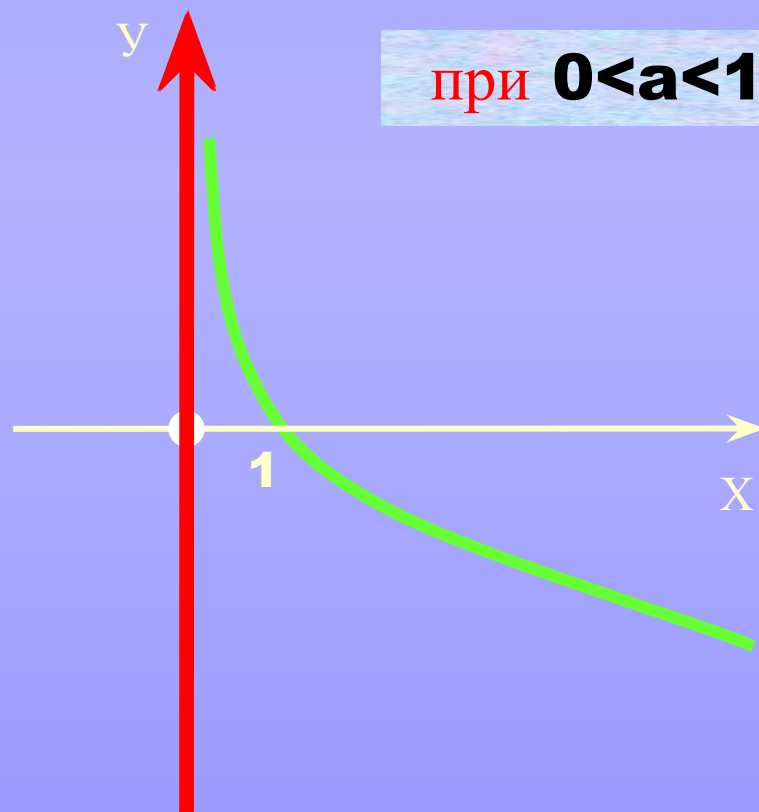
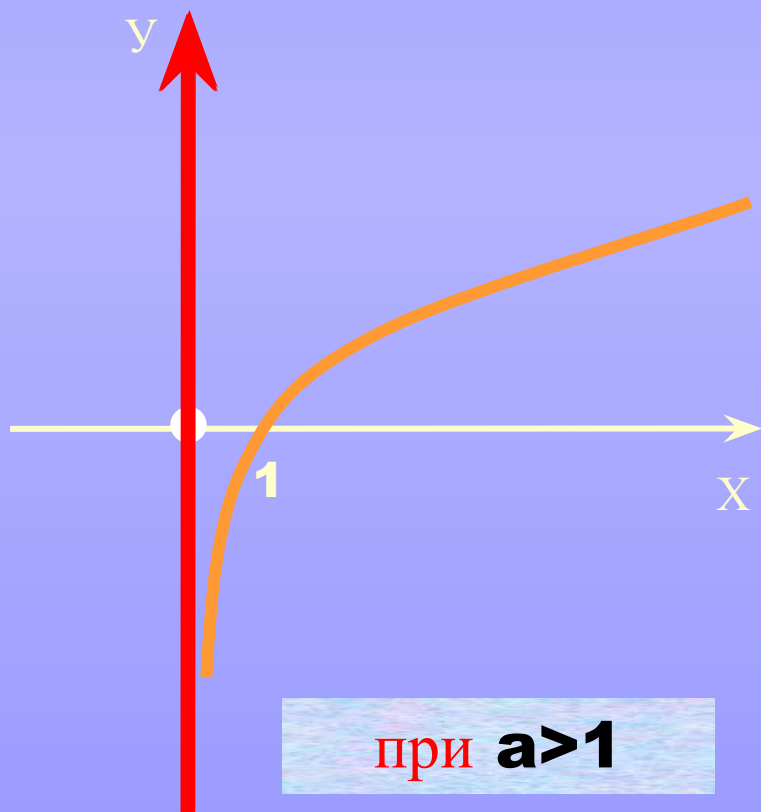
$$m > n$$

$$0 < 0,2 < 1$$

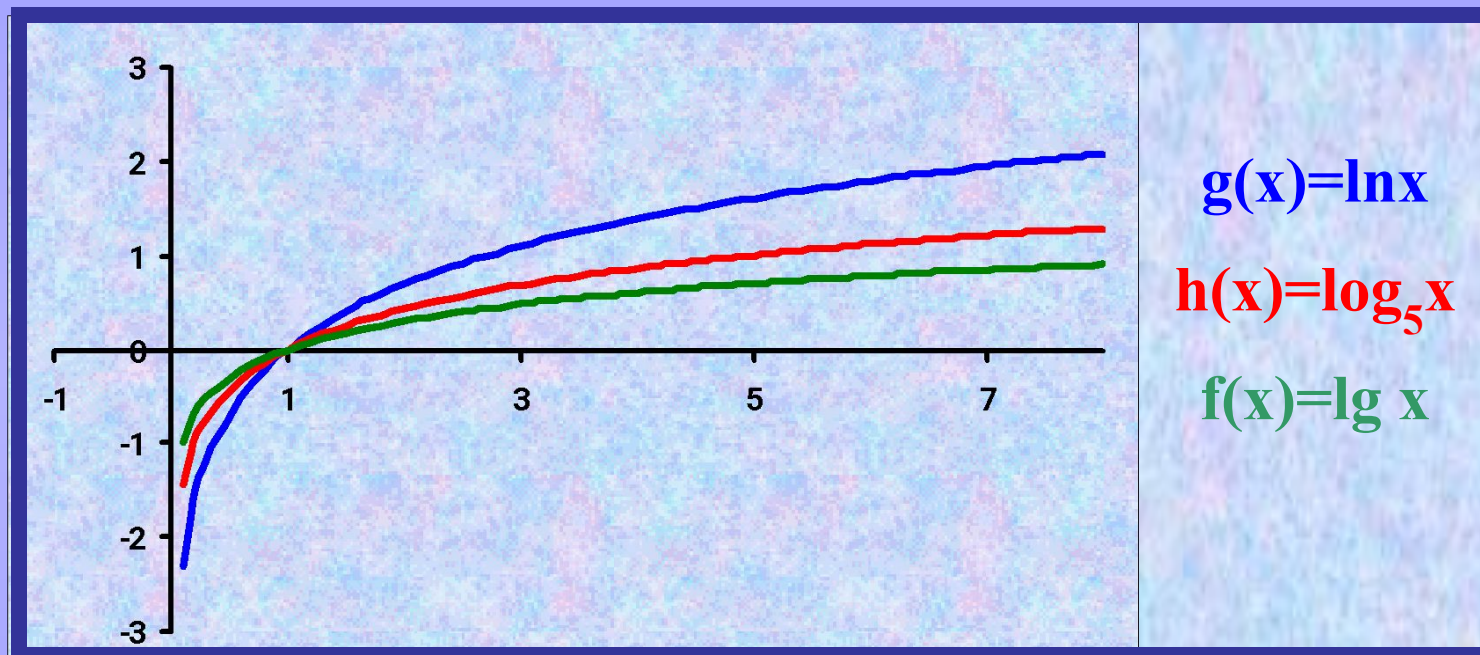


Логарифмическая функция

$$y = \log_a x, \text{ где } a > 0, a \neq 1$$



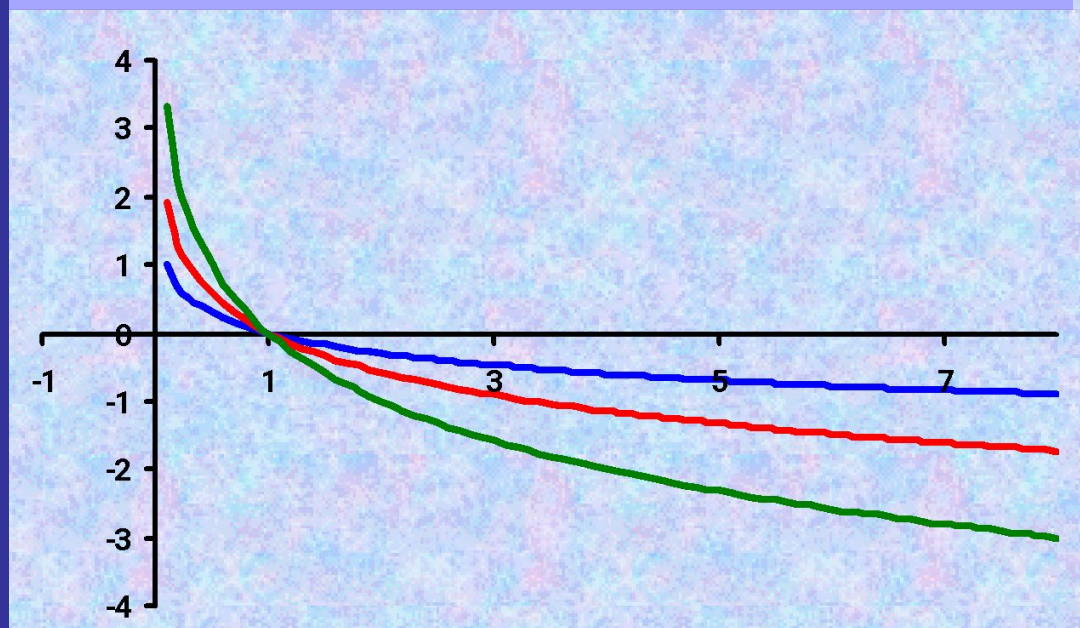
В одной координатной плоскости построены графики функций $g(x)=\ln x$, $h(x)=\log_5 x$, $f(x)=\lg x$



Вывод:

при $a > 1$ чем больше основание a логарифмической функции, тем ближе к координатным осям располагается график .

В одной координатной плоскости построены графики функций $g(x)=\log_{0,1}x$, $h(x)=\log_{0,3}x$, $f(x)=\log_{0,5}x$



$$g(x)=\log_{0,1}x$$

$$h(x)=\log_{0,3}x$$

$$f(x)=\log_{0,5}x$$

Вывод:

при $0 < a < 1$ чем больше основание a логарифмической функции, тем дальше от осей координат располагается график .