

Российский университет дружбы народов  
Кафедра экономико-математического моделирования

**В.И. Дихтяр**

# **ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ**

**Раздел 2. Инвестиционные решения**

**Тема 2.03а Линейная регрессия и корреляция**

## Моделирование

- упростить и понять реальную ситуацию
- проанализировать
- разработать прогноз развития
- осуществлять управление

$$X \leftrightarrow Y$$

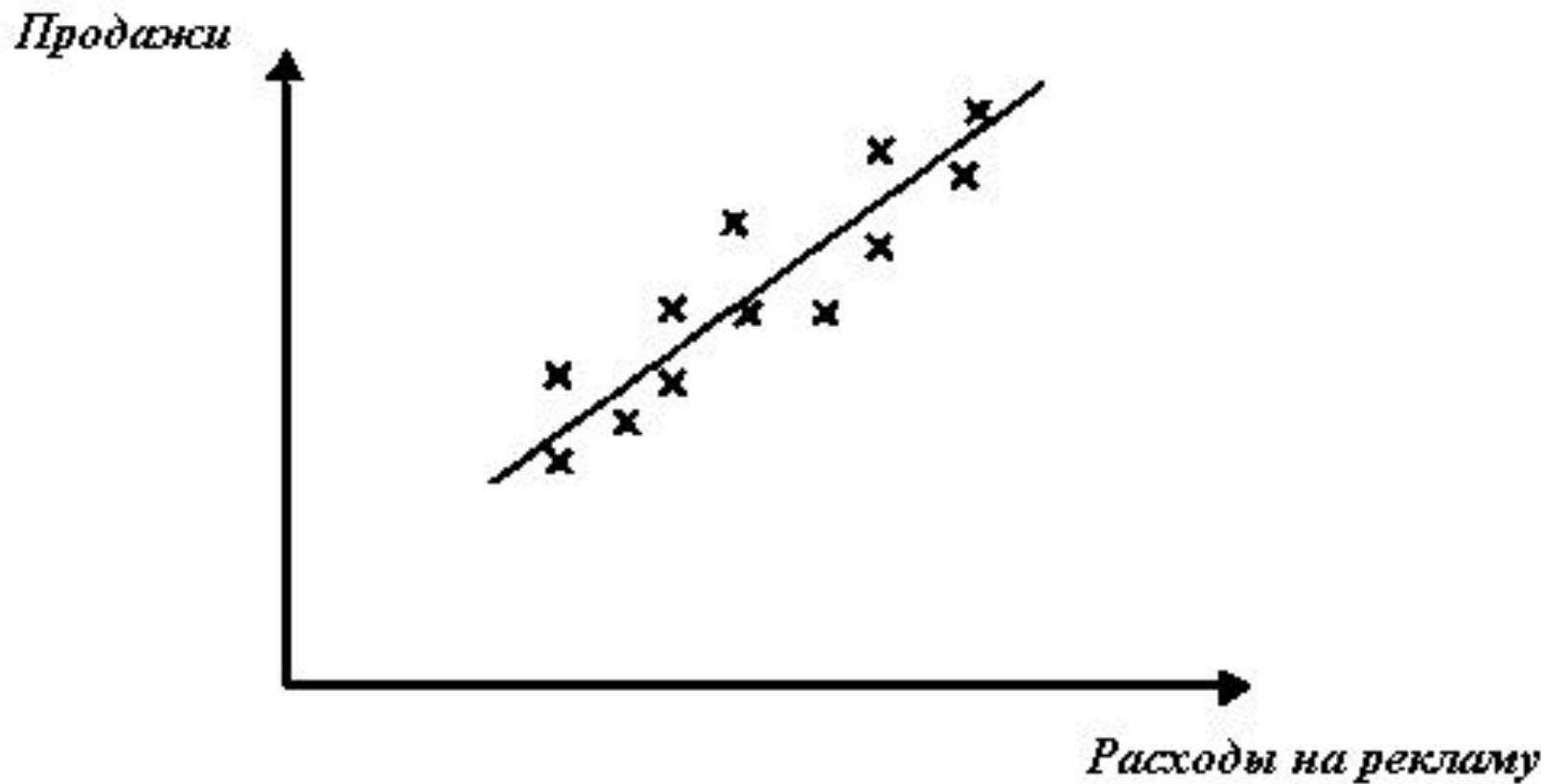
Ассоциация  $\equiv$  связь  $x \leftrightarrow y$

Корреляция  $\equiv$  теснота связи

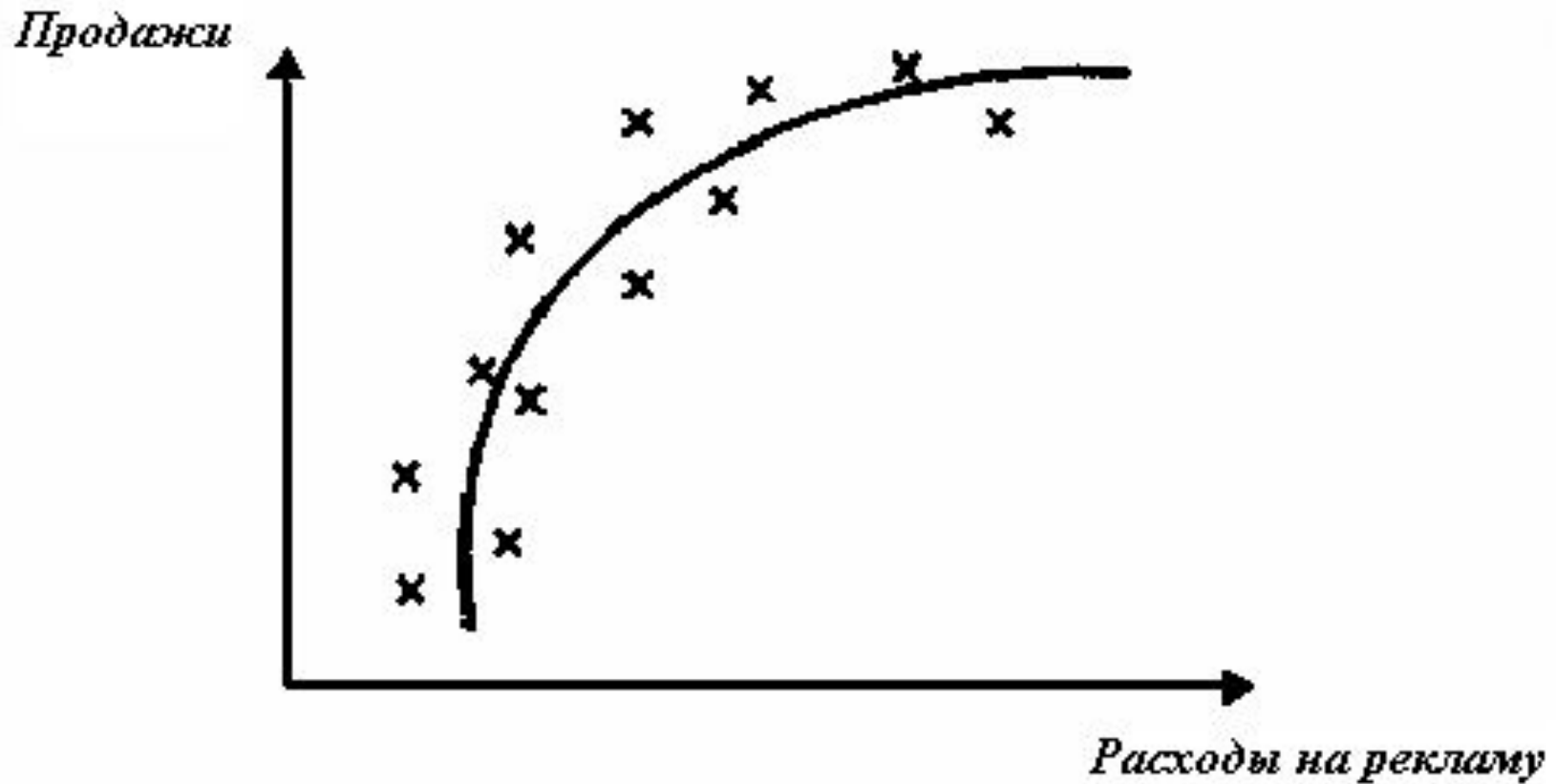
Регрессия  $\equiv$  описание связи

□  $x$  = расходы на рекламу,  $y$  = объем продаж □

## Линейная связь



## Нелинейная связь



## Линейная регрессия

$X \leftrightarrow Y$ , пусть  $y$  зависит от  $x$ :  $\hat{y} = f(x)$

$$\hat{y} = a + bx$$

$a$  – пересечение с осью  $y$ ;  $b$  – угол наклона линии регрессии (коэффициент регрессии)

- Ошибка (отклонение, остаток):  $e = y - \hat{y}$
- Линия регрессии  $\equiv$  линия наилучшего подбора методом наименьших квадратов :  $\min \sum e_i^2$

## *Параметры $a$ , $b$*

- Нахождение  $b$   
Функция **НАКЛОН** ( $y; x$ )
  
- Нахождение  $a$   
Функция **ОТРЕЗОК** ( $y; x$ )

## *Теснота линейной связи*

$$y = \square y - e$$

- Остаток, разница между фактическим значением  $y$  и значением  $y$  на прямой.
- Линейная связь только частично объясняет вариации значений  $y$ . Необъясненная часть является остатком,  $e$ .

## Коэффициент детерминации

- Общая вариация  $y$ :  $\Sigma (y - \bar{y})^2$
- С учетом линейной связи:  $\Sigma (\hat{y} - \bar{y})^2$
- Не объясняется линейной связью:  $\Sigma (y - \hat{y})^2$
- Коэффициент детерминации:

$$r^2 = \frac{\Sigma (\hat{y} - \bar{y})^2}{\Sigma (y - \bar{y})^2}$$

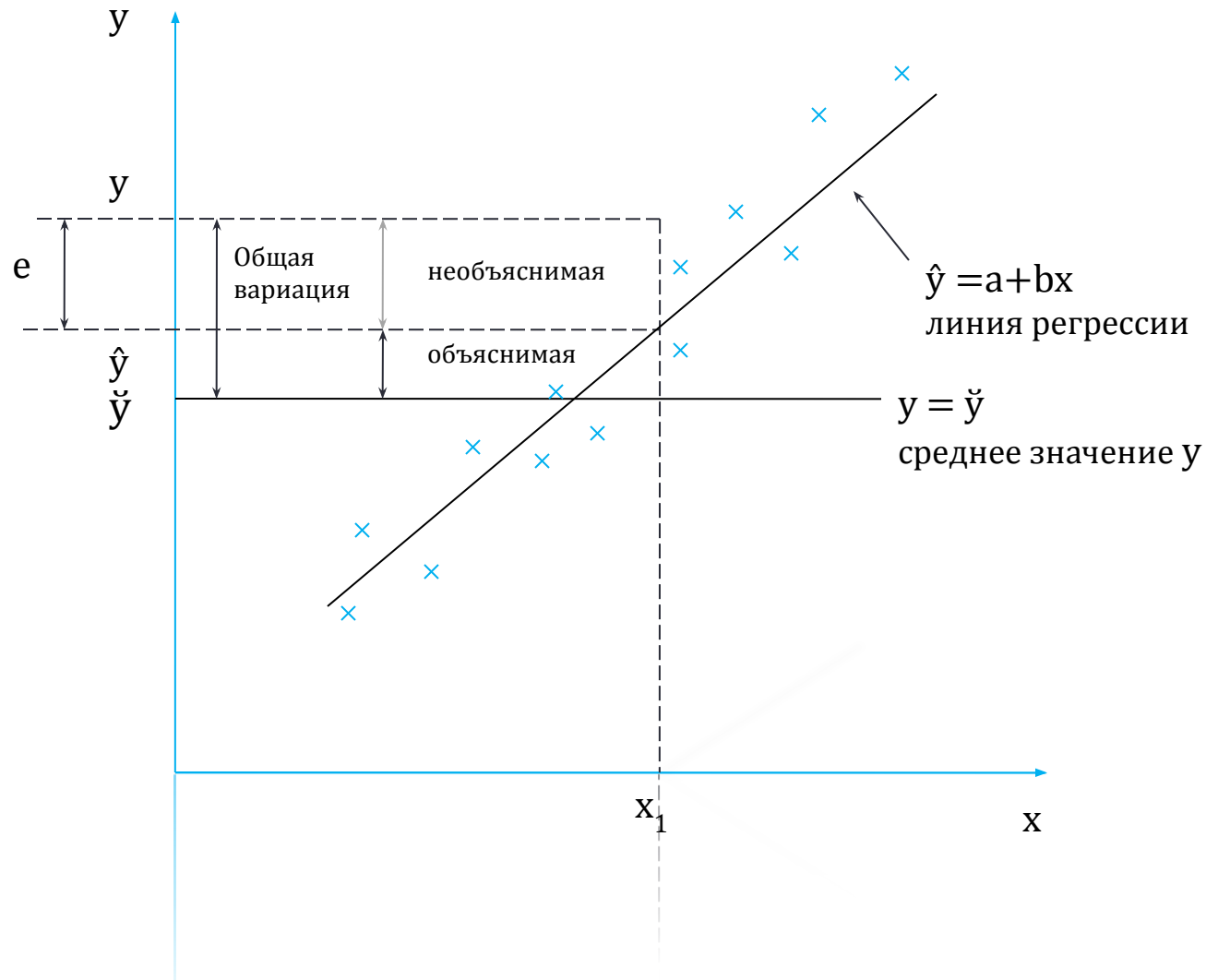
- Функция КВПИРСОН ( $y; x$ )



## Интерпретация

- $r^2$  выражается в % и показывает величину дисперсии  $y$ , которая объясняется независимой переменной  $x$
- в случае полной линейной связи между  $x$  и  $y$   $r^2 = 1$ , или 100%
- связь отсутствует  $\Rightarrow r^2 = 0$
- $r^2$  не определяет, увеличивается ли или уменьшается  $y$  с ростом  $x$

# Диаграмма



## Коэффициент корреляции

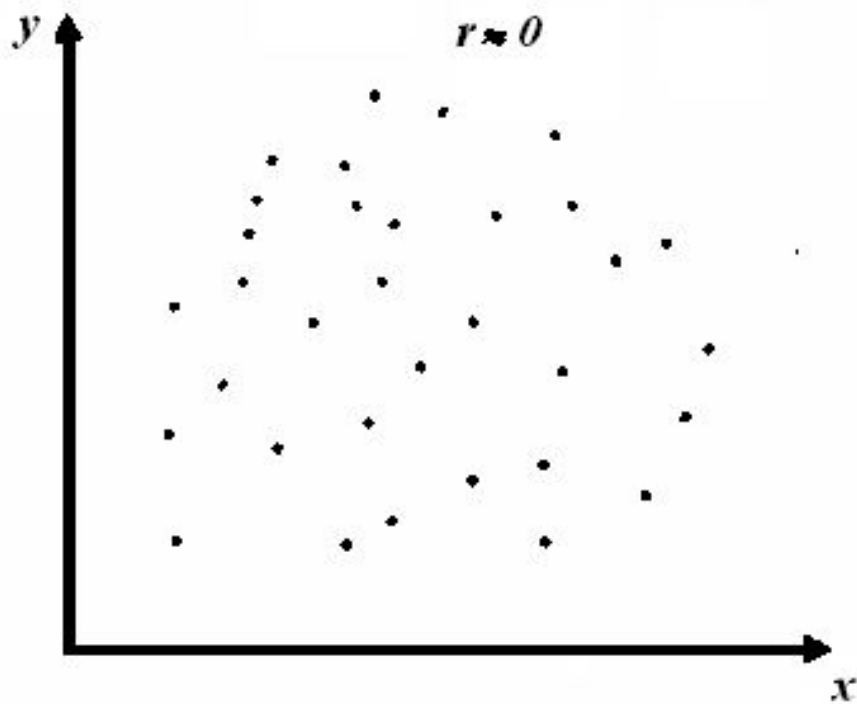
$$r = \sqrt{\frac{\Sigma(\hat{y} - \bar{y})^2}{\Sigma(y - \bar{y})^2}}$$

- $|r| < 1$ , знак  $r$  совпадает со знаком  $b$
- Функция **КОРРЕЛ** ( $x; y$ )

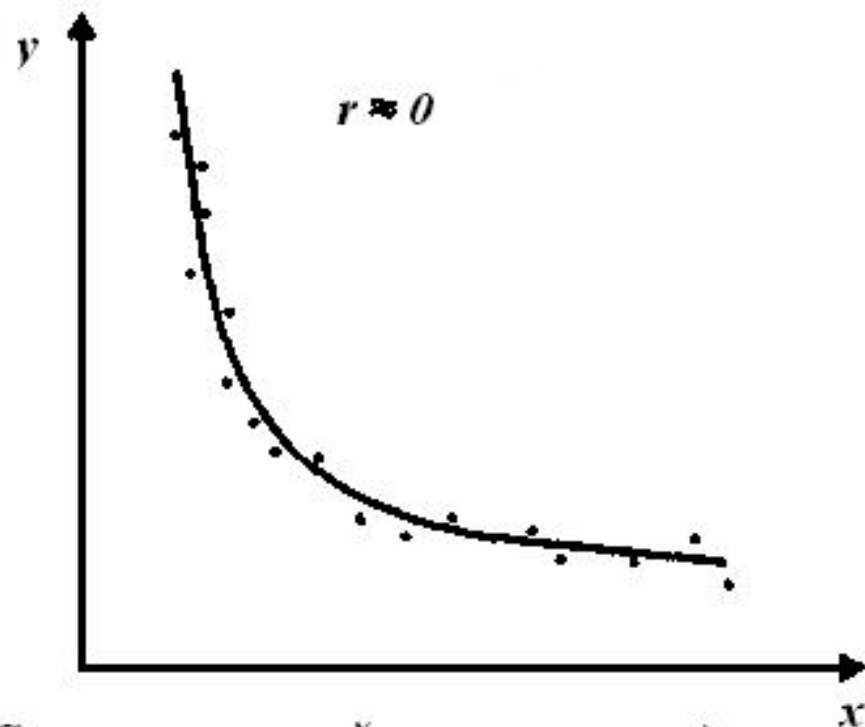
## Интерпретация

- $\uparrow$  сила линейной связи  $\Rightarrow$  точки на графике ближе к прямой линии,  $r$  ближе к 1
- $\downarrow$  силы связи  $\Rightarrow r$  ближе к 0, точки более рассеяны
- $r = 0 \Rightarrow$  линейной связи не существует
- (не значит, что не существует вообще никакой связи)

## Примеры



*Отсутствие связи между переменными*



*Сильная нелинейная связь между переменными*