

Российский университет дружбы народов
Кафедра экономико-математического моделирования

В.И. Дихтяр

ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ

Раздел 2. Инвестиционные решения

Тема 2.03а Линейная регрессия и корреляция

Моделирование

- упростить и понять реальную ситуацию
- проанализировать
- разработать прогноз развития
- осуществлять управление

$$X \leftrightarrow Y$$

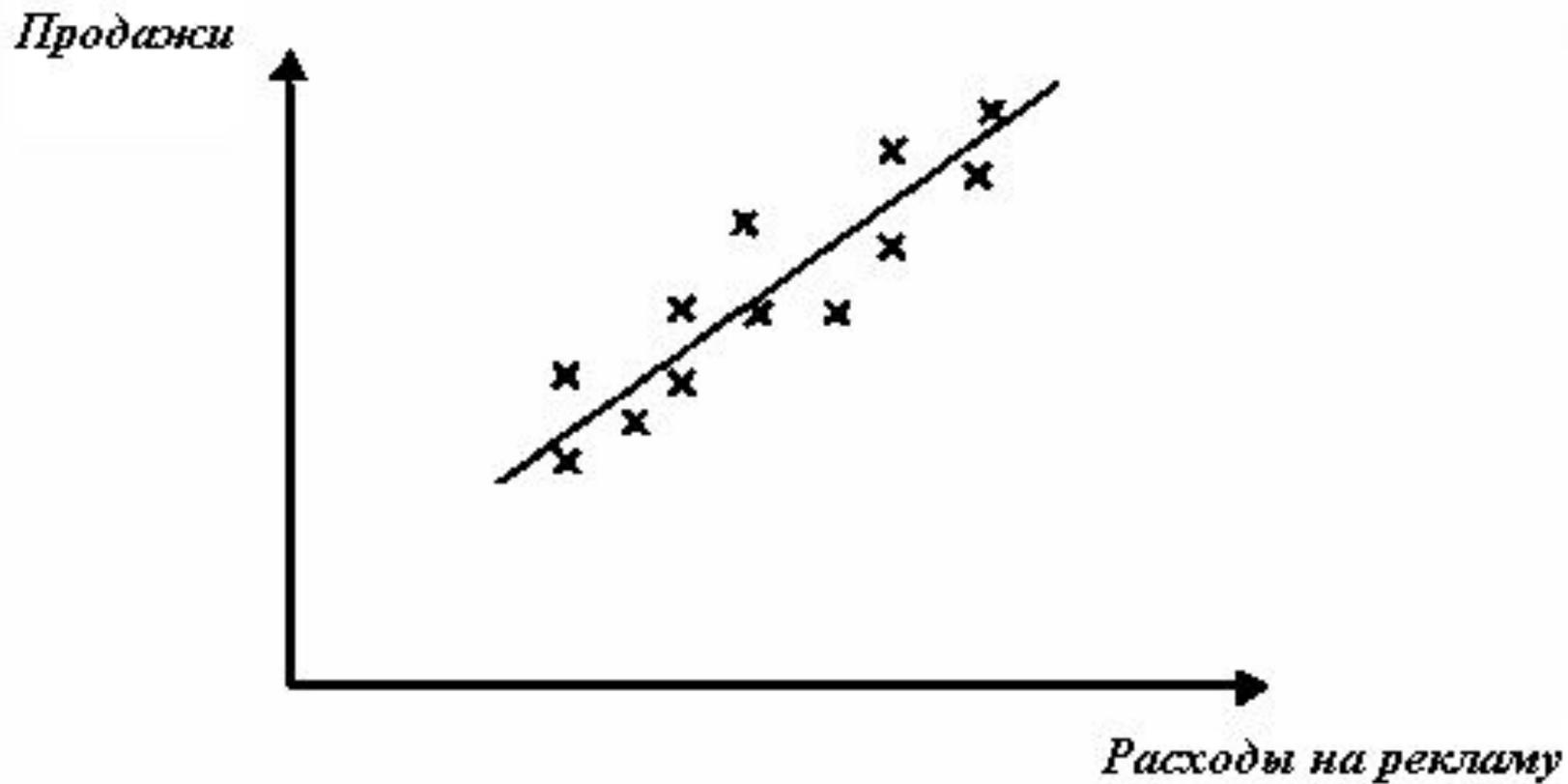
Ассоциация \equiv связь $x \leftrightarrow y$

Корреляция \equiv теснота связи

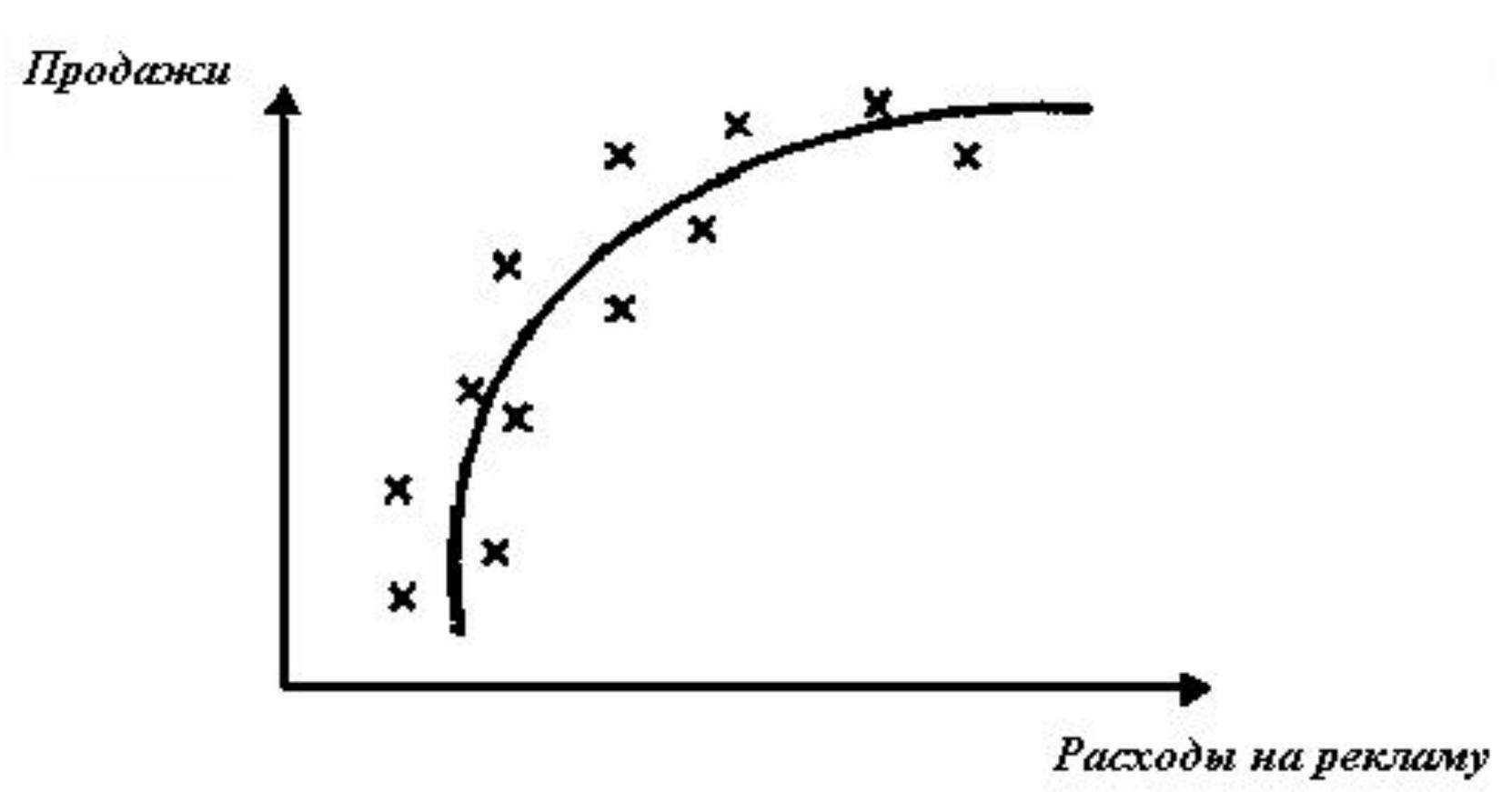
Регрессия \equiv описание связи

□ x = расходы на рекламу, y = объем продаж □

Линейная связь



Нелинейная связь



Линейная регрессия

$X \leftrightarrow Y$, пусть y зависит от x : $\hat{y} = f(x)$

$$\hat{y} = a + bx$$

a – пересечение с осью y ; b – угол наклона линии регрессии (коэффициент регрессии)

- Ошибка (отклонение, остаток): $e = y - \hat{y}$
- Линия регрессии \equiv линия наилучшего подбора методом наименьших квадратов : $\min \sum e_i^2$

Параметры a , b

- Нахождение b
Функция **НАКЛОН** ($y; x$)

- Нахождение a
Функция **ОТРЕЗОК** ($y; x$)

Теснота линейной связи

$$y = \square y - e$$

- Остаток, разница между фактическим значением y и значением y на прямой.
- Линейная связь только частично объясняет вариации значений y . Необъясненная часть является остатком, e .

Коэффициент детерминации

- Общая вариация y : $\Sigma (y - \bar{y})^2$
- С учетом линейной связи: $\Sigma (\hat{y} - \bar{y})^2$
- Не объясняется линейной связью: $\Sigma (y - \hat{y})^2$
- Коэффициент детерминации:

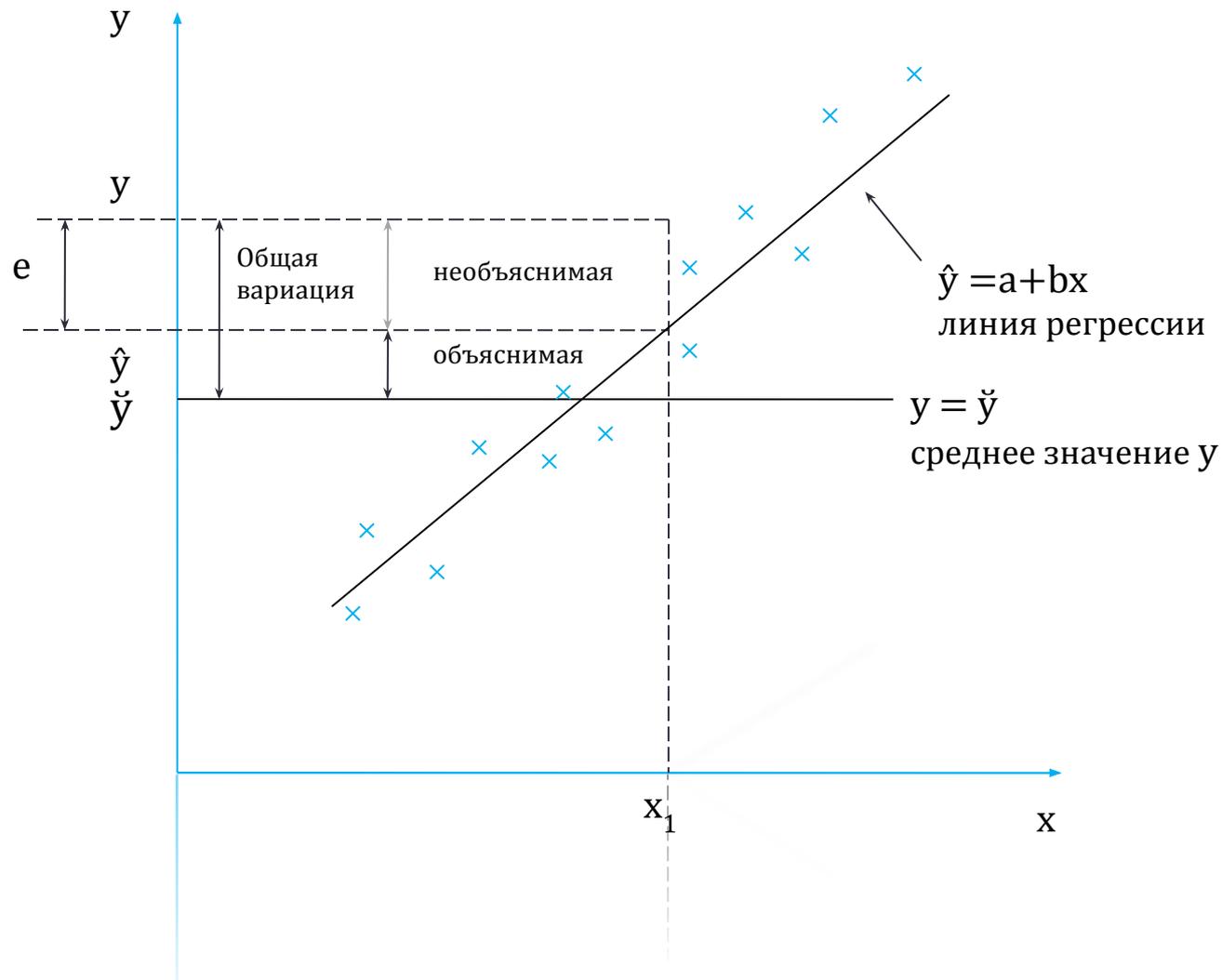
$$r^2 = \frac{\Sigma (\hat{y} - \bar{y})^2}{\Sigma (y - \bar{y})^2}$$

- Функция КВПИРСОН ($y; x$)

Интерпретация

- r^2 выражается в % и показывает величину дисперсии y , которая объясняется независимой переменной x
- в случае полной линейной связи между x и y $r^2 = 1$, или 100%
- связь отсутствует $\Rightarrow r^2 = 0$
- r^2 не определяет, увеличивается ли или уменьшается y с ростом x

Диаграмма



Коэффициент корреляции

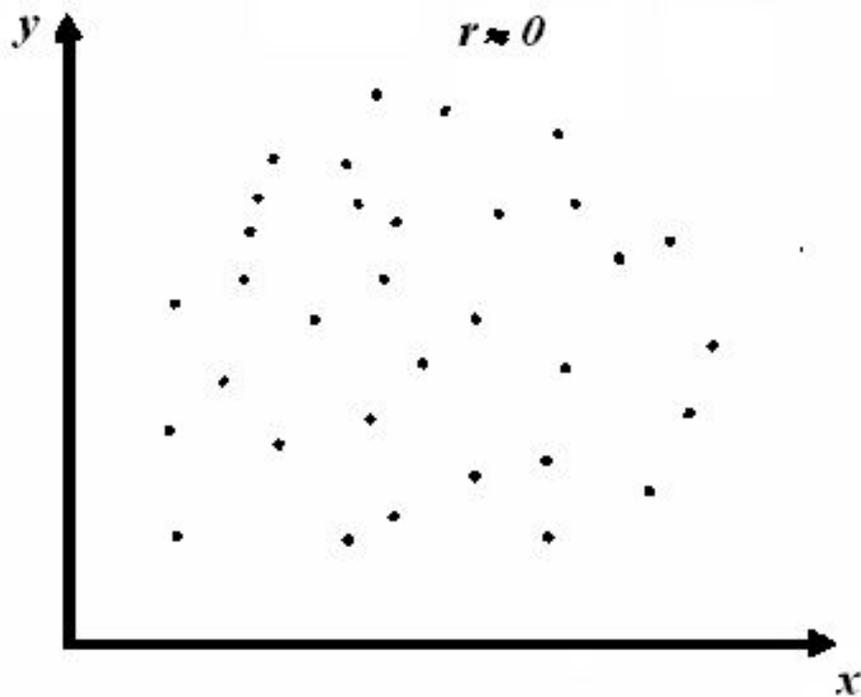
$$r = \sqrt{\frac{\Sigma(\hat{y} - \bar{y})^2}{\Sigma(y - \bar{y})^2}}$$

- $|r| < 1$, знак r совпадает со знаком b
- Функция **КОРРЕЛ** ($x; y$)

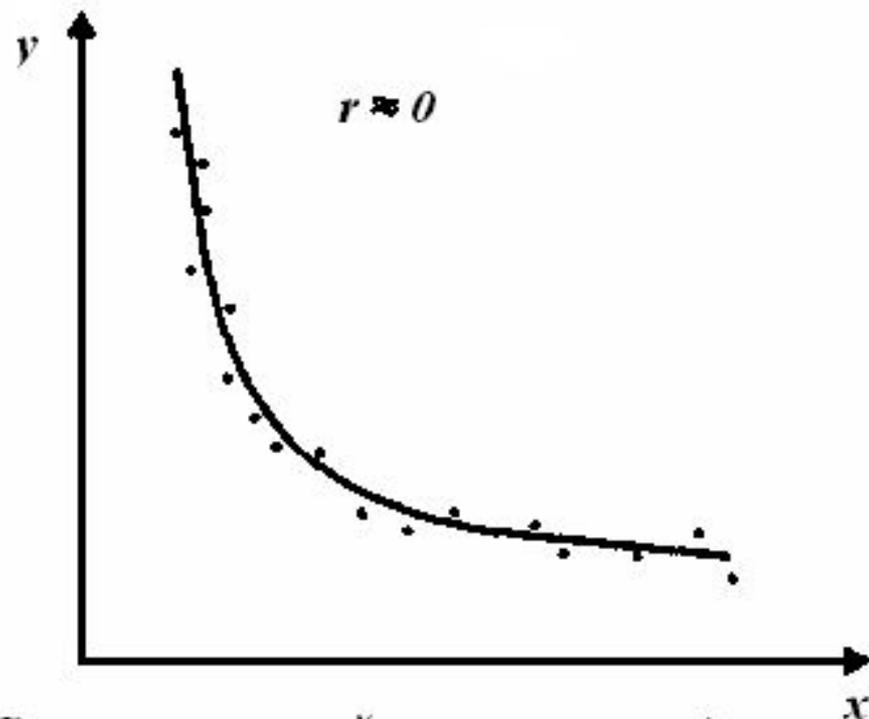
Интерпретация

- \uparrow сила линейной связи \Rightarrow точки на графике ближе к прямой линии, r ближе к 1
- \downarrow силы связи $\Rightarrow r$ ближе к 0, точки более рассеяны
- $r = 0 \Rightarrow$ линейной связи не существует
- (не значит, что не существует вообще никакой связи)

Примеры



Отсутствие связи между переменными



Сильная нелинейная связь между переменными