Число пи

Автор: Ляпин Дмитрий
7а класс
МОУ СОШ №1
Город Михайловск

Свойства

Трансцендентность и иррациональность

- π — иррациональное число, то есть его значение не может быть точно выражено в виде дроби m/n, где m и n — целые числа. Следовательно, его десятичное представление никогда не заканчивается и не является периодическим. Иррациональность числа π была впервые доказана Иоганном Ламбертом в 1767 году путём разложения числа в непрерывную дробь. В 1794 году Лежандр привёл более строгое доказательство иррациональности чисел π и π2.
- π — трансцендентное число, это означает, что оно не может быть корнем какого-либо многочлена с целыми коэффициентами. Трансцендентность числа π была доказана в 1882 году профессором Кёнигсбергского, а позже Мюнхенского университета Линдеманом. Доказательство упростил Феликс Клейн в 1894 году.
- Поскольку в евклидовой геометрии площадь круга и длина окружности являются функциями числа π, то доказательство трансцендентности π положило конец спору о квадратуре круга, длившемуся более 2,5 тысяч лет.

История

- Впервые обозначением этого числа греческой буквой воспользовался британский математик Джонс в 1706 году, а общепринятым оно стало после работ Леонарда Эйлера в 1737 году.
- Это обозначение происходит от начальной буквы греческих слов περιφέρεια — окружность, периферия и περίμετρος — периметр.
- История числа π шла параллельно с развитием всей математики. Некоторые авторы разделяют весь процесс на 3 периода: древний период, в течение которого π изучалось с позиции геометрии, классическая эра, последовавшая за развитием математического анализа в Европе в XVII веке, и эра цифровых компьютеров.

Геометрический период

- То, что отношение длины окружности к диаметру одинаково для любой окружности, и то, что это отношение немногим более 3, было известно ещё древнеегипетским, вавилонским, древнеиндийским и древнегреческим геометрам. Самое раннее из известных приближений датируется 1900 годом до н. э.; это 25/8 (Вавилон) и 256/81 (Египет), оба значения отличаются от истинного не более, чем на 1 %. Ведический текст «Шатапатха-брахмана» даёт π как 339/108 ≈ 3,139. По-видимому, в Танахе, в третьей книге Царств, предполагается, что π = 3, что является гораздо более худшей оценкой, чем имевшиеся на момент написания (600 год до н. э.).

  Архимед, возможно, первым предложил математический способ вычисления π. Для этого он вписывал в окружность и описывал около неё правильные многоугольники. Принимая диаметр окружности за единицу, Архимед рассматривал периметр вписанного многоугольника как нижнюю оценку длины окружности, а периметр описанного многоугольника как верхнюю оценку. Рассматривая правильный 96-угольник, Архимед получил оценку .
- В Индии Ариабхата и Бхаскара использовали приближение 3,1416. Брахмагупта предложил в качестве приближения .
- Позднее Лю Хуэй придумал быстрый метод вычисления π и получил приближённое значение 3,1416 только лишь с 96-угольником, используя преимущества того факта, что разница в площади следующих друг за другом многоугольников формирует геометрическую прогрессию со знаменателем 4.
- В 480-х годах китайский математик Цзу Чунчжи продемонстрировал, что π ≈ 355/113, и показал, что 3,1415926 < π < 3,1415927, используя алгоритм Лю Хуэя применительно к 12288-угольнику. Это значение оставалось самым точным приближением числа π в течение последующих 900 лет.

Классический период

- До II тысячелетия было известно не более 10 цифр π. Дальнейшие крупные достижения в изучении π связаны с развитием математического анализа, в особенности с открытием рядов, позволяющих вычислить π с любой точностью, суммируя подходящее количество членов ряда. В 1400-х годах Мадхава из Сангамаграма нашёл первый из таких рядов.
- Этот результат известен как ряд Мадхавы — Лейбница, или ряд Грегори — Лейбница (после того как он был заново обнаружен Джеймсом Грегори и Готфридом Лейбницем в XVII веке). Однако этот ряд сходится к π очень медленно, что приводит к сложности вычисления многих цифр числа на практике — необходимо сложить около 4000 членов ряда, чтобы улучшить оценку Архимеда.
- Мадхава смог вычислить π как 3,14159265359, верно определив 11 цифр в записи числа. Этот рекорд был побит в 1424 году персидским математиком Джамшидом ал-Каши, который в своём труде под названием «Трактат об окружности» привёл 17 цифр числа π, из которых 16 верные.
- Первым крупным европейским вкладом со времён Архимеда был вклад голландского математика Людольфа ван Цейлена, затратившего десять лет на вычисление числа π с 20-ю десятичными цифрами (этот результат был опубликован в 1596 году). Применив метод Архимеда, он довёл удвоение до n-угольника, где n = 60·229. Изложив свои результаты в сочинении «Об окружности» («Van den Circkel»), Лудольф закончил его словами: «У кого есть охота, пусть идёт дальше». После смерти в его рукописях были обнаружены ещё 15 точных цифр числа π. Лудольф завещал, чтобы найденные им знаки были высечены на его надгробном камне. В честь него число π иногда называли «лудольфовым числом», или «константой Лудольфа».
- Теоретические достижения в XVIII веке привели к постижению природы числа π, чего нельзя было достичь лишь только с помощью одного численного вычисления. Иоганн Генрих Ламберт доказал иррациональность π в 1761 году, а Адриен Мари Лежандр в 1774 году доказал иррациональность π2. В 1735 году была установлена связь между простыми числами и π, когда Леонард Эйлер решил знаменитую Базельскую проблему (англ.) — проблему нахождения точного значения

Нерешённые проблемы

- Неизвестно, являются ли числа π и e алгебраически независимыми.
- Неизвестно, являются ли числа $\pi + e$, $\pi - e$, πe, π / e, πe, $\pi\pi$ трансцендентными.
- До сих пор ничего не известно о нормальности числа π; неизвестно даже, какие из цифр 0—9 встречаются в десятичном представлении числа π бесконечное количество раз.

Дополнительные факты

- Неофициальный праздник «День числа пи» отмечается 14 марта, которое в американском формате дат (месяц/день) записывается как 3.14, что соответствует приближённому значению числа π.
- Считается[кем?], что праздник придумал в 1987 году физик из Сан-Франциско Ларри Шоу, обративший внимание на то, что 14 марта ровно в 01:59 дата и время совпадают с первыми разрядами числа Пи = 3,14159.
- Ещё одной датой, связанной с числом π, является 22 июля, которое называется «Днём приближённого числа Пи» (англ. Pi Approximation Day), так как в европейском формате дат этот день записывается как 22/7, а значение этой дроби является приближённым значением числа π.
- 17 июня 2009 года украинский нейрохирург, доктор медицинских наук, профессор Андрей Слюсарчук установил мировой рекорд, запомнив 30 миллионов знаков числа Пи, которые были напечатаны в 20 томах текста. С установлением нового рекорда Андрея Слюсарчука официально поздравил президент Украины Виктор Андреевич Ющенко. Поскольку устное перечисление 30 млн цифр π со скоростью одна цифра в секунду заняло бы почти год (347 дней) при непрерывном перечислении 24 часа в сутки, 7 дней в неделю, то был применён следующий подход для проверки рекорда: во время демонстраций Слюсарчука просят назвать произвольно выбранные проверяющими последовательности цифр числа Пи, расположенные на произвольно выбранных местах произвольных страниц 20-томной распечатки, группированной в упорядоченные таблицы. Он многократно успешно проходит этот тест. Свидетелями демонстраций были уважаемые учёные, доктора и кандидаты наук, заведующие кафедрами институтов и университетов. Книга рекордов Украины перечисляет членов комиссии, участвовавших в демонстрациях. Приведены их научные звания и занимаемые должности. Уникальная память Андрея Слюсарчука основана на эйдетическом восприятии информации.

Ссылки

- http://ru.wikipedia.org/wiki/Pi