

# Решение задач с практическим содержанием

## Реферат по геометрии

Подготовил Деркачев Георгий  
Г. Реутов, школа № 5. кл 9 «Г»  
учитель: Кичатова Ольга

Николаевна

# ВСТУПЛЕНИЕ

- Зная принципы решения теоретических алгебраических и геометрических задач, можно применить их для достижения практически необходимых в жизни человека вещей. Начиная от постройки игрушечного домика и кончая моделированием и постройкой всевозможных аппаратов. С помощью этих знаний можно рассчитать минимальное или максимальное количество ресурсов, требующихся для выполнения поставленной задачи. С помощью этого можно определить практические площади, объёмы, поправки, расстояния и т.д. Этот далеко не полный список показывает, как необходимо знание теоретических принципов на практике, и доказывает, как важно знание математики в жизни.

# Задача 1.

a)

В залитых водой колодцах расстояние от верхней кромки до дна производится с помощью деревянного шеста-щупа с делениями. При этом вместо расстояния  $AB$  до дна колодца находят промером расстояние  $AO$ .

Возникает задача: найти поправку измерения глубины колодца  $CD$ , радиус дна известен и равен  $m$ :

**Решение:**

$$CD = CO - OD = AO - AB = a - AB$$

по данным

$$AD = BO = m, AO = a,$$

Сначала получим равенство, из которого можно найти поправку  $CD$ :

По теореме об отрезках пересекающихся хорд:  $AD \cdot DP = CD \cdot DK$ .

$\triangle ADO = \triangle ADP$  по гипотенузе и общему катету,  $\rightarrow AD = DP$ , тогда

$$1) AD^2 = CD \cdot (2a - CD).$$

2) для получения приближенного значения  $CD$ ,

воспользуемся тем, что

$$2a - CD \sim 2a$$

Тогда равенство (1) обратится в приближенное равенство

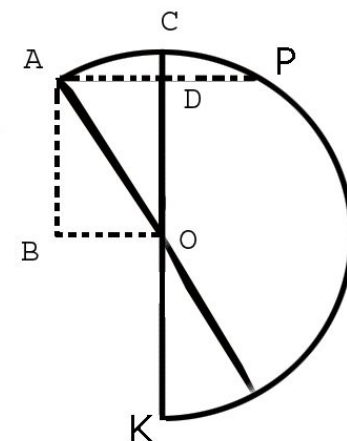
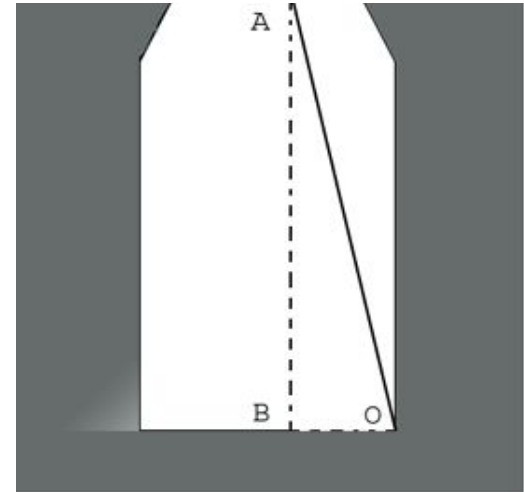
$$AD^2 \sim 2a \cdot CD,$$

Откуда получим:

$$CD \sim m^2 / 2a$$

**Ответ:**

$$CD \sim m^2 / 2a$$



# Задача 1

б) Найдём количество дней, на которые хватит полного колодца для семьи из 4 человек, при условии того, что суточная норма потребления воды каждого члена - 10 литров, если известны радиусы дна и верхней кромки и высота колодца.

**Решение:** путем некоторых преобразований найдем объём колодца: Разделим колодец на 2 фигуры: усечённый конус и цилиндр, объёмы, которых соответственно равны:

$$V_2 = (\pi/3) \cdot h_2 \cdot (r_2^2 + r_3^2 + r_2 \cdot r_3), \text{ и } V_1 = \pi \cdot r_1^2 \cdot h_1$$

$$V_{\text{об}} = V_1 + V_2$$

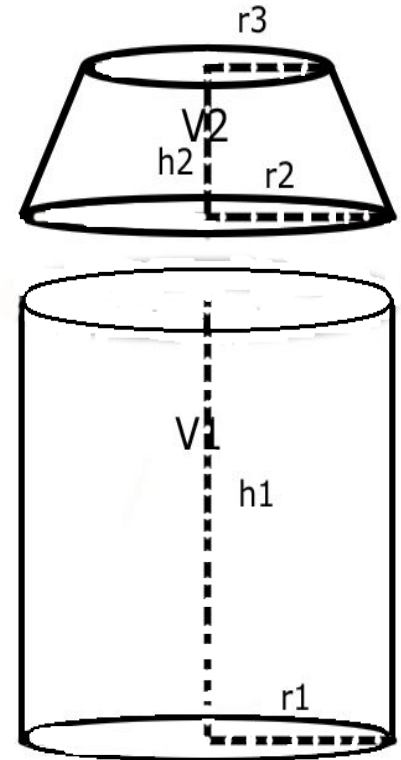
$$h_2 = \sqrt{d^2 - (r_2 - r_3)^2}, \text{ где } d - \text{длина скоса; } h_1 = h - h_2$$

Суточное потребление воды семьёй равняется 40 литров (10·4). Тогда количество дней будет вычисляться по формуле:  $V/40$ , то есть

$$((\pi/3) \cdot h_2 \cdot (r_2^2 + r_3^2 + r_2 \cdot r_3) + \pi \cdot r_1^2 \cdot h_1) / 40 = n, \text{ где } n - \text{количество дней.}$$

**Ответ:**

$$((\pi/3) \cdot h_2 \cdot (r_2^2 + r_3^2 + r_2 \cdot r_3) + \pi \cdot r_1^2 \cdot h_1) / 40 = n$$



# Задача 2.

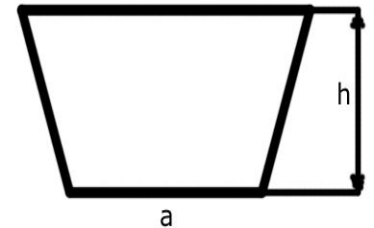
А) Требуется найти длину водопроводной траншеи, если известно, что основания траншеи соответственно равны  $a$  и  $b$ , высота  $h$ , а объём находящейся в ней воды равен  $v$ .

**Решение:** Поперечное сечение траншеи есть равнобедренная трапеция. Дно и боковые стороны-прямоугольники. В данном случае траншея свежая, поэтому дно и стенки ещё не размыты. Будем считать, что траншея есть призма, высота которой  $L$ , а основание – поперечное сечение траншеи. Объём траншеи определяется по формуле  $V=F \cdot L$ , где  $F$ -площадь поперечного сечения;  $L$ -длина траншеи. Тогда формула примет вид

$$V = ((a+b) \cdot h/2) \cdot L.$$

отсюда  $L = V / ((a+b) \cdot h/2) = 2V / (a+b) \cdot h$ .

**Ответ:**  $L = 2V / (a+b) \cdot h$



Б) Вычислить объём земли, выкопанной из данной траншеи.

**Решение:** все мы знаем, что если выкопать яму и засыпать землю обратно, яма заполнится не целиком. Это расхождение объёмов ямы и песка составляет примерно 1/10 от объёма ямы, чем мы непременно воспользуемся.

$$V_{\text{тр}} = ((a+b) \cdot h/2) \cdot L,$$

$$V_{\text{пес}} = ((a+b) \cdot h/2) \cdot L - 0.1 \cdot ((a+b) \cdot h/2) \cdot L$$

То есть  $V_{\text{пес}} = 0.45 \cdot ((a+b) \cdot h/2) \cdot L$ .

**Ответ:**  $V_{\text{пес}} = 0.45 \cdot ((a+b) \cdot h/2) \cdot L$

# Задача 3

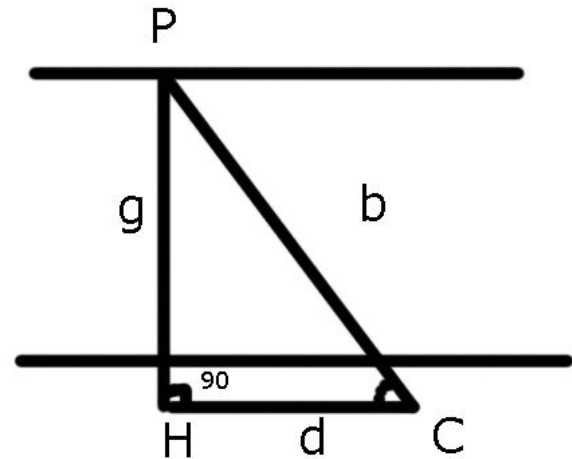
Определить расстояние от наблюдателя до другого берега реки (ширину реки).

**РЕШЕНИЕ:** чтобы определить ширину реки отмерим от наблюдателя расстояние  $HC=d$  вдоль берега; отрезок  $HP=g$ , являющийся шириной реки и перпендикулярный к  $d$ . Рассмотрим  $\triangle HPC$ . Также нам известен угол  $C$  (измеряем например с помощью компаса).

Тогда ширина  $g$  будет равна по определению тангенса острого угла прямоугольного треугольника:

$$g/d = \operatorname{tg}C, \text{ тогда } g = d \cdot \operatorname{tg}C.$$

**ОТВЕТ:**  $g = d \cdot \operatorname{tg}C$



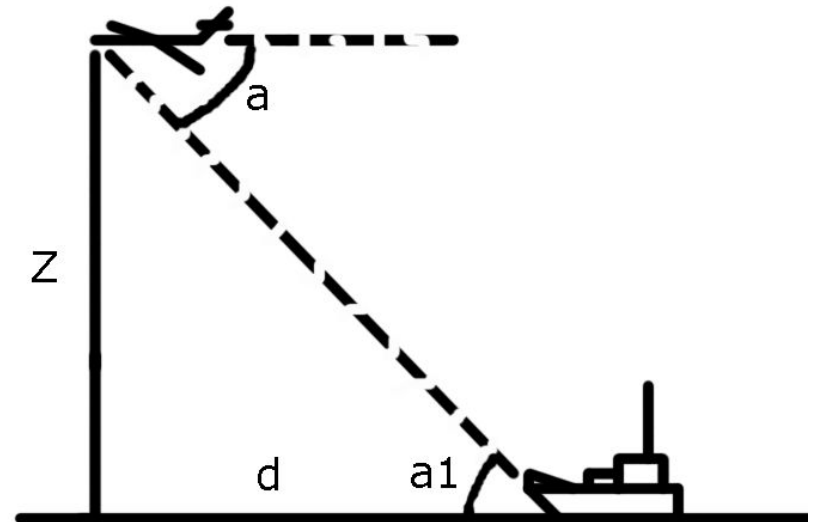
# Задача 4

Самолет радирует капитану рыболовецкого судна, что он находится над косяком рыбы на высоте  $Z$ . С судна определяют угол возвышения самолёта, он равен  $\alpha$ . Вычислить расстояние судна от косяка рыбы.

**РЕШЕНИЕ:**  $\alpha = \alpha_1$  (по свойству параллельных прямых: накрест лежащие углы – равны).

По определению котангенса острого угла прямоугольного треугольника:  $d/Z = \text{ctg}\alpha$ , тогда  $d = Z \cdot \text{ctg}\alpha$ .

**ОТВЕТ:**  $d = Z \cdot \text{ctg}\alpha$



# Задача 5

С маяка, высота которого  $H=150$  м, определяют расстояние до проходящего мимо парохода. Угол понижения  $\alpha=9^\circ$ . Вычислить искомое расстояние.

**РЕШЕНИЕ:** Для того чтобы найти расстояние  $L$ , воспользуемся определением тангенса острого угла прямоугольного треугольника. Тогда  $\operatorname{tg}\alpha=H/L$ , наша задача найти  $L$ :  $L=H/\operatorname{tg}\alpha$ . Находим:  $L=150/\operatorname{tg}9^\circ=150/0.1584=947$  м.

**ОТВЕТ:** расстояние до корабля 947 метров.

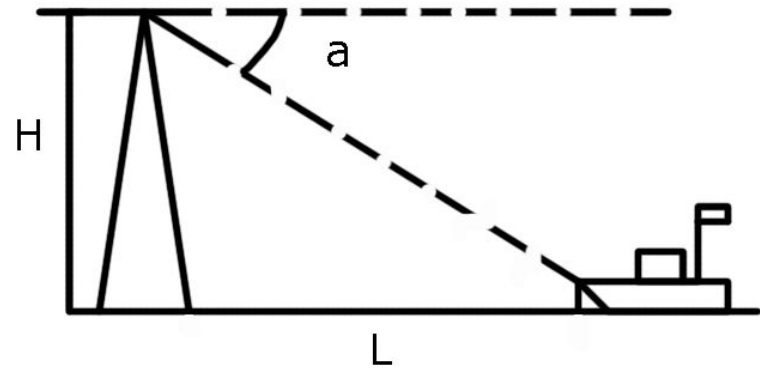


рис. 1



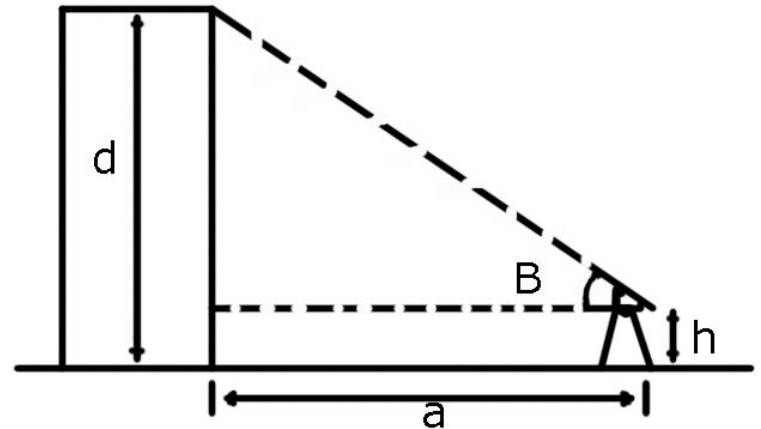
# Задача 6

Найти высоту здания, если в результате измерения угломером известен угол возвышения Угол  $B$ , высота угломера  $h$ , расстояние от угломера до здания  $a$ .

**РЕШЕНИЕ:** высота здания  $d$  состоит из  $(d-h)+h$ . тогда найдём  $(d-h): \operatorname{tg} B \cdot a$

Тогда высота  $d$  будет равна:  
 $(\operatorname{tg} B \cdot a)+h$

**ОТВЕТ:** высота здания  $d$  равна  $(\operatorname{tg} B \cdot a)+h$



# Задача 7

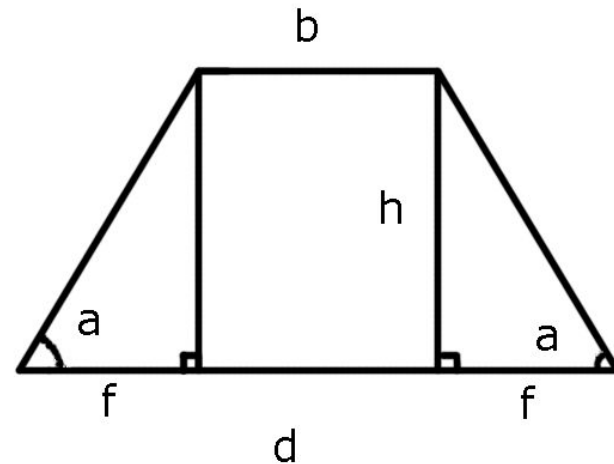
Железнодорожная насыпь имеет сверху ширину  $b=6\text{м}$ , а снизу  $d=12\text{м}$ . боковые стороны наклонены под углом  $\alpha=35^\circ$ . Вычислить высоту насыпи.

## Решение:

Насыпь представляет собой равнобедренную трапецию. Опустим перпендикуляры  $h$ , к нижнему основанию. Далее рассмотрим два прямоугольных треугольника: они равны по острому углу и гипотенузе. Тогда  $d-b=2f, \Rightarrow f=(d-b)/2$ . далее найдём  $h$ , зная тригонометрические функции. Таким образом,  $h=\text{tg}\alpha \cdot f$ . подставив заданные значения в формулы, находим

$$h=\text{tg}35 \cdot ((12-6)/2)=0,7 \cdot 3= 2,1\text{м}.$$

**ОТВЕТ:** высота железнодорожной насыпи равна **2,1м**.



# Задача 8

Две водопроводные трубы с диаметрами  $d$  нужно заменить одной большой трубой, но с той же пропускной способностью. Рассчитать диаметр  $D$  новой трубы.

**РЕШЕНИЕ:** так как новая труба имеет такую же пропускную способность, как и две первые, то, следовательно, она имеет такую же площадь сечения, как у двух первых:

$$S=2s.$$

Мы знаем, что  $s=\pi r^2$ , тогда  $2s=2(\pi r^2)$ , или

$$2s=2(\pi d^2/4) =\pi d^2/2,$$

$$S=\pi D^2/4,$$

тогда

$$\pi d^2/2=\pi D^2/4, \text{ или } d^2/2=D^2/4,$$

отсюда следует, что

$$D^2=4d^2/2=2d^2, \text{ а } D=d\sqrt{2}.$$

**ОТВЕТ:**

$$D=d\sqrt{2}$$

# Задача 9

Запроектирована водонапорная башня с металлическим баком на  $100 \text{ м}^3$ . диаметр бака  $5,5 \text{ м}$ . найти высоту бака.

**Решение:** в данном баке нам дан диаметр  $2r$ , а также его объём  $v = \pi r^2 h$ . Наша задача нахождение высоты бака. Найдём её по формуле:

$$h = v / \pi r^2.$$

Подставив в формулу известные величины, найдем:

$$\begin{aligned} h &= 100 / ((5,5/2)^2 \cdot 3,14) = \\ &= 100 / 23,74625 \sim 4,2 \text{ метра} \end{aligned}$$

**ОТВЕТ:** высота бака **4,2 метра**

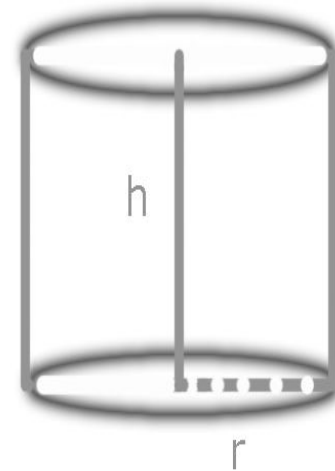


рис. 1

# В работе использовалась следующая литература:

- Тригонометрия –дополнительный материал к курсу геометрии **9, 10** классов, издательство «Просвещение», **1972**, П.В. Стратилатов.
- Сборник задач по математике с практическим содержанием, издательство «Высшая школа», **1968**, Л. И.Гуткин.
- Четырёхзначные математические таблицы для средней школы, издательство «Просвещение», **1992**, В.М.Брадис.
- Страницы русской истории на уроках математики (нетрадиционный задачник), издательство «Педагогика-пресс», **1994**, С.С.Перли, Б. С.Перли.
- Учебник по геометрии для **7-9** кл. общеобразовательных учреждений, издательство «Просвещение», **1998**, Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б.Кадомцев.

