

Решение задач с практическим содержанием

Реферат по геометрии

Николаевна

Подготовил Деркачев Георгий
Г. Реутов, школа № 5. кл 9 «Г»
учитель: Кичатова Ольга

ВСТУПЛЕНИЕ

- Зная принципы решения теоретических алгебраических и геометрических задач, можно применить их для достижения практически необходимых в жизни человека вещей. Начиная от постройки игрушечного домика и кончая моделированием и постройкой всевозможных аппаратов. С помощью этих знаний можно рассчитать минимальное или максимальное количество ресурсов, требующихся для выполнения поставленной задачи. С помощью этого можно определить практические площади, объёмы, поправки, расстояния и т.д. Этот далеко не полный список показывает, как необходимо знание теоретических принципов на практике, и доказывает, как важно знание математики в жизни.

Задача 1.

а)

В залитых водой колодцах расстояние от верхней кромки до дна производится с помощью деревянного шеста-щупа с делениями. При этом вместо расстояния AB до дна колодца находят промером расстояние AO .

Возникает задача: найти поправку измерения глубины колодца CD , радиус дна известен и равен m :

Решение:

$$CD = CO - OD = AO - AB = a - AB$$

по данным

$$AD = BO = m, AO = a,$$

Сначала получим равенство, из которого можно найти поправку CD :

По теореме об отрезках пересекающихся хорд: $AD \cdot DP = CD \cdot DK$.

$\triangle ADO = \triangle ADP$ по гипотенузе и общему катету, $\rightarrow AD = DP$, тогда

$$1) AD^2 = CD \cdot (2a - CD).$$

2) для получения приближенного значения CD ,

воспользуемся тем, что

$$2a - CD \sim 2a$$

Тогда равенство (1) обратится в приближенное равенство

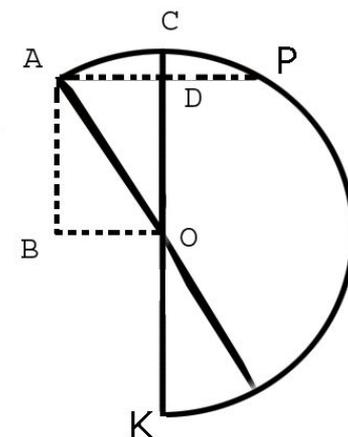
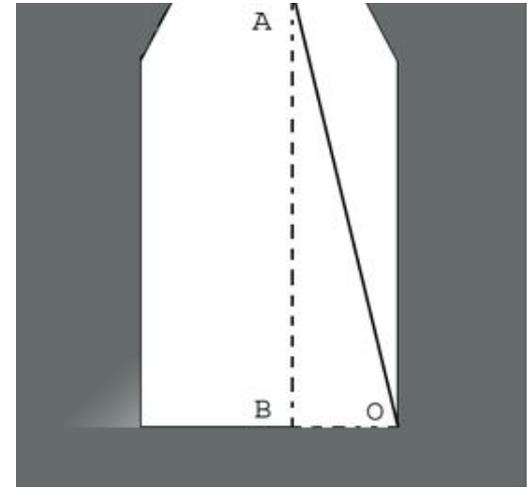
$$AD^2 \sim 2a \cdot CD,$$

Откуда получим:

$$CD \sim m^2 / 2a$$

Ответ:

$$CD \sim m^2 / 2a$$



Задача 1

б) Найдём количество дней, на которые хватит полного колодца для семьи из 4 человек, при условии того, что суточная норма потребления воды каждого члена - 10 литров, если известны радиусы дна и верхней кромки и высота колодца.

Решение: путем некоторых преобразований найдем объём колодца: Разделим колодец на 2 фигуры: усечённый конус и цилиндр, объёмы, которых соответственно равны:

$$V_2 = (\pi/3) \cdot h_2 \cdot (r_2^2 + r_3^2 + r_2 \cdot r_3), \text{ и } V_1 = \pi \cdot r_1^2 \cdot h_1$$

$$V_{\text{об}} = V_1 + V_2$$

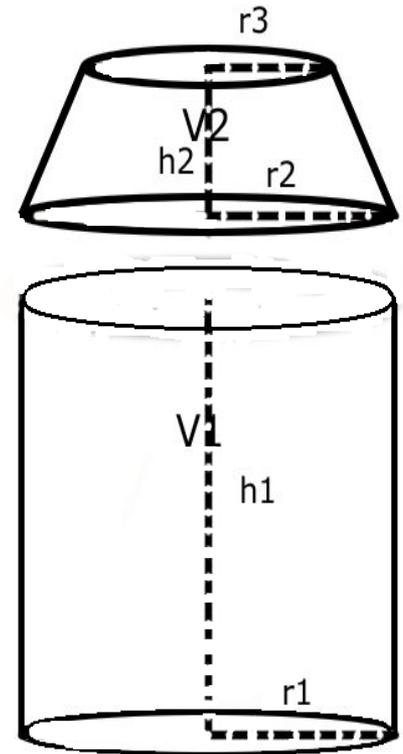
$$h_2 = \sqrt{d^2 - (r_2 - r_3)^2}, \text{ где } d - \text{длина скоса; } h_1 = h - h_2$$

Суточное потребление воды семьёй равняется 40 литров (10·4). Тогда количество дней будет вычисляться по формуле: $V/40$, то есть

$$((\pi/3) \cdot h_2 \cdot (r_2^2 + r_3^2 + r_2 \cdot r_3) + \pi \cdot r_1^2 \cdot h_1) / 40 = n, \text{ где } n - \text{количество дней.}$$

Ответ:

$$((\pi/3) \cdot h_2 \cdot (r_2^2 + r_3^2 + r_2 \cdot r_3) + \pi \cdot r_1^2 \cdot h_1) / 40 = n$$



Задача 2.

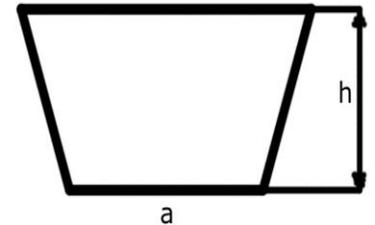
А) Требуется найти длину водопроводной траншеи, если известно, что основания траншеи соответственно равны a и b , высота h , а объём находящейся в ней воды равен v .

Решение: Поперечное сечение траншеи есть равнобедренная трапеция. Дно и боковые стороны-прямоугольники. В данном случае траншея свежая, поэтому дно и стенки ещё не размыты. Будем считать, что траншея есть призма, высота которой L , а основание – поперечное сечение траншеи. Объём траншеи определяется по формуле $V=F \cdot L$, где F -площадь поперечного сечения; L -длина траншеи. Тогда формула примет вид

$$V = ((a+b) \cdot h/2) \cdot L.$$

отсюда $L = V / ((a+b) \cdot h/2) = 2V / (a+b) \cdot h$.

Ответ: $L = 2V / (a+b) \cdot h$



Б) Вычислить объём земли, выкопанной из данной траншеи.

Решение: все мы знаем, что если выкопать яму и засыпать землю обратно, яма заполнится не целиком. Это расхождение объёмов ямы и песка составляет примерно 1/10 от объёма ямы, чем мы непременно воспользуемся.

$$V_{\text{тр}} = ((a+b) \cdot h/2) \cdot L,$$

$$V_{\text{пес}} = ((a+b) \cdot h/2) \cdot L - 0.1 \cdot ((a+b) \cdot h/2) \cdot L$$

То есть $V_{\text{пес}} = 0.45 \cdot ((a+b) \cdot h/2) \cdot L$.

Ответ: $V_{\text{пес}} = 0.45 \cdot ((a+b) \cdot h/2) \cdot L$

Задача 3

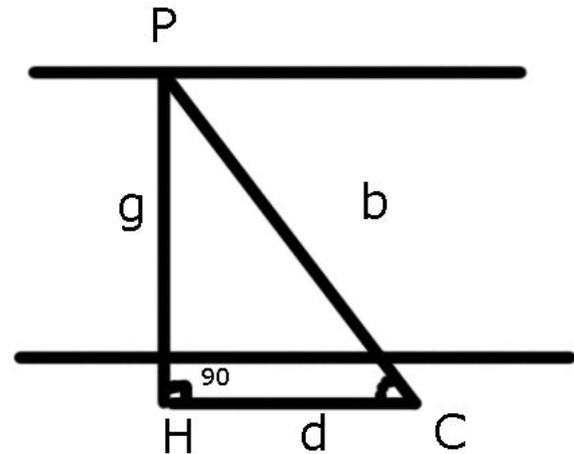
Определить расстояние от наблюдателя до другого берега реки (ширину реки).

РЕШЕНИЕ: чтобы определить ширину реки отмерим от наблюдателя расстояние $HC=d$ вдоль берега; отрезок $HP=g$, являющийся шириной реки и перпендикулярный к d . Рассмотрим $\triangle HPC$. Также нам известен угол C (измеряем например с помощью компаса).

Тогда ширина g будет равна по определению тангенса острого угла прямоугольного треугольника:

$$g/d = \operatorname{tg}C, \text{ тогда } g = d \cdot \operatorname{tg}C.$$

ОТВЕТ: $g = d \cdot \operatorname{tg}C$



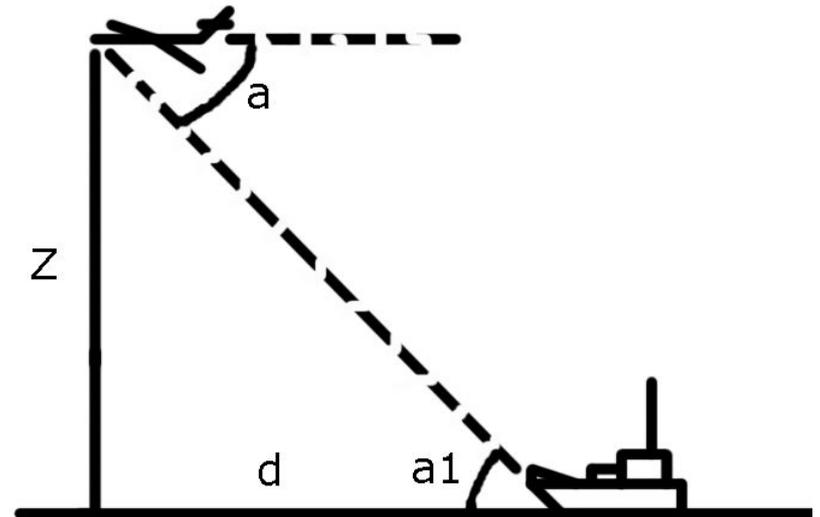
Задача 4

Самолет радирует капитану рыболовецкого судна, что он находится над косяком рыбы на высоте Z . С судна определяют угол возвышения самолёта, он равен α . Вычислить расстояние судна от косяка рыбы.

РЕШЕНИЕ: $\alpha = \alpha_1$ (по свойству параллельных прямых: накрест лежащие углы – равны).

По определению котангенса острого угла прямоугольного треугольника: $d/Z = \text{ctg}\alpha$, тогда $d = Z \cdot \text{ctg}\alpha$.

ОТВЕТ: $d = Z \cdot \text{ctg}\alpha$



Задача 5

С маяка, высота которого $H=150$ м, определяют расстояние до проходящего мимо парохода. Угол понижения $\alpha=9^\circ$. Вычислить искомое расстояние.

РЕШЕНИЕ: Для того чтобы найти расстояние L , воспользуемся определением тангенса острого угла прямоугольного треугольника. Тогда $\operatorname{tg}\alpha=H/L$, наша задача найти L : $L=H/\operatorname{tg}\alpha$. Находим: $L=150/\operatorname{tg}9^\circ=150/0.1584=947$ м.

ОТВЕТ: расстояние до корабля 947 метров.

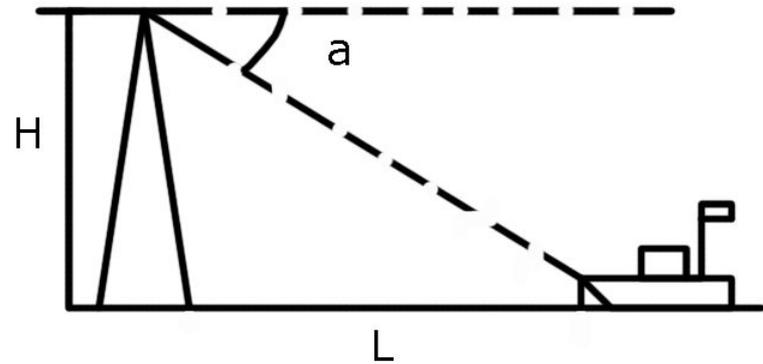


рис. 1

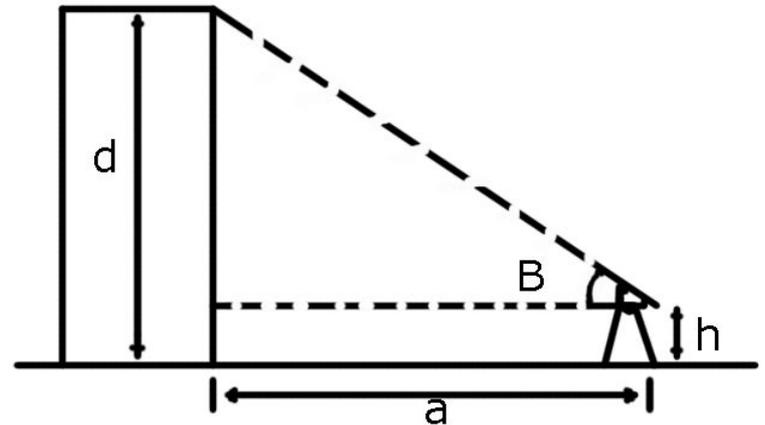
Задача 6

Найти высоту здания, если в результате измерения угломером известен угол возвышения Угол B , высота угломера h , расстояние от угломера до здания a .

РЕШЕНИЕ: высота здания d состоит из $(d-h)+h$. тогда найдём $(d-h): \operatorname{tg} B \cdot a$

Тогда высота d будет равна:
 $(\operatorname{tg} B \cdot a)+h$

ОТВЕТ: высота здания d равна $(\operatorname{tg} B \cdot a)+h$



Задача 7

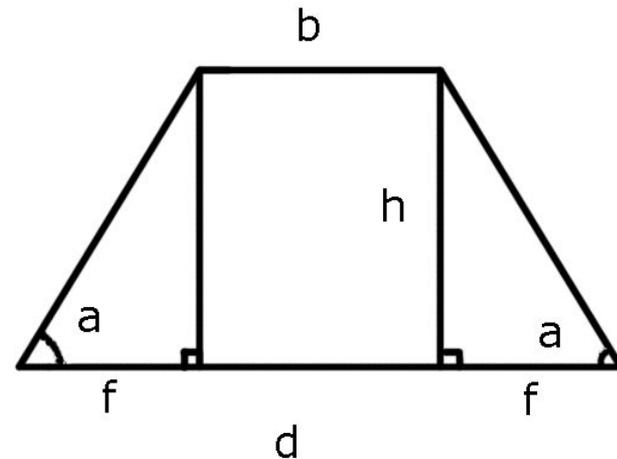
Железнодорожная насыпь имеет сверху ширину $b=6\text{м}$, а снизу $d=12\text{м}$. боковые стороны наклонены под углом $\alpha=35^\circ$. Вычислить высоту насыпи.

Решение:

Насыпь представляет собой равнобедренную трапецию. Опустим перпендикуляры h , к нижнему основанию. Далее рассмотрим два прямоугольных треугольника: они равны по острому углу и гипотенузе. Тогда $d-b=2f, \Rightarrow f=(d-b)/2$. далее найдём h , зная тригонометрические функции. Таким образом, $h=\text{tg}\alpha \cdot f$. подставив заданные значения в формулы, находим

$$h=\text{tg}35 \cdot ((12-6)/2)=0,7 \cdot 3= 2,1\text{м}.$$

ОТВЕТ: высота железнодорожной насыпи равна **2,1м**.



Задача 8

Две водопроводные трубы с диаметрами d нужно заменить одной большой трубой, но с той же пропускной способностью. Рассчитать диаметр D новой трубы.

РЕШЕНИЕ: так как новая труба имеет такую же пропускную способность, как и две первые, то, следовательно, она имеет такую же площадь сечения, как у двух первых:

$$S=2s.$$

Мы знаем, что $s=\pi r^2$, тогда $2s=2(\pi r^2)$, или

$$2s=2(\pi d^2/4) =\pi d^2/2,$$

$$S=\pi D^2/4,$$

тогда

$$\pi d^2/2=\pi D^2/4, \text{ или } d^2/2=D^2/4,$$

отсюда следует, что

$$D^2=4d^2/2=2d^2, \text{ а } D=d\sqrt{2}.$$

ОТВЕТ:

$$D=d\sqrt{2}$$

Задача 9

Запроектирована водонапорная башня с металлическим баком на 100 м^3 . диаметр бака $5,5 \text{ м}$. найти высоту бака.

Решение: в данном баке нам дан диаметр $2r$, а также его объём $v = \pi r^2 h$. Наша задача нахождение высоты бака. Найдём её по формуле:

$$h = v / \pi r^2.$$

Подставив в формулу известные величины, найдем:

$$\begin{aligned} h &= 100 / ((5,5/2)^2 \cdot 3,14) = \\ &= 100 / 23,74625 \sim 4,2 \text{ метра} \end{aligned}$$

ОТВЕТ: высота бака $4,2 \text{ метра}$

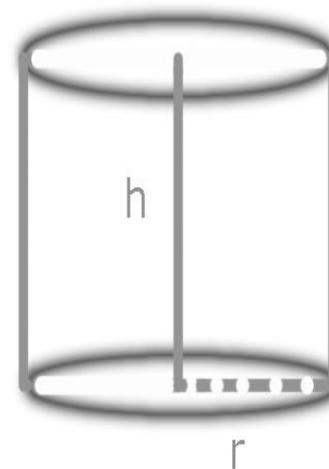


рис. 1

В работе использовалась следующая литература:

- Тригонометрия –дополнительный материал к курсу геометрии **9, 10** классов, издательство «Просвещение», **1972**, П.В. Стратилатов.
- Сборник задач по математике с практическим содержанием, издательство «Высшая школа», **1968**, Л. И.Гуткин.
- Четырёхзначные математические таблицы для средней школы, издательство «Просвещение», **1992**, В.М.Брадис.
- Страницы русской истории на уроках математики (нетрадиционный задачник), издательство «Педагогика-пресс», **1994**, С.С.Перли, Б. С.Перли.
- Учебник по геометрии для **7-9** кл. общеобразовательных учреждений, издательство «Просвещение», **1998**, Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б.Кадомцев.

