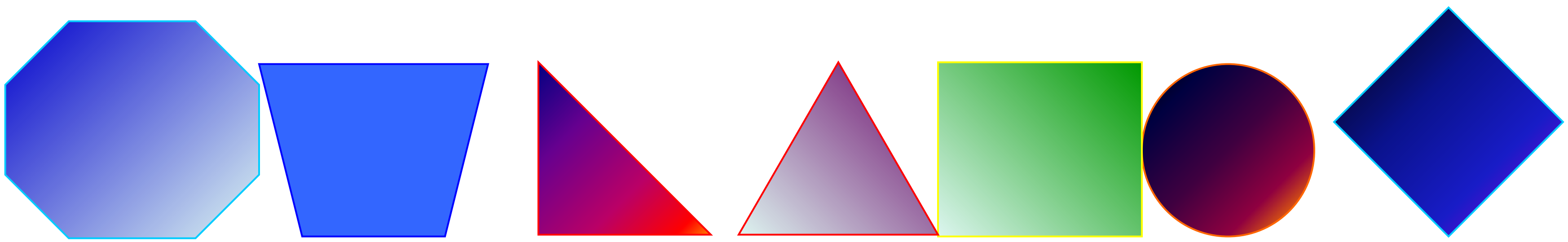
Подготовка к ЕГЭ.

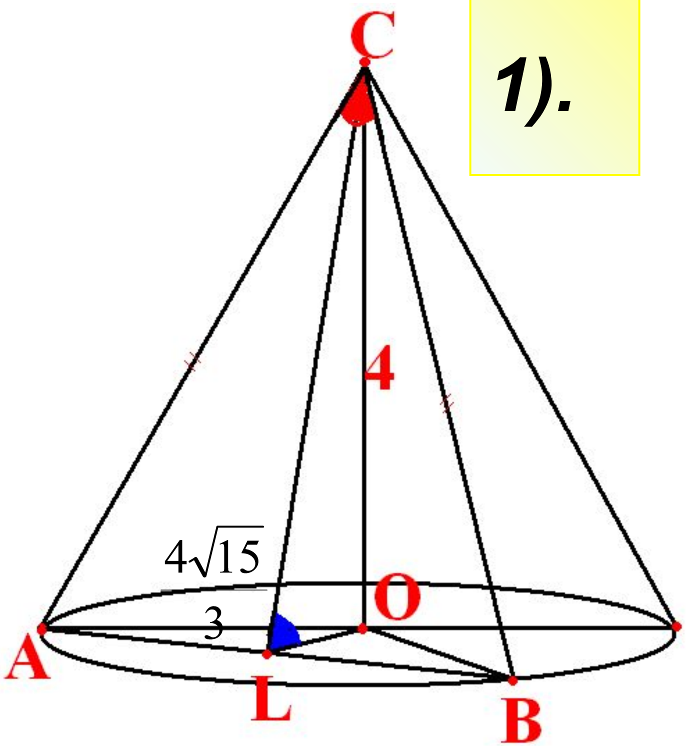


Задачи по геометрии

в пробных вариантах ЕГЭ

B10. вар. 3

Угол между образующими CA и CB конуса равен 60^0, высота конуса равна 4, а радиус основания равен $\frac{4\sqrt{15}}{3}$. Найдите градусную меру угла между плоскостью ABC и плоскостью основания конуса.



1).

Из ΔACO **, по теореме Пифагора:**

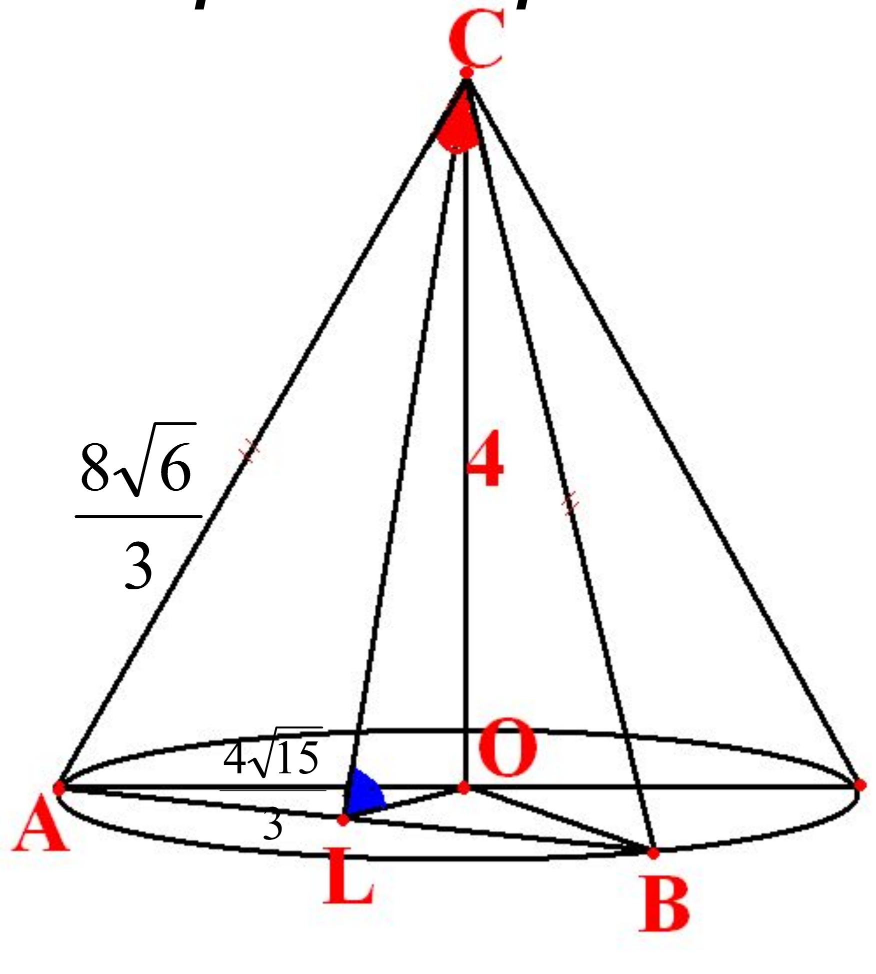
$$AC^2=AO^2+CO^2$$

$$AC=\sqrt{4^2+(\frac{4\sqrt{15}}{3})^2}=$$

$$=\sqrt{16+\frac{16\cdot15}{9}}=\sqrt{\frac{16\cdot9+16\cdot15}{9}}=$$

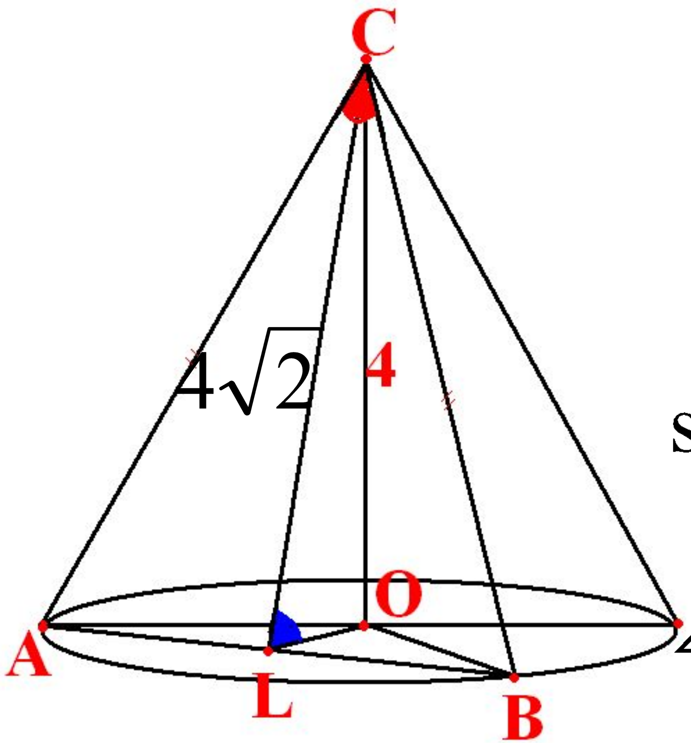
$$=\frac{4}{3}\sqrt{24}=\frac{8\sqrt{6}}{3}$$

- ***Так как AC=BC, то углы A и B равны, как углы при основании равнобедренного треугольника. Угол C равен 60^0,а так как сумма углов треугольника равна 180^0, то углы A и B тоже по 60^0, а значит треугольник ABC-равносторонний. AC=BC=AB=*** $\frac{8\sqrt{6}}{3}$



2). Из $\Delta CAL, \angle L = 90^0 \quad \sin\angle CAL = \frac{CL}{AC} \Rightarrow$

$$CL = AC \cdot \sin\angle CAL = \frac{8\sqrt{6}}{3} \cdot \sin 60^0 = \frac{8\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{2}$$



3). Из $\Delta CLO, \angle O = 90^0$

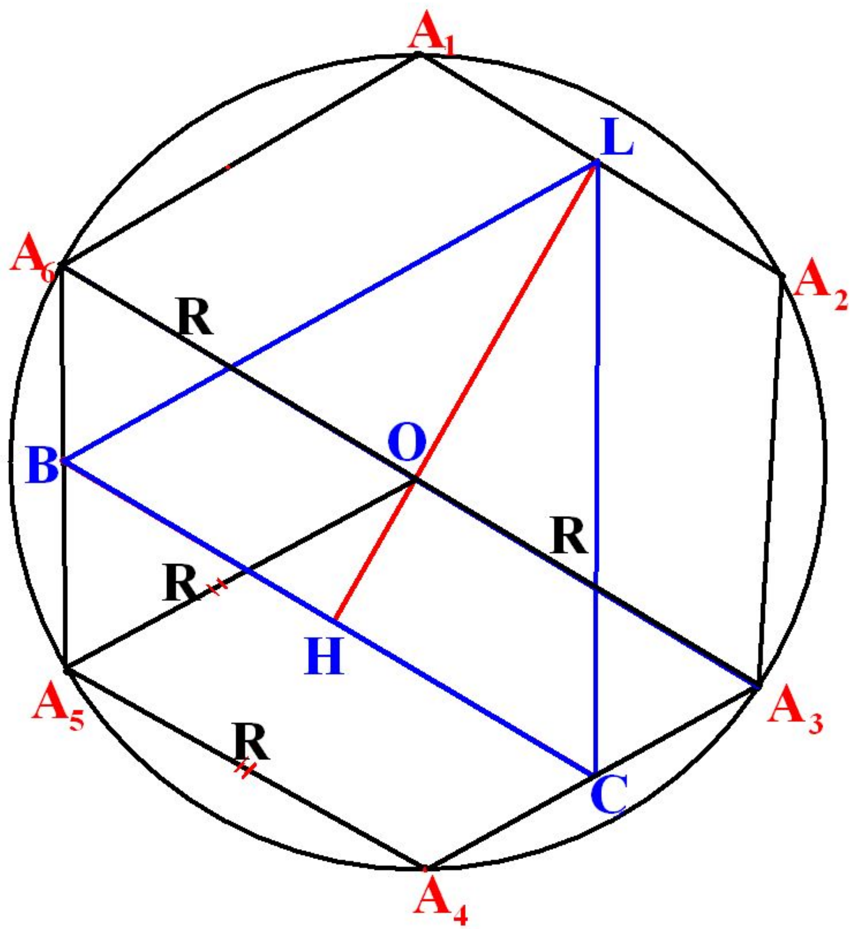
$$\sin\angle CLO = \frac{CO}{CL} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\angle CLO = 45^0$

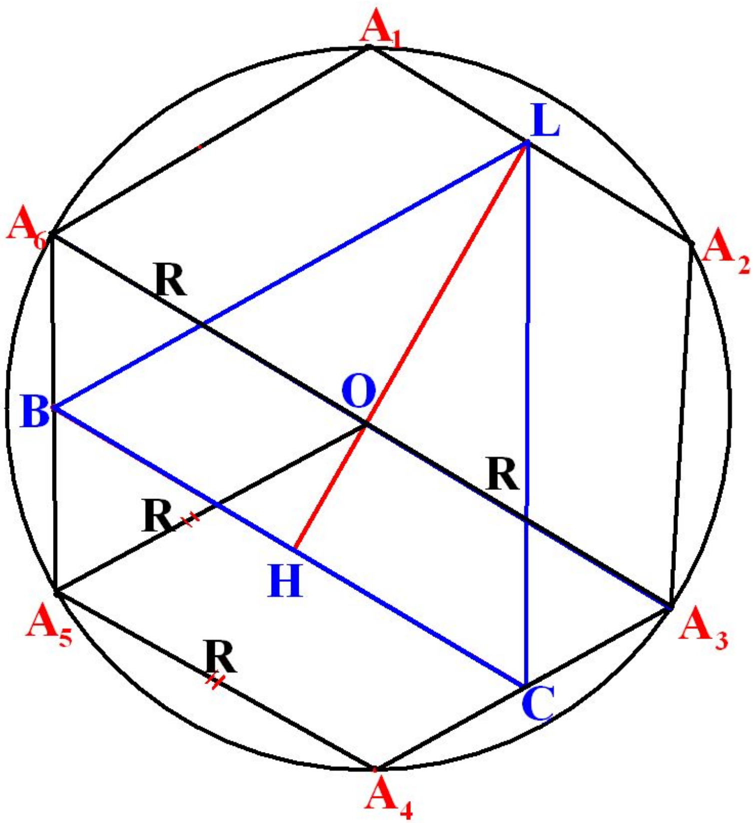
Ответ: 45^0

B11. вар. 3

- В правильном шестиугольнике $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ сторона равна $8\sqrt{3}$. Отрезок ВС соединяет середины сторон A_3A_4 и A_5A_6. Найти длину отрезка, соединяющего середину стороны A_1A_2 с серединой отрезка ВС.



1). Сторона правильного шестиугольника равна радиусу описанной около него окружности. BC - средняя линия трапеции $A_3A_4A_5A_6$. $A_5A_4 = R$, $A_3A_6 = 2R$



$$BC = \frac{A_4A_5 + A_3A_6}{2} =$$

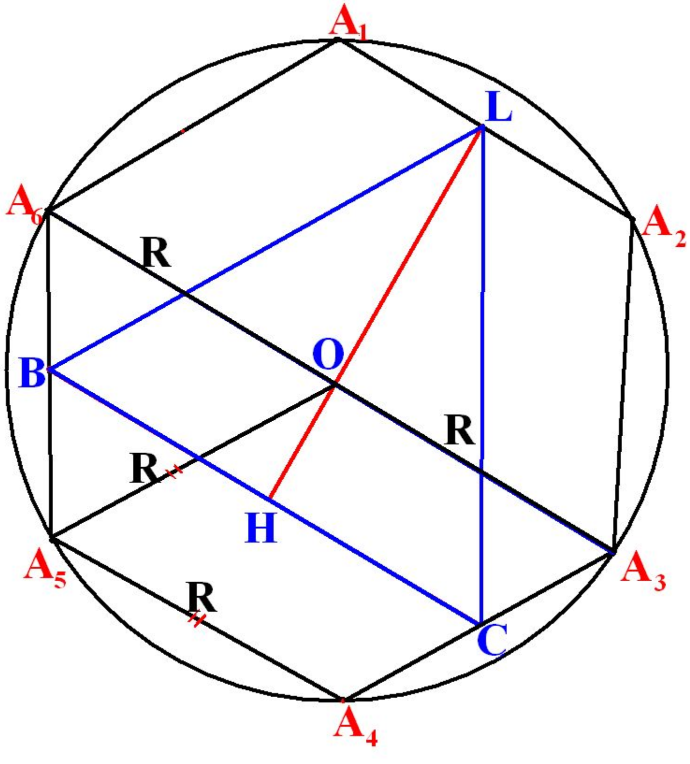
$$= \frac{R + 2R}{2} =$$

$$= \frac{3R}{2} = \frac{3 \cdot 8\sqrt{3}}{2} =$$

$$= 12\sqrt{3}$$

- Треугольник BLC-равносторонний.LH-

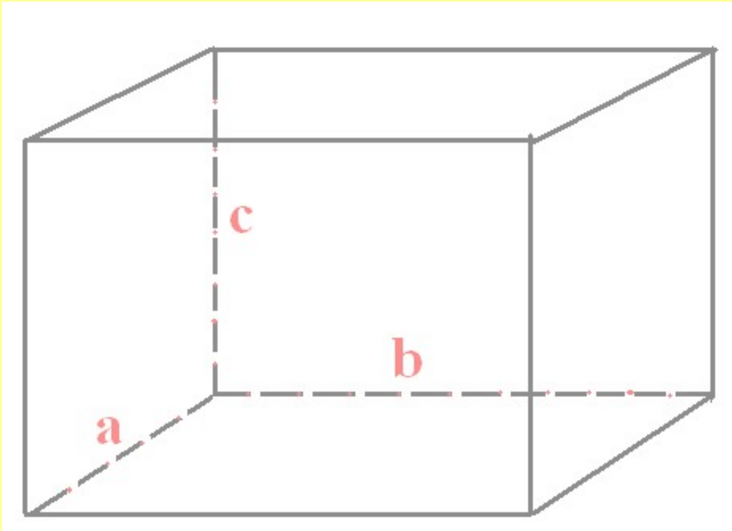
высота. Найдем её по формуле: $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$,
где а- сторона треугольника.



$$LH = \frac{BL\sqrt{3}}{2} =$$

$$= \frac{12\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 18$$

Ответ:18



Повторение

Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда можно вычислить по формуле:

S=2(ab+ac+bc)

Повторение

Уравнение плоскости в отрезках:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1,$$

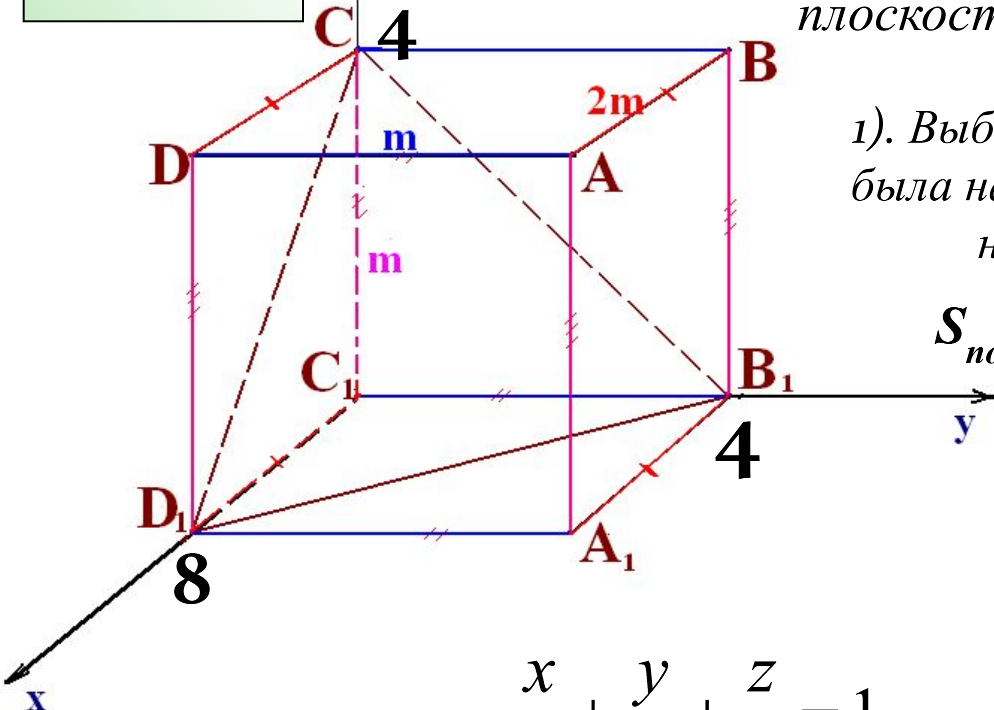
где a, b, c –абсцисса, ордината и аппликата точек пересечения плоскости с осями координат.

Повторение

Если Ax+By+Cz+D=0 -уравнение плоскости ά, то:

$$\rho(M(x_0;y_0;z_0);\alpha)=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

B 10



$S_{пол.пов.}$=160; AB>AD в 2раза, AB>CC_1 в 2 раза. Найти расстояние от т.А до плоскости (CB_1D_1) .

Решение

1). Выберем систему координат так, чтобы т.C_1 была началом координат,точки D_1 , B_1 ,С лежали на осях Ох, Оу и Оz соответственно.

$$S_{пол.пов.}=2(AB\cdot AD+AB\cdot AA_1+AD\cdot AA_1);$$

$$S_{пол.пов.}=2(2m^2+2m^2+m^2)=160;$$

$$10m^2=160, m^2=16, m=4$$

2). (D_1B_1C): $\frac{x}{8}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1$, или $x+2y+2z=8$;

$x+2y+2z-8=0$, $A=1$, $B=2$; $C=2$, $D=-8$.

3). $A(\overset{x_0}{8};\overset{y_0}{4};\overset{z_0}{4})$; $\rho(A;\alpha)=\dfrac{|1\cdot 8+2\cdot 4+2\cdot 4-8|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{16}{3}=5\dfrac{1}{3}$

Ответ: $5\frac{1}{3}$

1.а). *Некоторые тригонометрические тождества*:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \quad \Leftrightarrow$$

Если α **- острый угол, то**

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}, \qquad \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

б). $$ctg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha} \quad \Leftrightarrow$$

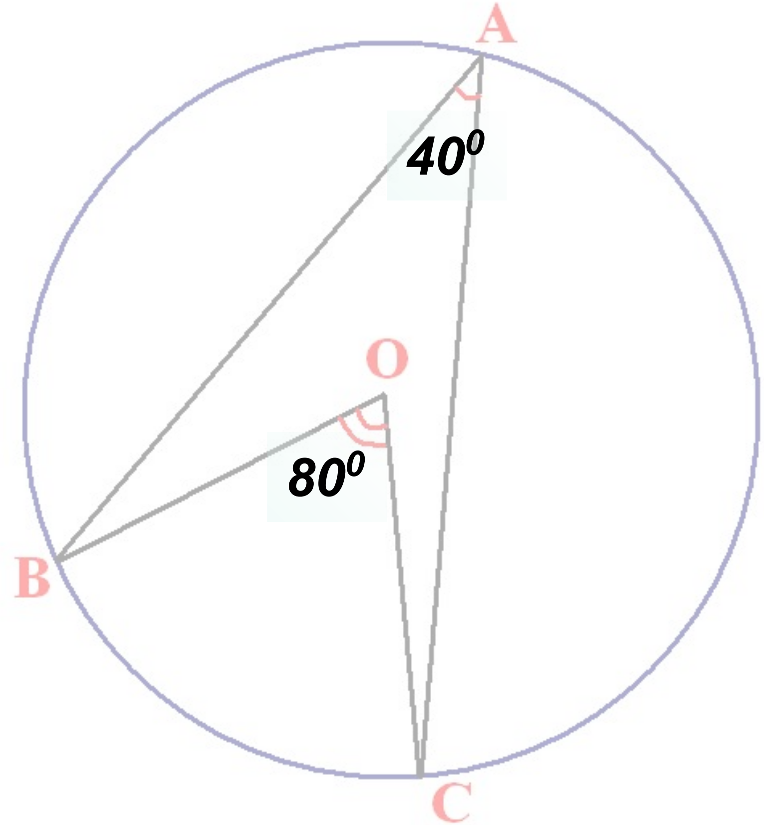
Если α **- острый угол, то**

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+ctg^2\alpha}}$$

в). $$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$

Повторение

2.

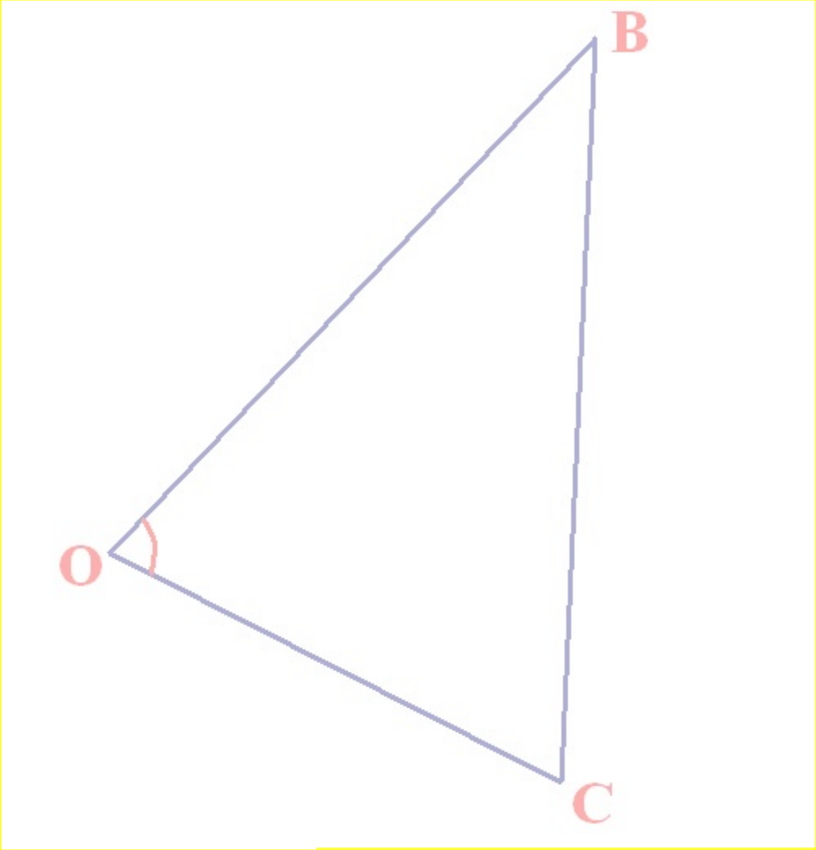


Градусная мера вписанного угла (BAC) равна половине градусной меры дуги (BC), на которую он опирается.

Градусная мера центрального угла (BOC) равна градусной мере дуги (BC), на которую он опирается.

3\.

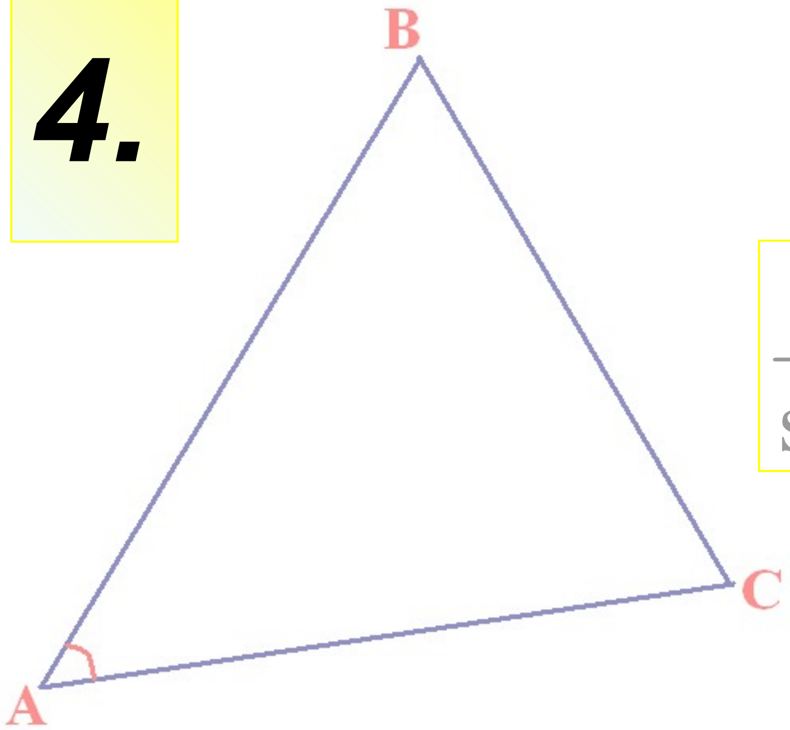
Повторение



Площадь треугольника OBC равна половине произведения его сторон на синус угла между ними.

$$S = \frac{1}{2} OB \cdot OC \sin \angle BOC$$

4.



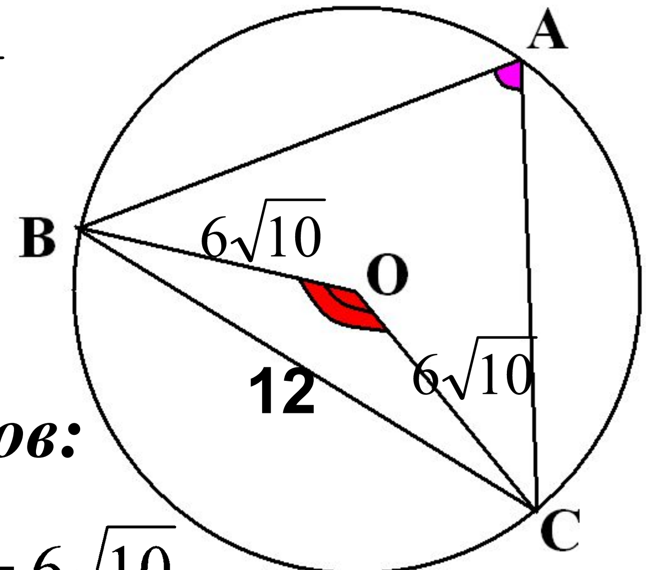
Следствие из теоремы синусов:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$$

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \quad \Leftrightarrow \quad BC = 2R\sin A$$

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{BC}{2\sin A}$$

_B 11_ **В** ΔABC **, ВС=12, ctgA=3. Найти** $S_{\Delta OBC}$ **где О-центр описанной около треугольника АВС окружности.** ***Решение***.



1). $$ctg^2 A + 1 = \frac{1}{\sin^2 A} \Leftrightarrow \sin A = \sqrt{\frac{1}{ctg^2 A + 1}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \sin A = \frac{1}{\sqrt{3^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

2). ***По следствию из теоремы синусов:***

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{12}{2\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}} = 6\sqrt{10}$$

3). $$\angle A = \frac{1}{2} {}^{\cup}BC$$ ***,как вписанный угол.***

$$\angle BOC = {}^{\cup}BC$$ ***-как центральный, следовательно:***

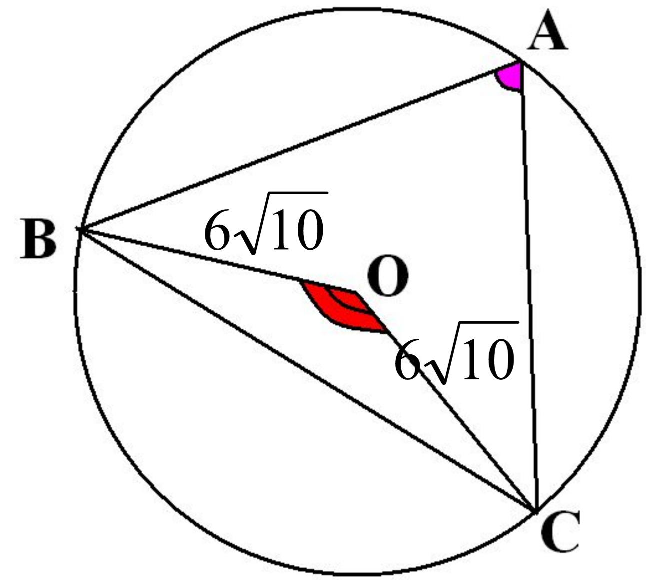
$$\angle BOC = 2\angle A$$

4).

$$\cos^2 A + \sin^2 A = 1 \Leftrightarrow$$

$$\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} =$$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$



5).

$$\sin 2A = 2\sin A \cdot \cos A = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = 0{,}6$$

6).

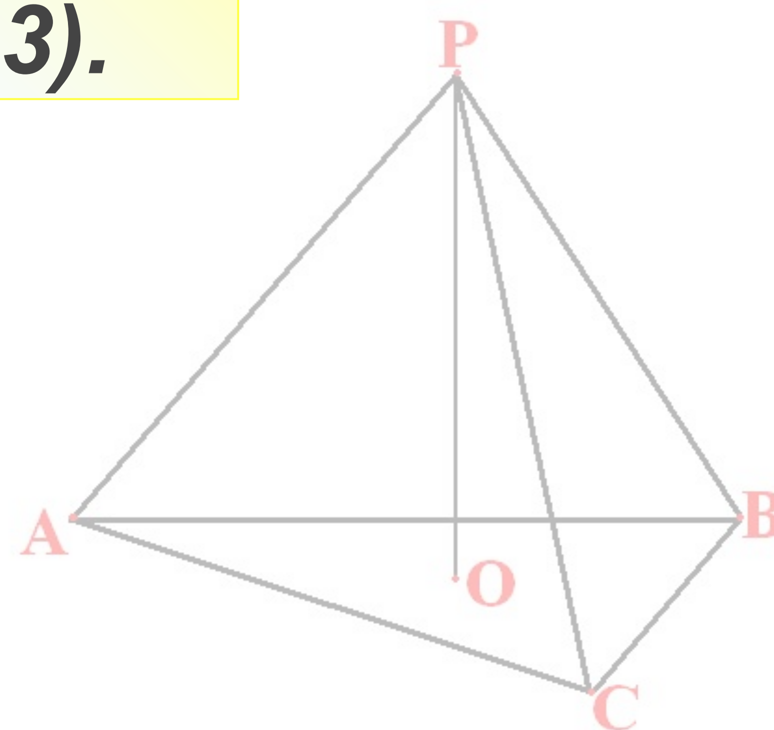
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} OB \cdot OC \cdot \sin \angle BOC =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{10} \cdot 6\sqrt{10} \cdot 0{,}6 = 108$$

Ответ: 108

Повторение

3).



Объём пирамиды равен одной третьей произведения площади основания на высоту.

$$V = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot h$$

1).

Повторение

Теорема косинусов:

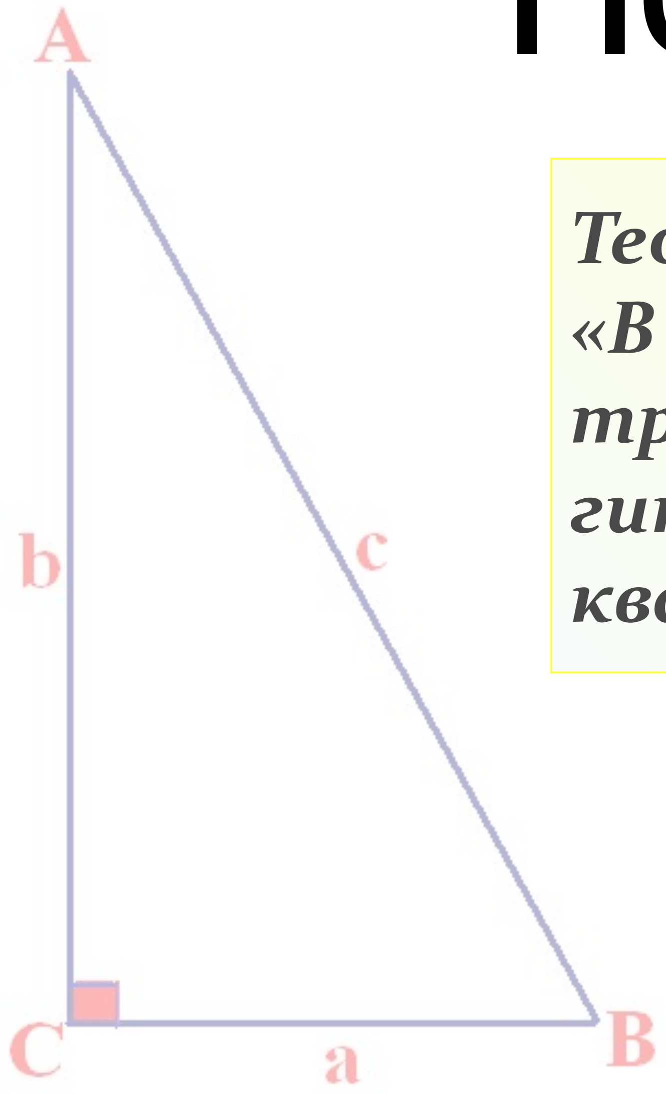
- $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

2).

Повторение

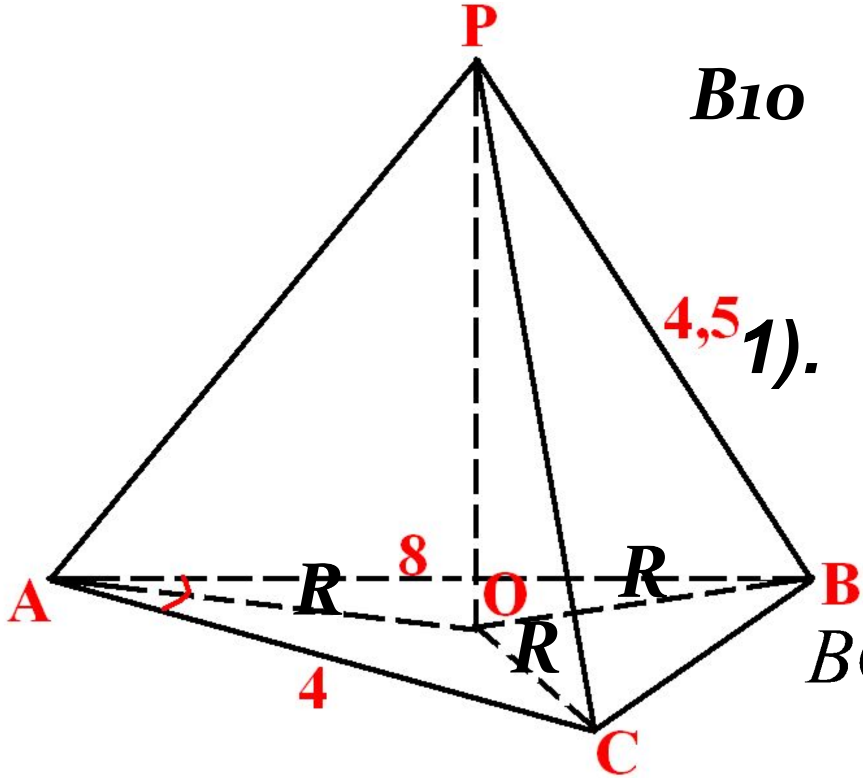


Теорема Пифагора:
«В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов».

$$c^2=a^2+b^2$$

$$a=\sqrt{c^2-b^2}$$

$$b=\sqrt{c^2-a^2}$$



B10

Дано: AB=8, AC=4, cosA=0,8, PA=PB=PC=4,5. Найти V_{PABC}

Решение.

1). *По теореме косинусов из* ΔABC :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

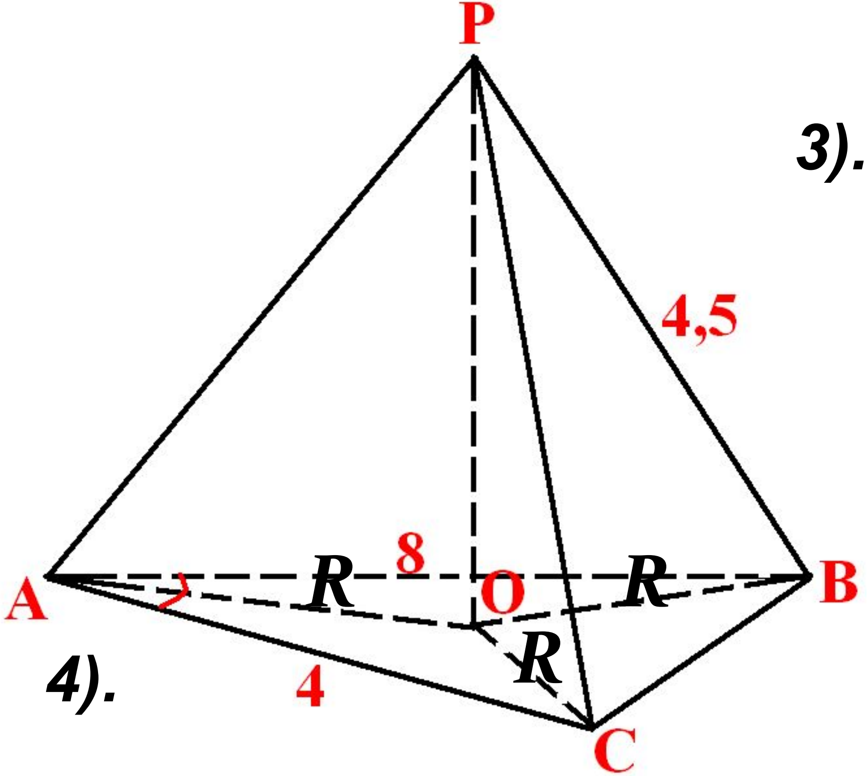
$$BC^2 = 4^2 + 8^2 - 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 0{,}8 =$$

$$= 28{,}8 = \frac{144}{5} \Leftrightarrow BC = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

2). $PA = PB = PC = 4{,}5 \Leftrightarrow$

O-центр описанной окружности.

$OA = OB = OC = R$



3). $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow$

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} =$$

$$= \sqrt{1-0{,}8^2} = 0{,}6$$

4).

По следствию из теоремы синусов из ΔABC :

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \quad \Leftrightarrow$$

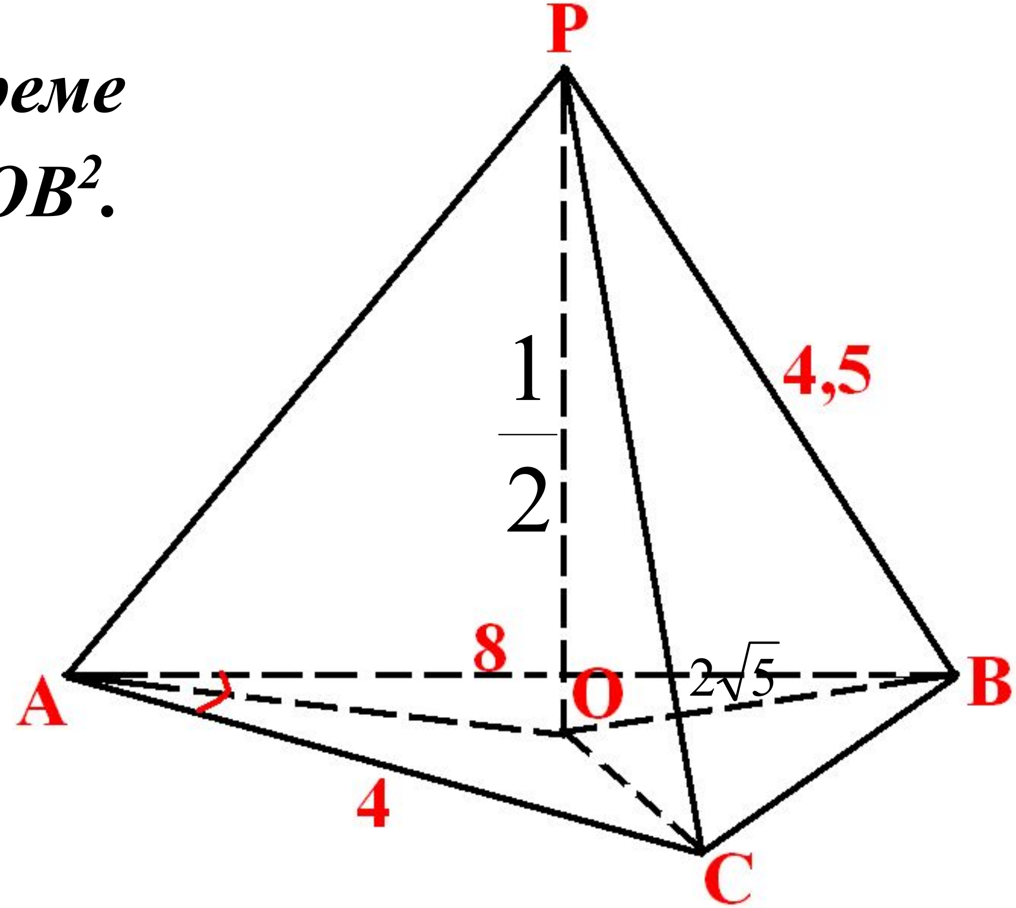
$$R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{12}{\sqrt{5}\cdot 2\cdot 0{,}6} = \frac{12\cdot 5}{\sqrt{5}\cdot 2\cdot 3} = 2\sqrt{5}$$

5). *Из ΔPOB, по теореме Пифагора: $PO^2=PB^2-OB^2$.*

$$PO=\sqrt{PB^2-OB^2}=$$

$$=\sqrt{4{,}5^2-(2\sqrt{5})^2}=$$

$$=\sqrt{\frac{81}{4}-\frac{80}{4}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$$

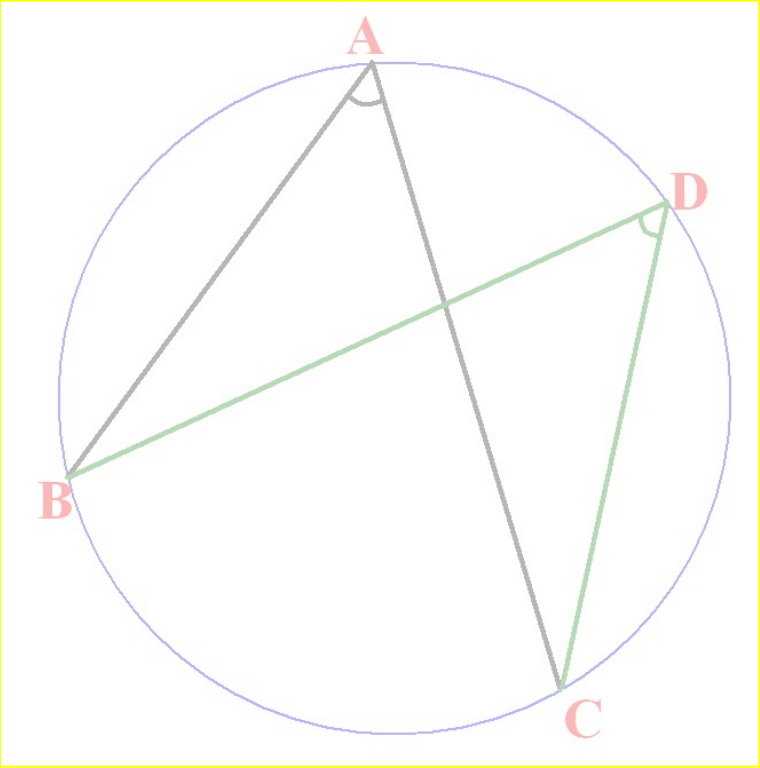


6). $$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin A=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 8\cdot 0{,}6=9{,}6$$

7). $$V_{PABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}\cdot PO=\frac{1}{3}\cdot 9{,}6\cdot\frac{1}{2}=1{,}6$$

Ответ: 1,6

Повторение



Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу равны.

B 11

Дано: ABCD-выпуклый четырехугольник,

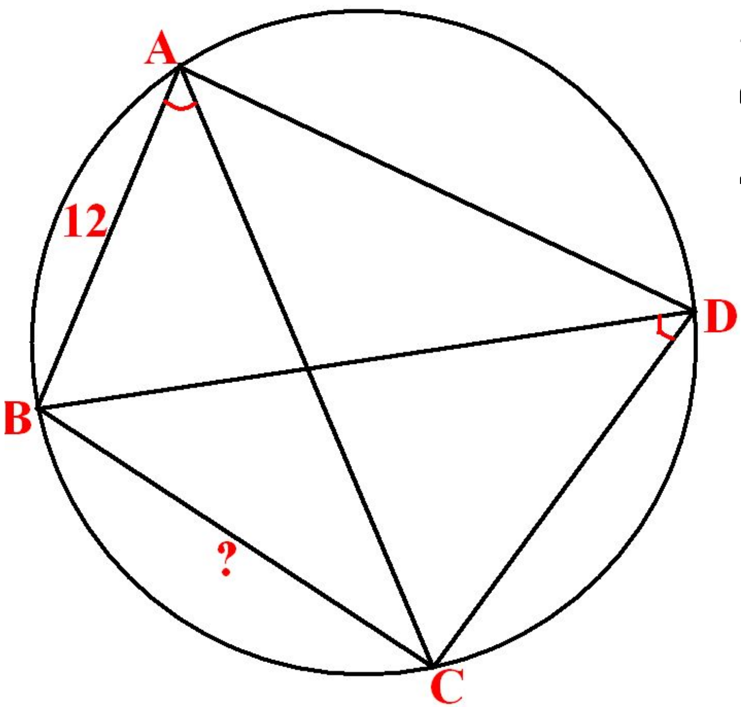
AB=12, $\cos\angle BAC = \cos\angle BDC = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$, $\cos\angle ADB = \dfrac{12}{13}$.

Найти длину стороны BC.

Решение.

1). **Так как** $\cos\angle BAC = \cos\angle BDC = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$ ***, то***

$AC = \angle BDC \quad \Leftrightarrow$

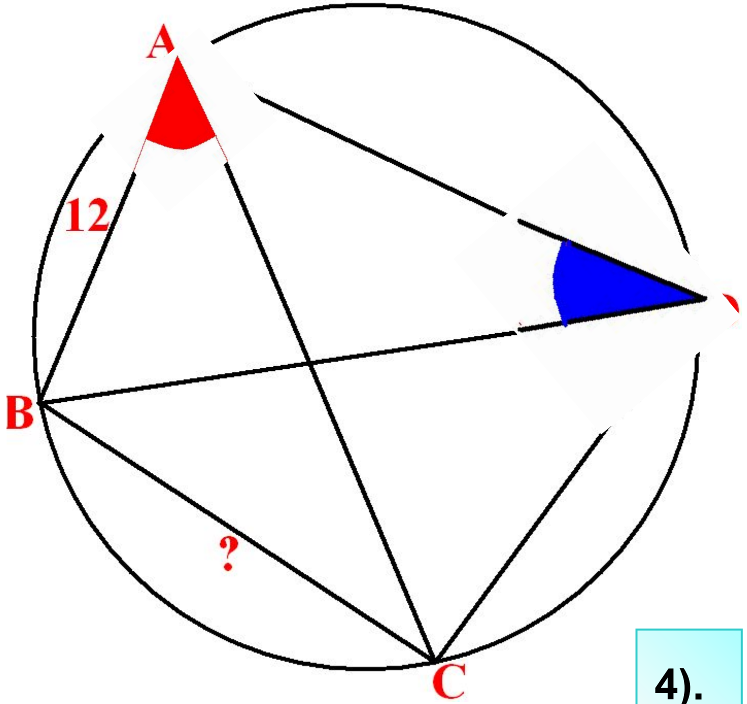


вершины четырехугольника ABCD лежат на окружности.

2). $\sin\angle ADB = \sqrt{1-\cos^2\angle ADB} =$

$$= \sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{169}{169}-\frac{144}{169}} =$$

$$= \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}$$



3). *По следствию из теоремы синусов из* $\triangle$ *ABD:*

$$\frac{AB}{\sin\angle ADB}=2R \quad \Leftrightarrow$$

$$R=\frac{AB}{2\sin\angle ADB}=\frac{12}{2\cdot\frac{5}{13}}=15{,}6$$

4). $$\sin\angle BAC=\sqrt{1-\cos^2\angle BAC}=$$

$$=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2}=\sqrt{1-\frac{7}{16}}=\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$$

5). *По следствию из теоремы синусов из* $\triangle$ *ABC:*

$$\frac{BC}{\sin\angle BAC}=2R \Leftrightarrow BC=2R\sin\angle BAC=2\cdot 15{,}6\cdot\frac{3}{4}=23{,}4$$

Ответ: 23,4

Самостоятельная работа.

I вариант.

В ΔABC , ВС=6, ctgA=3. Найти $S_{\Delta OBC}$, где О- центр описанной около треугольника АВС окружности.

IIвариант.

Дано: ABCD-выпуклый четырехугольник, АВ=14.

$\cos\angle BAC = \cos\angle BDC = \frac{\sqrt{7}}{4}$, $\cos\angle ADB = \frac{12}{13}$.

Найти длину стороны ВС.

Благодарю за работу!