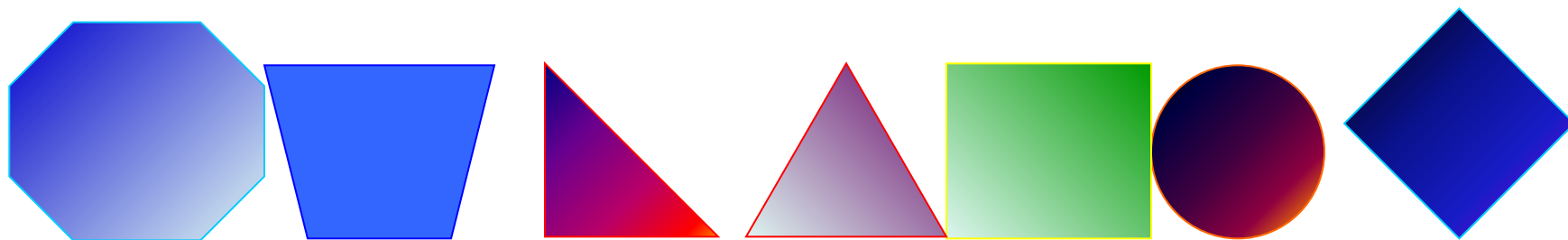


Подготовка к ЕГЭ.



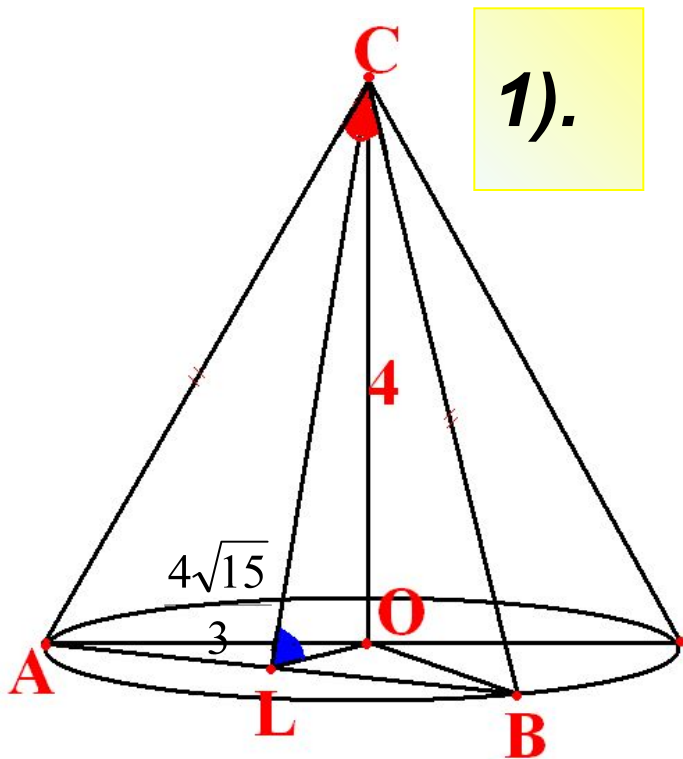
Задачи по геометрии

в пробных вариантах ЕГЭ

В10. вар. 3

Угол между образующими CA и CB конуса равен 60° , высота конуса равна 4, а радиус основания

равен $\frac{4\sqrt{15}}{3}$. Найдите градусную меру угла между плоскостью ABC и плоскостью основания конуса.



1).

Из $\triangle ACO$, по теореме Пифагора:

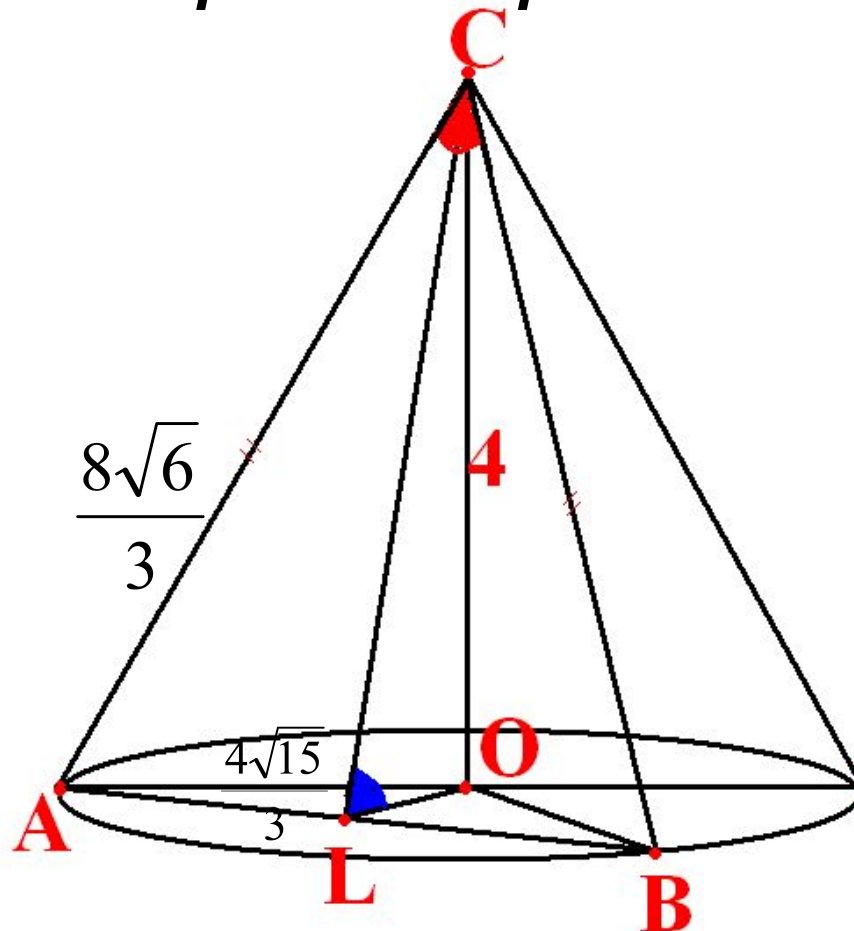
$$AC^2 = AO^2 + CO^2$$

$$AC = \sqrt{4^2 + \left(\frac{4\sqrt{15}}{3}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{16 + \frac{16 \cdot 15}{9}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 9 + 16 \cdot 15}{9}} =$$

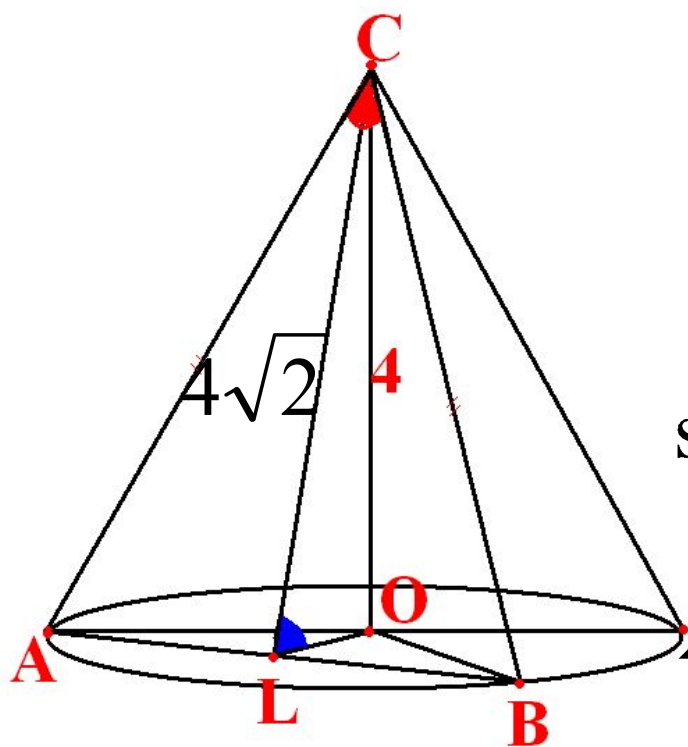
$$= \frac{4}{3} \sqrt{24} = \frac{8\sqrt{6}}{3}$$

- Так как $AC=BC$, то углы A и B равны, как углы при основании равнобедренного треугольника. Угол C равен 60° , а так как сумма углов треугольника равна 180° , то углы A и B тоже по 60° , а значит треугольник ABC -равносторонний. $AC=BC=AB= \frac{8\sqrt{6}}{3}$



2). $\exists \Delta CAL, \angle L = 90^\circ \quad \sin \angle CAL = \frac{CL}{AC} \mid \Rightarrow$

$$CL = AC \cdot \sin \angle CAL = \frac{8\sqrt{6}}{3} \cdot \sin 60^\circ = \frac{8\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{2}$$



3). $\exists \Delta CLO, \angle O = 90^\circ$

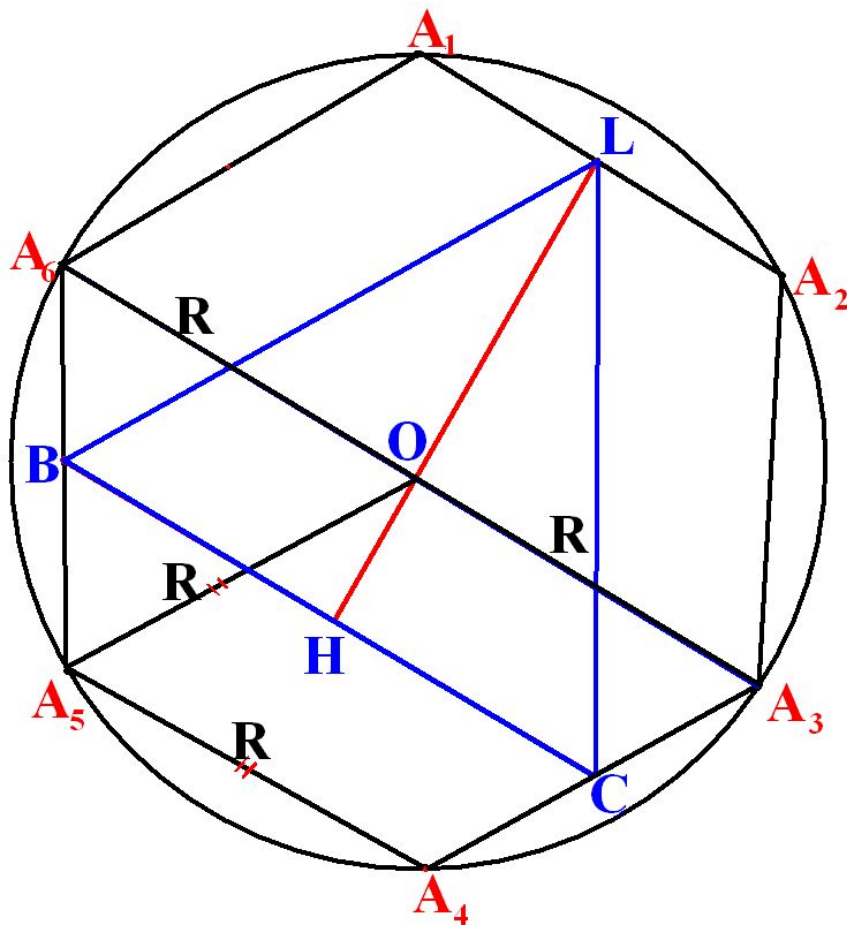
$$\sin \angle CLO = \frac{CO}{CL} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\angle CLO = 45^\circ$$

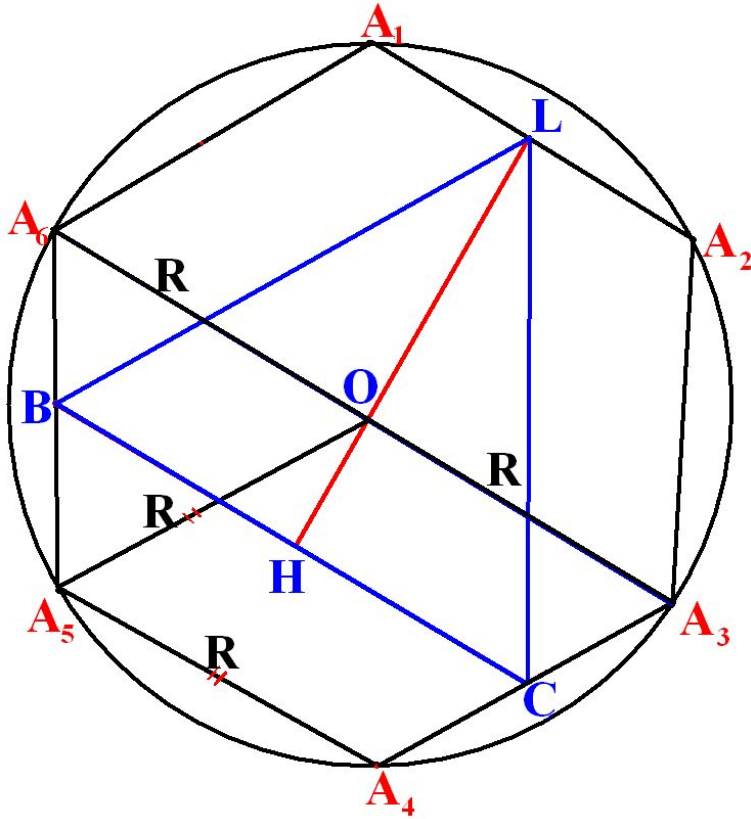
Ответ: 45°

В11. вар. 3

- В правильном шестиугольнике $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ сторона равна $8\sqrt{3}$. Отрезок BC соединяет середины сторон A_3A_4 и A_5A_6 . Найти длину отрезка, соединяющего середину стороны A_1A_2 с серединой отрезка BC .



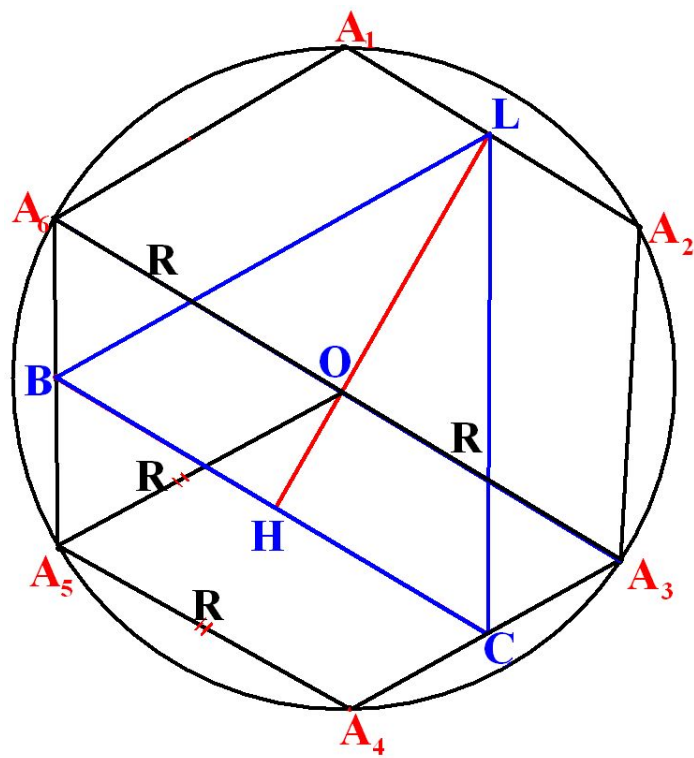
1). Сторона правильного шестиугольника равна радиусу описанной около него окружности. BC - средняя линия трапеции $A_3A_4A_5A_6$. $A_5A_4=R$, $A_3A_6=2R$



$$\begin{aligned}
 BC &= \frac{A_4A_5 + A_3A_6}{2} = \\
 &= \frac{R + 2R}{2} = \\
 &= \frac{3R}{2} = \frac{3 \cdot 8\sqrt{3}}{2} = \\
 &= 12\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

• Треугольник ВЛС-равносторонний. LH-

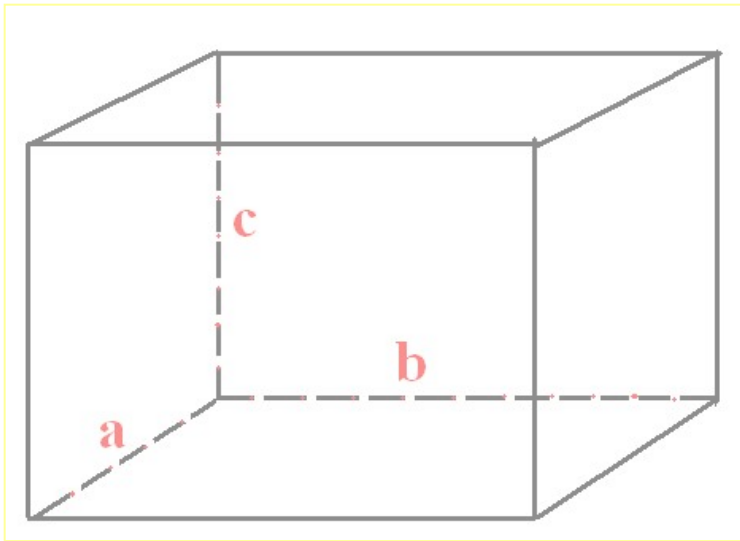
высота. Найдем её по формуле: $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$,
где а- сторона треугольника.



$$\begin{aligned} LH &= \frac{BL\sqrt{3}}{2} = \\ &= \frac{12\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 18 \end{aligned}$$

Ответ: 18

Повторение



Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда можно вычислить по формуле:

$$S=2(ab+ac+bc)$$

Повторение

Уравнение плоскости в отрезках:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1,$$

где a , b , c – абсцисса, ордината и аппликата

точек пересечения плоскости с осями

координат.

Повторение

Если $Ax + By + Cz + D = 0$ -уравнение плоскости α , то:

$$\rho(M(x_0; y_0; z_0); \alpha) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

B 10

$S_{\text{пол.пов.}} = 160$; $AB > AD$ в 2 раза, $AB > CC_1$ в 2 раза. Найти расстояние от т.А до плоскости (CB_1D_1) .

Решение

1). Выберем систему координат так, чтобы т. C_1 была началом координат, точки D_1, B_1, C лежали на осях Ox, Oy и Oz соответственно.

$$S_{\text{пол.пов.}} = 2(AB \cdot AD + AB \cdot AA_1 + AD \cdot AA_1);$$

$$S_{\text{пол.пов.}} = 2(2m^2 + 2m^2 + m^2) = 160;$$

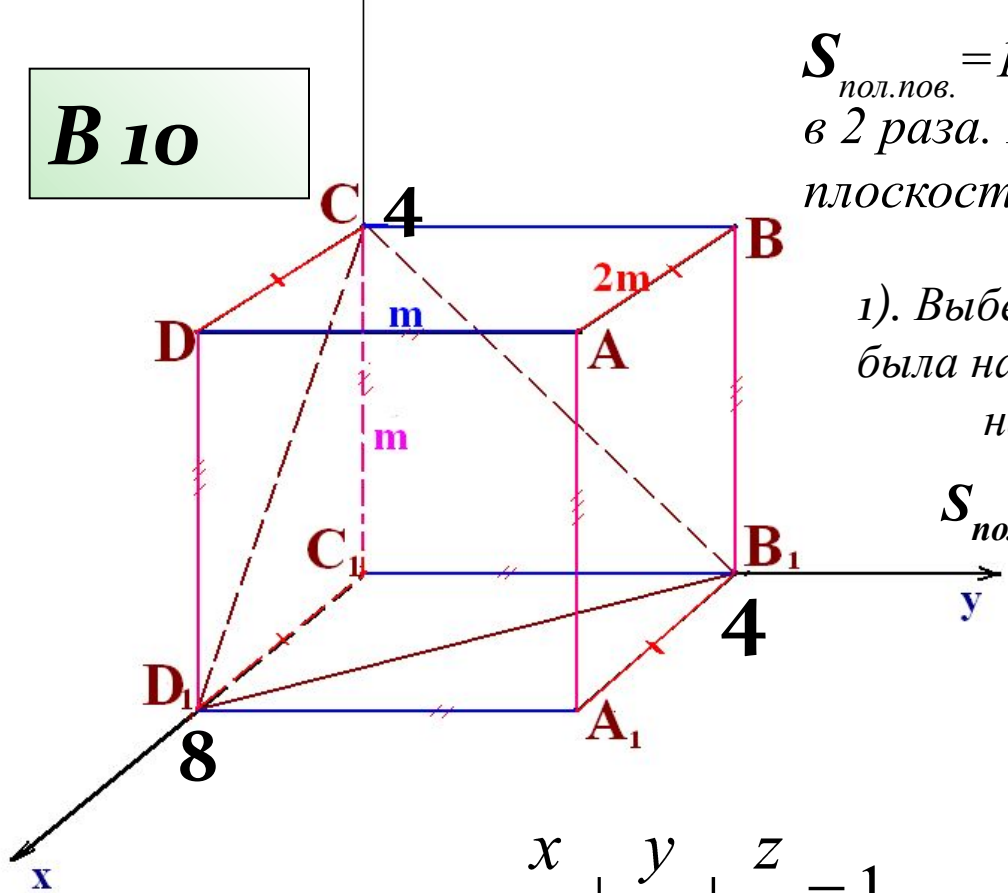
$$10m^2 = 160, m^2 = 16, m = 4$$

2). (D_1B_1C) : $\frac{x}{8} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$, или $x + 2y + 2z = 8$;

$$x + 2y + 2z - 8 = 0, \quad A=1, B=2; C=2, D=-8.$$

3). $A(x_0; y_0; z_0) = A(8; 4; 4)$; $\rho(A; \alpha) = \frac{|1 \cdot 8 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 - 8|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$

Ответ: $5 \frac{1}{3}$



1.а).

Некоторые тригонометрические тождества:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



Если α - острый угол, то

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}, \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

б).

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$



Если α - острый угол, то

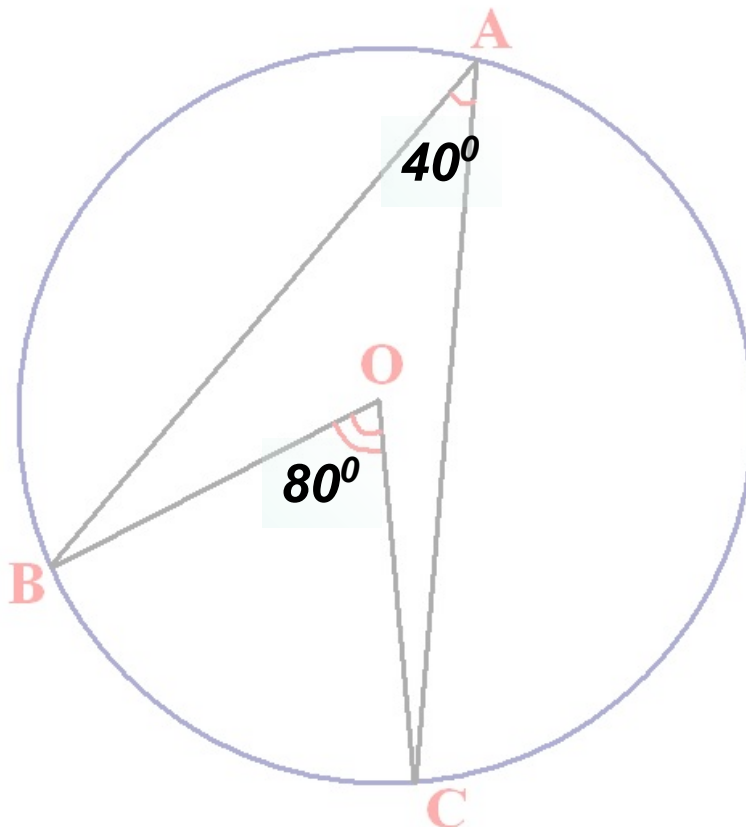
$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$$

в).

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

Повторение

2.

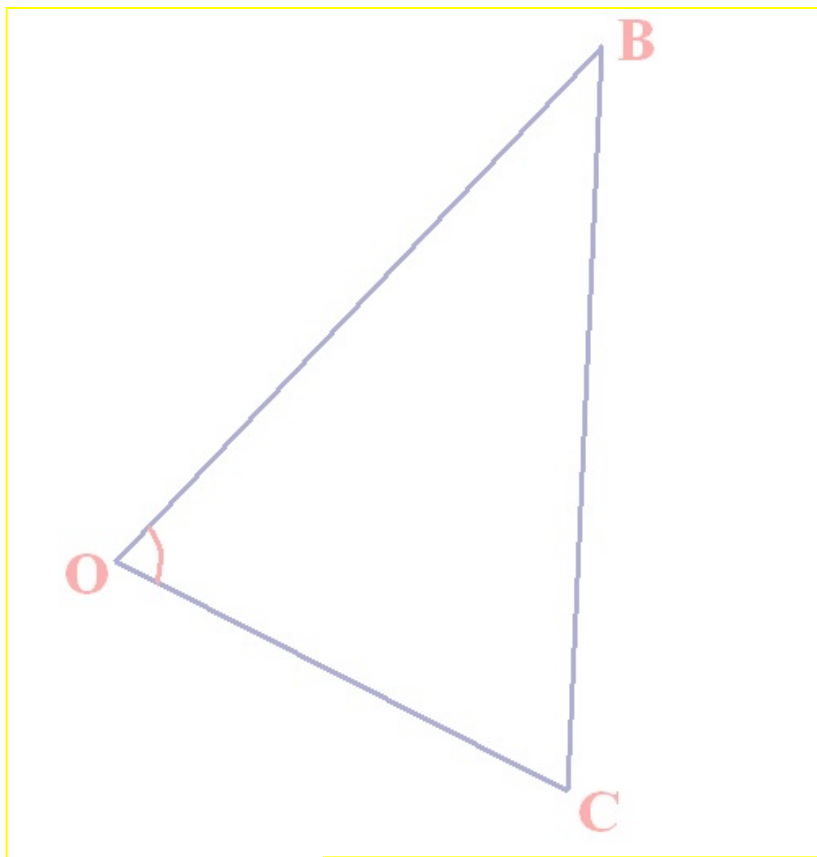


Градусная мера вписанного угла ($\angle BAC$) равна половине градусной меры дуги (BC), на которую он опирается.

Градусная мера центрального угла ($\angle BOC$) равна градусной мере дуги (BC), на которую он опирается.

3.

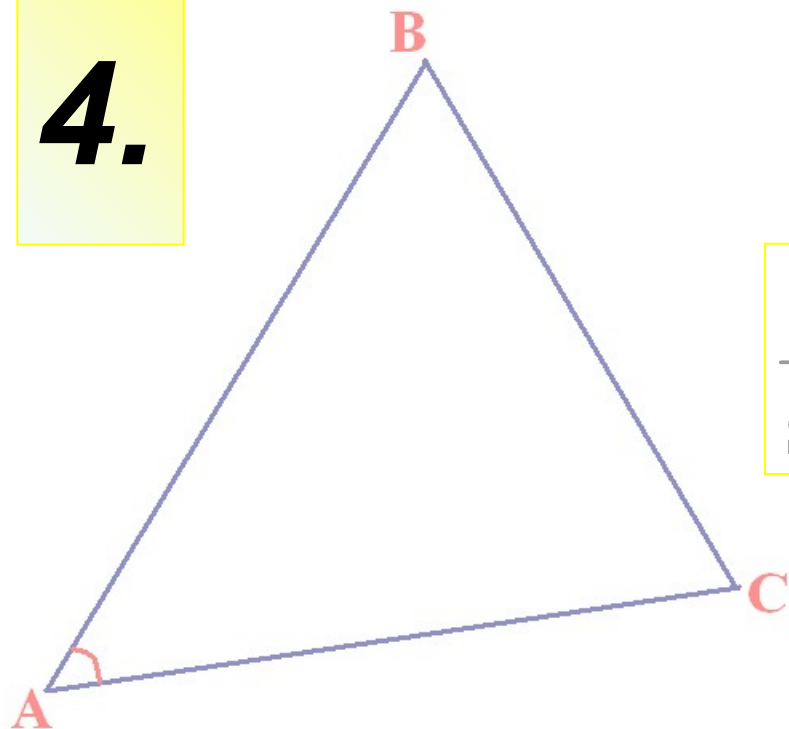
Повторение



*Площадь
треугольника OBC
равна половине
произведения его
сторон на синус
угла между ними.*

$$S = \frac{1}{2} OB \cdot OC \sin \angle BOC$$

4.



**Следствие из
теоремы синусов:**

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R$$

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R$$



$$BC = 2R \sin A$$

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R$$



$$R = \frac{BC}{2 \sin A}$$

В 11

В $\triangle ABC$, $BC=12$, $\operatorname{ctg} A=3$. Найти $S_{\triangle OBC}$ где O -центр описанной около треугольника ABC окружности. *Решение.*

$$1). \operatorname{ctg}^2 A + 1 = \frac{1}{\sin^2 A} \Leftrightarrow \sin A = \sqrt{\frac{1}{\operatorname{ctg}^2 A + 1}}$$
$$\Leftrightarrow \sin A = \frac{1}{\sqrt{3^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

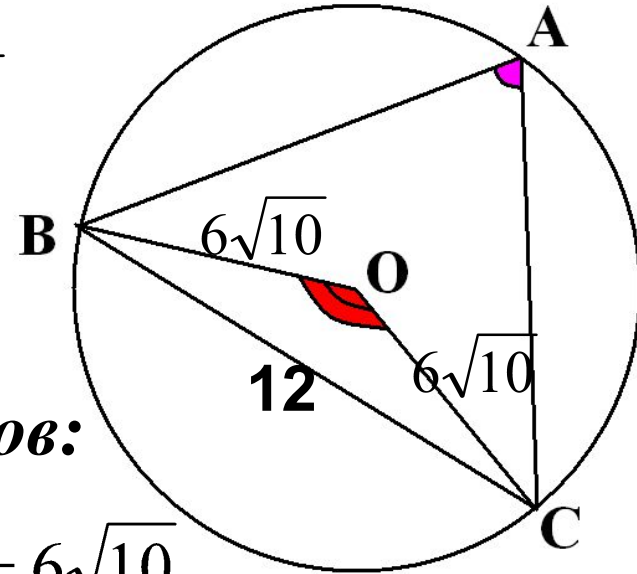
2). По следствию из теоремы синусов:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{12}{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}} = 6\sqrt{10}$$

3). $\angle A = \frac{1}{2} \overset{\cup}{BC}$, как вписанный угол.

$\angle BOC = \overset{\cup}{BC}$ - как центральный, следовательно:

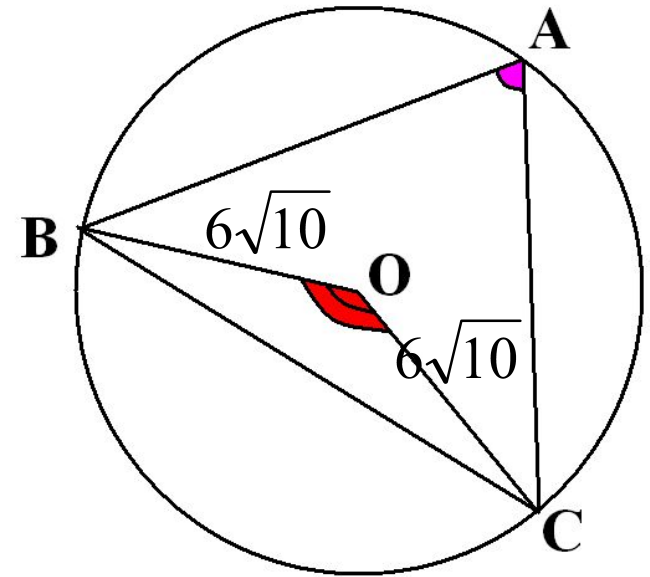
$$\angle BOC = 2\angle A$$



$$4). \quad \cos^2 A + \sin^2 A = 1 \Leftrightarrow$$

$$\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} =$$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$



$$5). \quad \sin 2A = 2 \sin A \cdot \cos A = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = 0,6$$

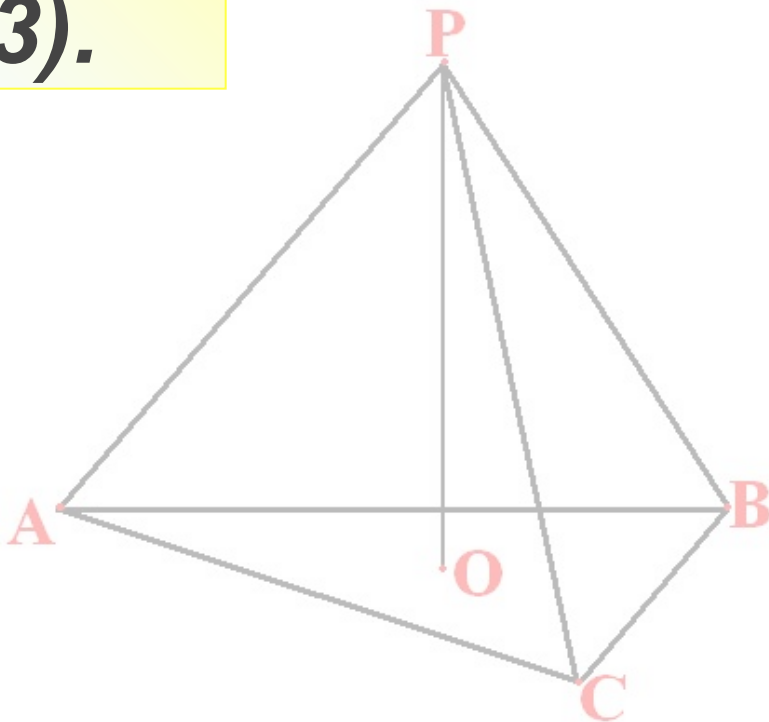
$$6). \quad S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} OB \cdot OC \cdot \sin \angle BOC =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{10} \cdot 6\sqrt{10} \cdot 0,6 = 108$$

ОТВЕТ: 108

Повторение

3).



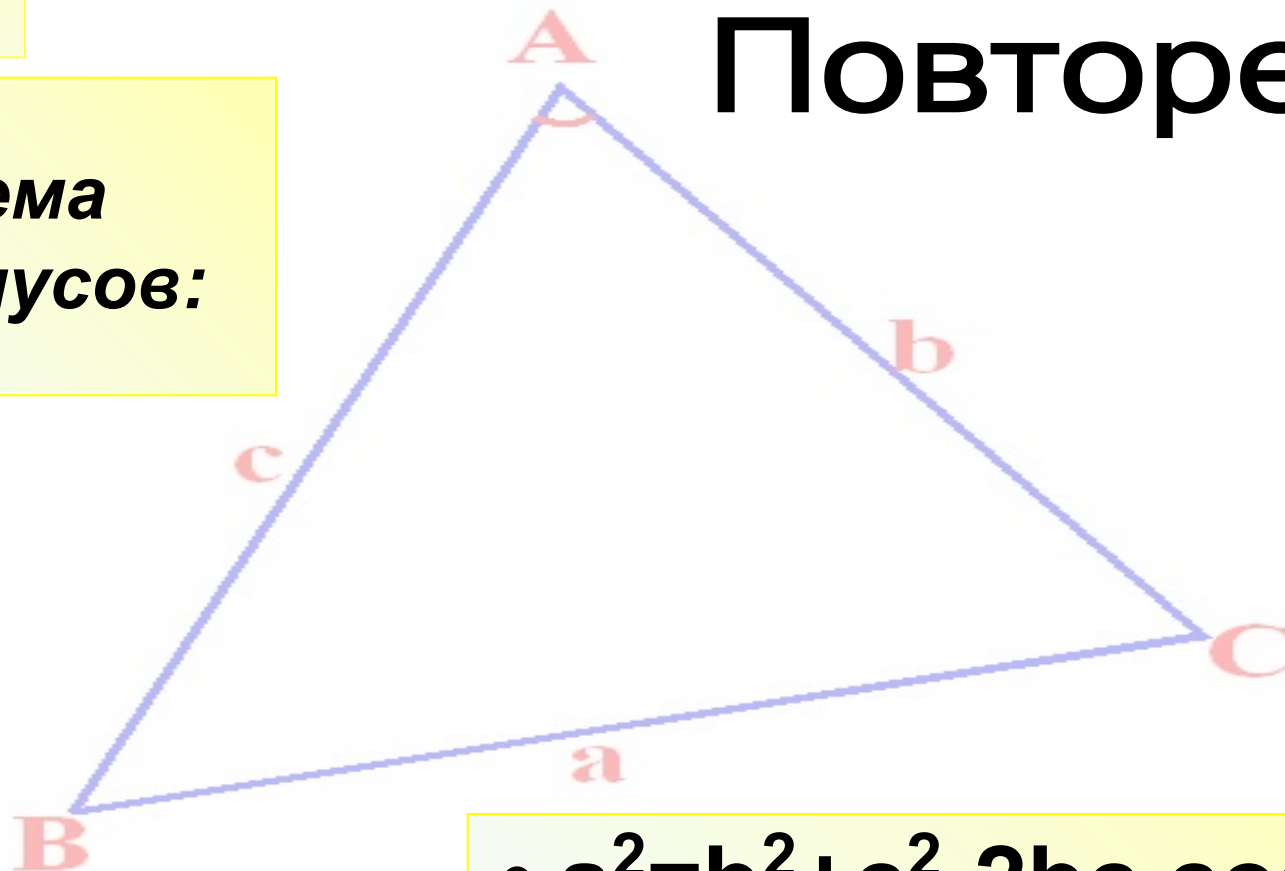
Объём пирамиды равен одной третьей произведения площади основания на высоту.

$$V = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot h$$

1).

Повторение

**Теорема
косинусов:**



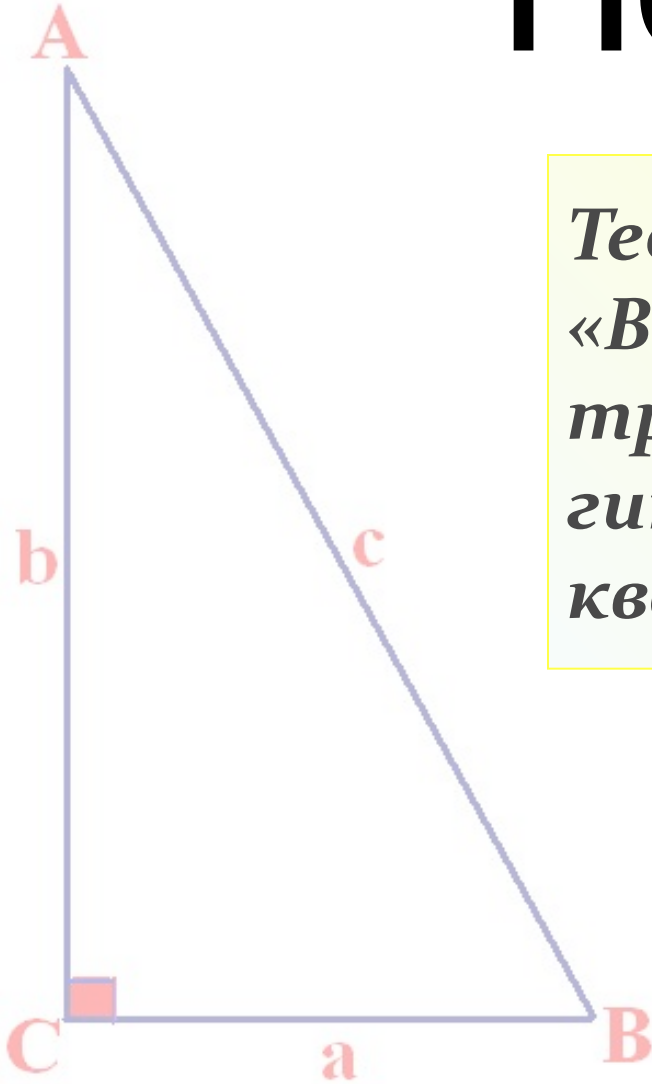
$$\bullet a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

2).

Повторение

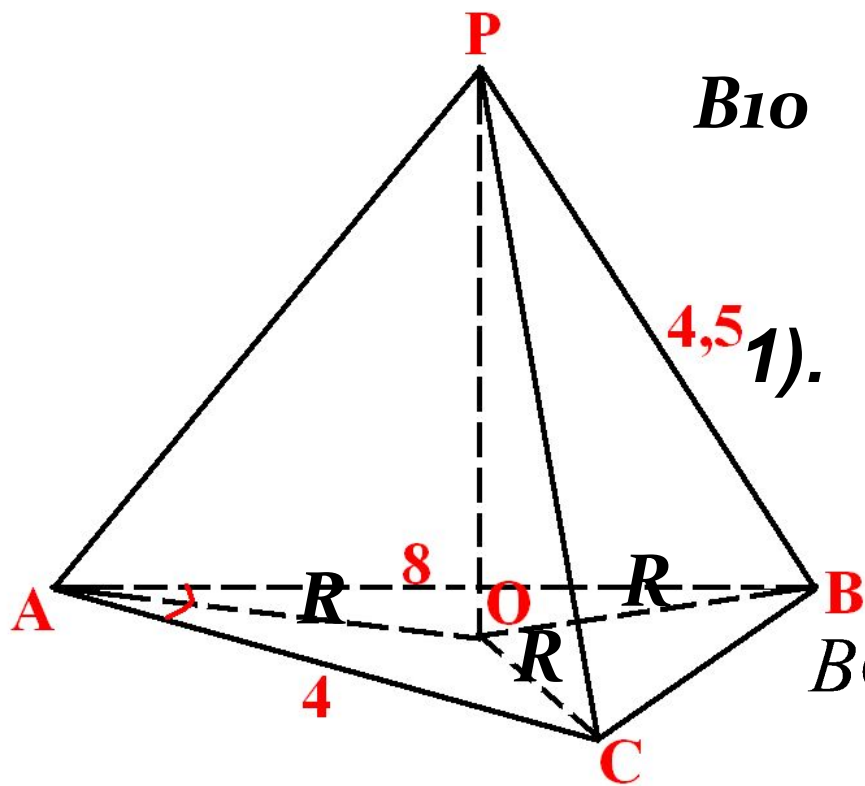


*Теорема Пифагора:
«В прямоугольном
треугольнике квадрат
гипотенузы равен сумме
квадратов катетов».*

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



B_{10}

Дано: $AB=8, AC=4, \cos A=0,8,$
 $PA=PB=PC=4,5$. Найти V_{PABC}

Решение.

По теореме косинусов
из $\triangle ABC$:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

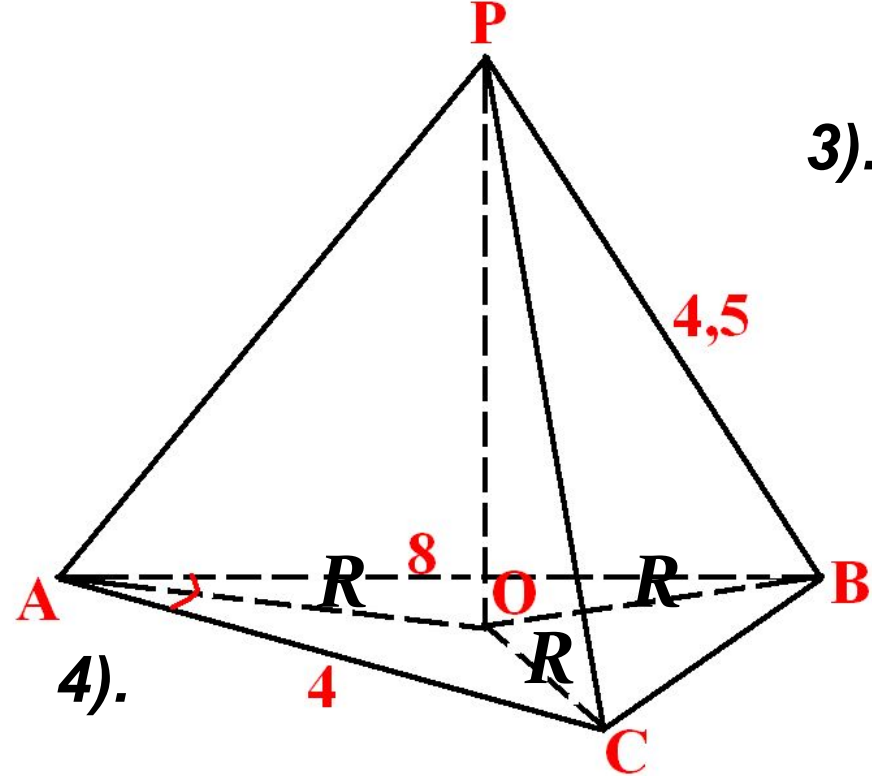
$$BC^2 = 4^2 + 8^2 - 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 0,8 =$$

$$= 28,8 = \frac{144}{5} \iff BC = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$2). \quad PA=PB=PC=4,5. \iff$$

O-центр описанной окружности.

$$OA=OB=OC=R$$



$$3). \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} =$$

$$= \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6$$

4).

4

По следствию из теоремы синусов из $\triangle ABC$:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow$$

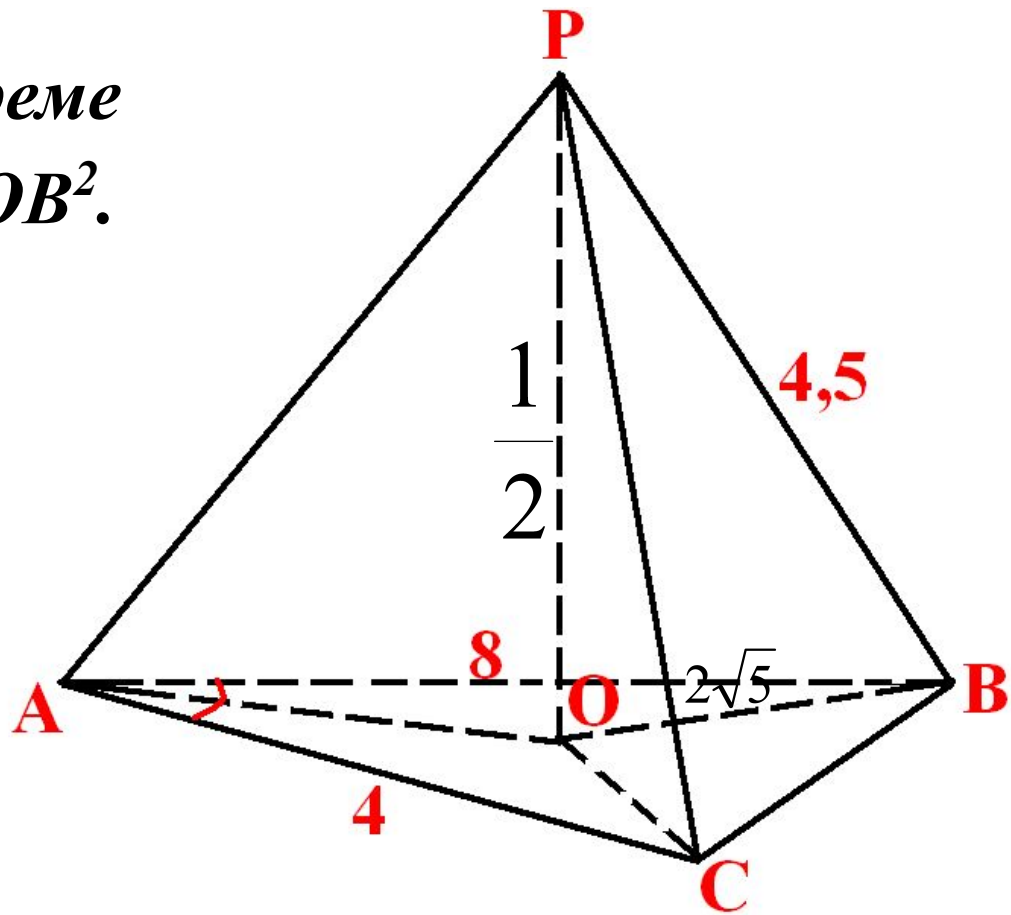
$$R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{12}{\sqrt{5} \cdot 2 \cdot 0,6} = \frac{12 \cdot 5}{\sqrt{5} \cdot 2 \cdot 3} = 2\sqrt{5}$$

5). Из $\triangle POB$, по теореме
 Пифагора: $PO^2 = PB^2 - OB^2$.

$$PO = \sqrt{PB^2 - OB^2} =$$

$$= \sqrt{4,5^2 - (2\sqrt{5})^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{81}{4} - \frac{80}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

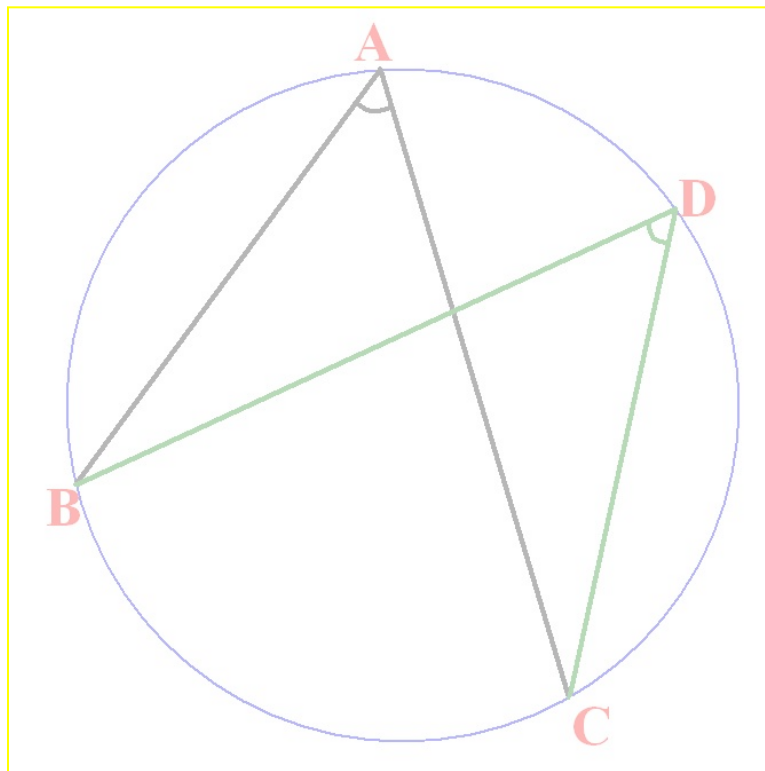


6). $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 \cdot 0,6 = 9,6$

7). $V_{PABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot PO = \frac{1}{3} \cdot 9,6 \cdot \frac{1}{2} = 1,6$

Ответ: 1,6

Повторение



Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу равны.

В 11**Дано: $ABCD$ -выпуклый четырехугольник,**

$$AB=12, \cos \angle BAC = \cos \angle BDC = \frac{\sqrt{7}}{4}, \cos \angle ADB = \frac{12}{13}.$$

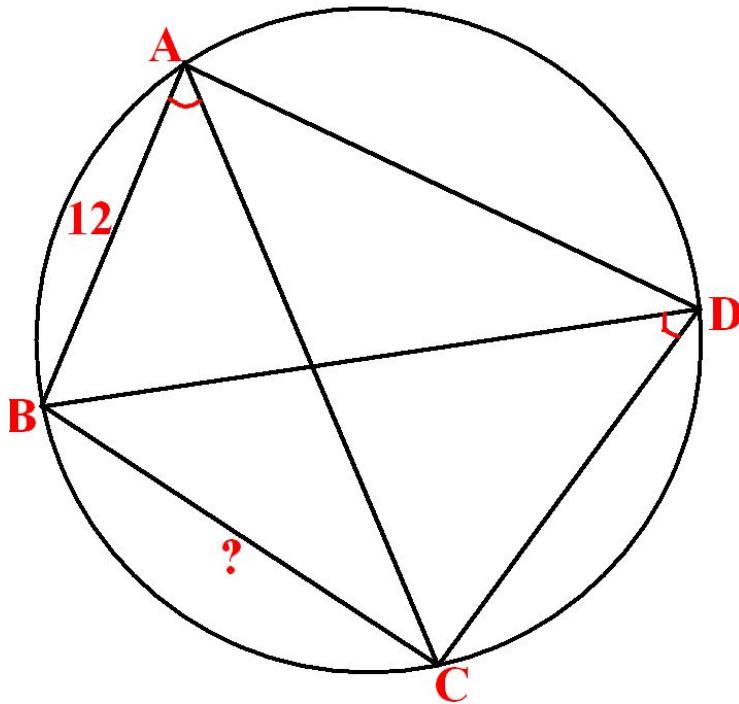
Найти длину стороны BC .

Решение.

1). **Так как** $\cos \angle BAC = \cos \angle BDC = \frac{\sqrt{7}}{4}$, **то**

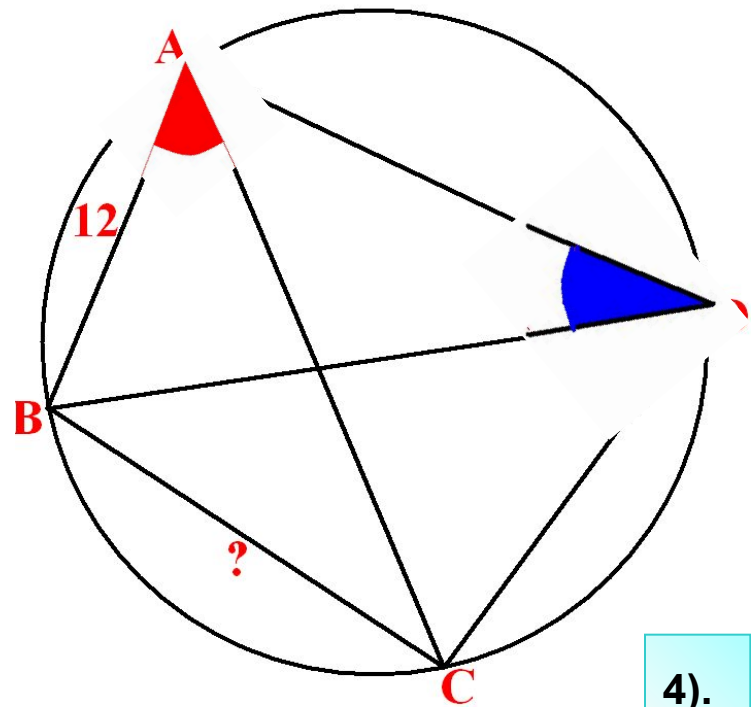
$$\angle BAC = \angle BDC \iff$$

вершины четырехугольника $ABCD$ лежат на окружности.



2).

$$\begin{aligned} \sin \angle ADB &= \sqrt{1 - \cos^2 \angle ADB} = \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{169}{169} - \frac{144}{169}} = \\ &= \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13} \end{aligned}$$



3).

По следствию из теоремы синусов из $\triangle ABD$:

$$\frac{AB}{\sin \angle ADB} = 2R \quad \Leftrightarrow$$

$$R = \frac{AB}{2 \sin \angle ADB} = \frac{12}{2 \cdot \frac{5}{13}} = 15,6$$

4).

$$\sin \angle BAC = \sqrt{1 - \cos^2 \angle BAC} =$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{7}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

5). По следствию из теоремы синусов из $\triangle ABC$:

$$\frac{BC}{\sin \angle BAC} = 2R \quad \Leftrightarrow \quad BC = 2R \sin \angle BAC = 2 \cdot 15,6 \cdot \frac{3}{4} = 23,4$$

Ответ: 23,4

Самостоятельная работа.

I вариант.

В $\triangle ABC$, $BC=6$, $\operatorname{ctg}A=3$. Найти $S_{\triangle OBC}$, где O - центр описанной около треугольника ABC окружности.

II вариант.

Дано: $ABCD$ -выпуклый четырехугольник, $AB=14$.

$$\cos \angle BAC = \cos \angle BDC = \frac{\sqrt{7}}{4}, \quad \cos \angle ADB = \frac{12}{13}$$

Найти длину стороны BC .

Благодарю за работу!