# О природе космологических сил отталкивания

А. В. Клименко, В. А. Клименко, А. М. Фридман

# 2. Исходные уравнения

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = \frac{8\pi G}{c^4} T_i^k, \quad T_i^k = (\varepsilon + P)u_i u^k - P\delta_i^k .$$

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t)\left\{d\chi^2 + \mathrm{sh}^2\chi\left[d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2\right]\right\}.$$

$$3\left(\frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2}\right) = \frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon,$$

$$2\frac{\ddot a}{a} + \left(\frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2}\right) = -\frac{8\pi G}{c^2}P.$$

$$\frac{d\varepsilon}{da} + 3(\varepsilon + P)\frac{1}{a} = 0, \quad \left(T^k_{0;k} = 0\right),$$

$$\ddot a = -\frac{4}{3}\pi G\frac{a}{c^2}(\varepsilon + 3P).$$

# 3. Λ-член

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = \frac{8\pi G}{c^4} T_i^k \Rightarrow \qquad (1)$$

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = \frac{8\pi G}{c^4} T_i^k + \delta_i^k \Lambda = \frac{8\pi G}{c^4} T_{i\,eff}^k . \qquad (2)$$

Переход от (1) к (2) часто связывают с заменой:

$$T_i^k \Rightarrow T_{i\,eff}^k = \left(\varepsilon_{eff} + P_{eff}\right) u_i u^k - P_{eff}\delta_i^k .$$

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon + \varepsilon_\Lambda, \; P_{eff} = P + P_\Lambda .$$

$$\varepsilon_\Lambda = c^4\Lambda / 8\pi G, \; P_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda .$$

# 4. Космологические уравнения А. А.Фридмана с Λ-членом

$$3\left(\frac{\dot a^2}{a^2}+\frac{kc^2}{a^2}\right)=\frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon_{eff}=\frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon+c^2\Lambda,$$

$$2\frac{\ddot a}{a}+\left(\frac{\dot a^2}{a^2}+\frac{kc^2}{a^2}\right)=-\frac{8\pi G}{c^2}P_{eff}=-\frac{8\pi G}{c^2}P+c^2\Lambda.$$

$$\frac{d\varepsilon}{da}+3(\varepsilon+P)\frac{1}{a}=0,$$

$$\ddot a=-\frac{4}{3}\pi G\frac{a}{c^2}\left(\varepsilon+3P\right)-\frac{4}{3}\pi G\frac{a}{c^2}\left(\varepsilon_\Lambda+3P_\Lambda\right).$$

# 5. Эйнштейновские силы отталкивания

$$\ddot{a}_{\Lambda} = -\frac{4}{3}\pi G\frac{a}{c^2}\left(\varepsilon_{\Lambda} + 3P_{\Lambda}\right) = \frac{1}{3}\Lambda c^2 a.$$

Важно:

1) $P_{\Lambda} = -\varepsilon_{\Lambda}.$

2) Даже при $G \equiv 0$ эйнштейновские силы отталкивания остаются.

3) Λ столь же фундаментальна как с и G.

# 6. Обобщенные уравнения Эйнштейна

Формальная замена вида:

$$T_i^k \Rightarrow T_{i\,eff}^k, \quad \varepsilon \Rightarrow \varepsilon_{eff} = \varepsilon + \varepsilon_\Delta, \quad P \Rightarrow P_{eff} = P + P_\Delta.$$

$$\varepsilon_\Delta = -\frac{3c^2}{8\pi G}\frac{\Delta^2(a)}{a^2}, \quad P_\Delta = \frac{c^2}{8\pi G}\left(\frac{\Delta^2(a)}{a^2} + \frac{1}{a}\frac{d\Delta^2(a)}{da}\right),$$

где $\Delta^2(a)$ произвольная функция радиуса кривизны $a$.

1) Ковариантность уравнений Эйнштейна сохраняется
2) При любом виде $\Delta^2(a): T_{i\,eff;k}^k = T_{i;k}^k = 0.$

$$-\frac{4}{3}\pi G\frac{a}{c^2}\left(\varepsilon_\Delta + 3P_\Delta\right) = -\frac{d}{da}\left(\frac{\Delta^2(a)}{2}\right)$$

# 7. Обобщенные уравнения А.А. Фридмана

$$3\left(\frac{\dot a^2}{a^2}+\frac{kc^2}{a^2}\right)=\frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon-3\frac{\Delta^2(a)}{a^2},$$

$$2\frac{\ddot a}{a}+\left(\frac{\dot a^2}{a^2}+\frac{kc^2}{a^2}\right)=-\frac{8\pi G}{c^2}P-\frac{1}{a}\frac{d\Delta^2(a)}{da}-\frac{\Delta^2(a)}{a^2}.$$

Эти уравнения могут быть также получены из

$$3\left(\frac{\dot a^2}{a^2}+\frac{kc^2}{a^2}\right)=\frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon,$$

$$2\frac{\ddot a}{a}+\left(\frac{\dot a^2}{a^2}+\frac{kc^2}{a^2}\right)=-\frac{8\pi G}{c^2}P.$$

Если $\dot a^2 \Rightarrow \dot a^2+\Delta^2(a)$, $\ddot a \Rightarrow \ddot a+\dfrac{1}{2}\dfrac{d\Delta^2(a)}{da}$.

# 8. Обобщенные уравнения А.А. Фридмана, «Δ-энергия»

$$\frac{\dot{a}^2}{2}+\frac{\Delta^2}{2}-\frac{\tau_1}{a}-\frac{\tau_2}{2a^2}=-\frac{kc^2}{2},$$

$$\ddot{a}=-\frac{d}{da}\left[-\frac{\tau_1}{a}-\frac{\tau_2}{2a^2}\right]-\frac{d}{da}\left(\frac{\Delta^2}{2}\right),$$

где

$$\tau_1=\frac{4}{3}\pi G\rho_{10}a_0^3,\qquad \tau_2=\frac{8}{3}\pi G\rho_{20}a_0^4.$$

# 9. Случай эйнштейновских сил

$$\Delta^2(a) = \Delta_\Lambda^2(a) = -\frac{1}{3}\Lambda c^2 a^2.$$

$$\varepsilon_\Delta = -\frac{3c^2}{8\pi G}\frac{\Delta_\Lambda^2(a)}{a^2} = \varepsilon_\Lambda = \frac{c^4\Lambda}{8\pi G},$$

$$P_\Delta = \frac{c^2}{8\pi G}\left(\frac{\Delta_\Lambda^2(a)}{a^2} + \frac{1}{a}\frac{d\Delta_\Lambda^2}{da}\right) = P_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda.$$

# 10. ΛCDM-модель

$$\Delta^2/2 = -\Lambda c^2 a^2/6,$$

$$\left(\frac{1}{\bar a}\frac{d\bar a}{d\tau}\right)^2 = \left[\Omega_{curv}(\bar a)^{-2} + \Omega_M(\bar a)^{-3} + \Omega_{rad}(\bar a)^{-4} + \Omega_\Lambda\right],$$

$$\frac{d^2\bar a}{d\tau^2} = -\frac{\Omega_M}{2\bar a^2} - \frac{\Omega_{rad}}{\bar a^3} + \Omega_\Lambda \bar a.$$

Граничные условия:

$$\bar a(0) = 1, \left(d\bar a/d\tau\right)(0) = 1.$$

Параметры ΛCDM-модели

$$\Omega_M, \Omega_{rad}, \Omega_{curv}, \Omega_\Lambda, h.$$

Они связаны соотношением:

$$\Omega_{curv} + \Omega_M + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda = 1.$$

# 11. С-модель (C-centrifugal)

$$\frac{\Delta^2(a)}{2} = \frac{E}{M}.$$

$E$ – тепловая энергия космической среды

$M$ – масса Вселенной ($const$)

$$E = E_1(a) + E_2(a).$$

$$E_1(a)\cdot a^2 = const,\ \ E_2(a)\cdot a = const.$$

$$\frac{\Delta^2(a)}{2} = \beta_2\left(\frac{4\pi G}{3}\rho_{10}a_0^3\right)\frac{1}{a} + \beta_1\left(\frac{4\pi G}{3}\rho_{20}a_0^4\right)\frac{1}{a^2}.$$

$\beta_1, \beta_2$ – параметры С – модели

# 12. С-модель (продолжение)

$$\left(\frac{1}{\bar{a}}\frac{d\bar{a}}{d\tau}\right)^2 = \left[\Omega_{curv}(\bar{a})^{-2} + (1-\beta_2)\Omega_M(\bar{a})^{-3} + (1-\beta_1)\Omega_{rad}(\bar{a})^{-4}\right],$$

$$\frac{d^2\bar{a}}{d\tau^2} = -\frac{\Omega_M}{2\bar{a}^2}\left(1-\beta_2\right) + \frac{\Omega_{rad}}{\bar{a}^3}\left(1-\beta_1\right).$$

Граничные условия:

$$\bar{a}(0) = 1, \left(d\bar{a}/d\tau\right)(0) = 1.$$

Параметры модели:

$$\Omega_M, \Omega_{rad}, \Omega_{curv}, \beta_1, \beta_2, h.$$

Они связаны соотношением:

$$\Omega_{curv} + \Omega_M(1-\beta_1) + \Omega_{rad}(1-\beta_2) = 1.$$

# 13. S-модель (S-simple)

$$\frac{\Delta^2(a)}{2} = \frac{\tau_1}{a} + \frac{\tau_2}{2a^2} - \frac{1}{2}\left(kc^2 + \gamma^2 c^2\right).$$

В S-модели обобщенные уравнения А. А. Фридмана имеют максимально простой вид:

$$\dot{a}^2 = \gamma^2 c^2, \quad \ddot{a} = 0,$$

где $\gamma$ -космологическая постоянная S-модели.

Параметрами S-модели, определяющими динамику Вселенной являются:

$$\gamma, h.$$

# 14. Нерелятивистская Вселенная (идеализация)

$$\frac{\Delta^2}{2} = \frac{v^2}{2}.$$

$$\frac{d\varepsilon}{da} + 3(\varepsilon + P)\frac{1}{a} = 0 \quad \Bigg| \quad \begin{aligned} &\rho a^3 = const, \\ &v^2 a^2 = const, \end{aligned}$$

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3}\pi G a \rho - \frac{d}{da}\left(\frac{v^2}{2}\right) \Rightarrow \ddot{a} = -\frac{GM}{a^2} + \frac{L^2}{a^3},$$

$$M = \frac{4}{3}\pi\rho a^3,\ L^2 = v^2 a^2.$$

# 15. Зависимость (m-M)(z) для сверхновых типа Ia

$$(m-M)(z)=5\lg\left[(1+z)\bar{r}(z)\right]+5\lg(cH_0^{-1}/l_0),$$

где

$$\bar{r}(z)=r(z)/cH_0^{-1}.$$

# 16. Зависимость *r(z)*

В ΛCDM-модели

$$\bar{r}_{\Lambda}(z)=\frac{1}{\sqrt{\Omega_{curv}}}\,sh\int_{0}^{z}\frac{\sqrt{\Omega_{curv}}\,dz'}{\sqrt{\Omega_{curv}(1+z')^{2}+\Omega_{M}(1+z')^{3}+\Omega_{rad}(1+z')^{4}+\Omega_{\Lambda}}}.$$

В С-модели

$$\bar{r}_{c}(z)=\frac{1}{\sqrt{\Omega_{\mathrm{curv}}}}\,\mathrm{sh}\int_{0}^{z}\frac{\sqrt{\Omega_{\mathrm{curv}}}\,dz'}{\sqrt{\Omega_{\mathrm{curv}}(1+z')^{2}+\Omega_{\mathrm{M}}(1-\beta_{2})(1+z')^{3}+\Omega_{\mathrm{rad}}\left(1-\beta_{1}\right)(1+z')^{4}}}.$$

В S-модели

$$\bar{r}(z)=\gamma\,\mathrm{sh}\left[\frac{1}{\gamma}\ln(1+z)\right].$$

# 17. Анизотропия реликтового излучения

Угол $\Delta\theta$, под которым виден объект, имеющий размер $d$ и красное смещение $z$:

$$\Delta\theta = d(1+z)\,/\,r(z).$$

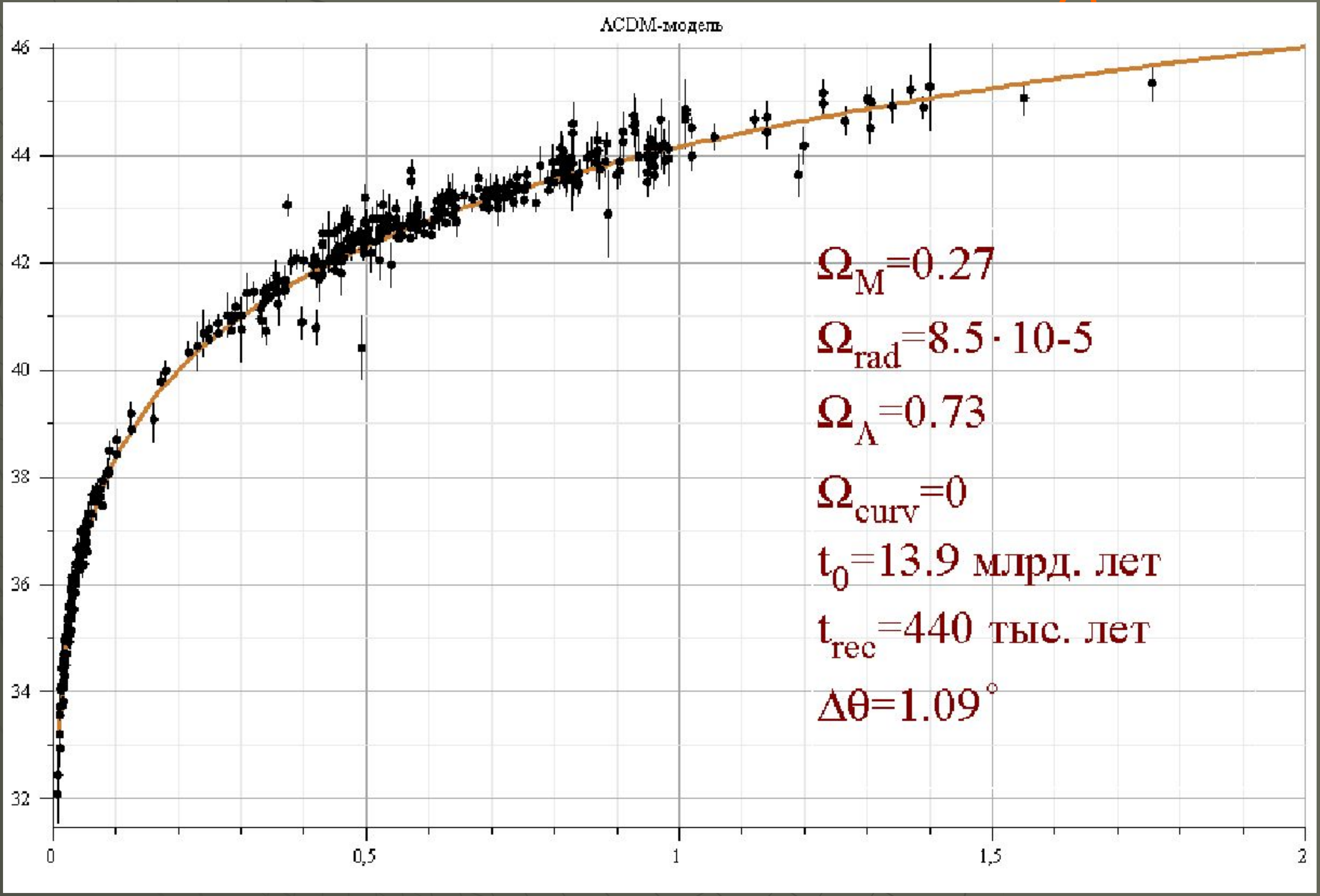
Рамер $d$ определяем по формуле

$$d = 2ct_{rec}.$$

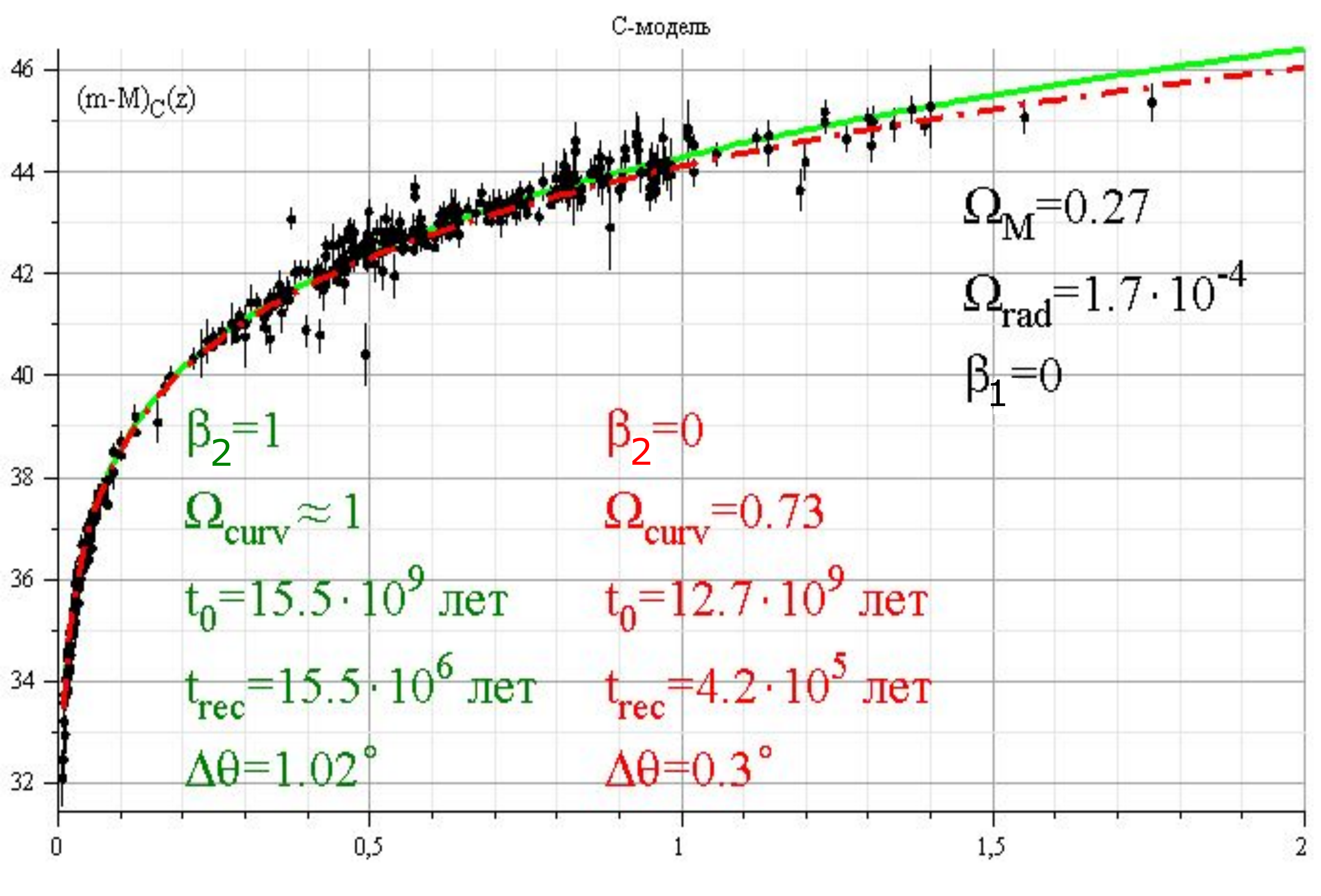
В расчетах

$$z_{rec} = 1000;\ \ a(t_{rec}) = \frac{a_0}{1+z_{rec}}.$$

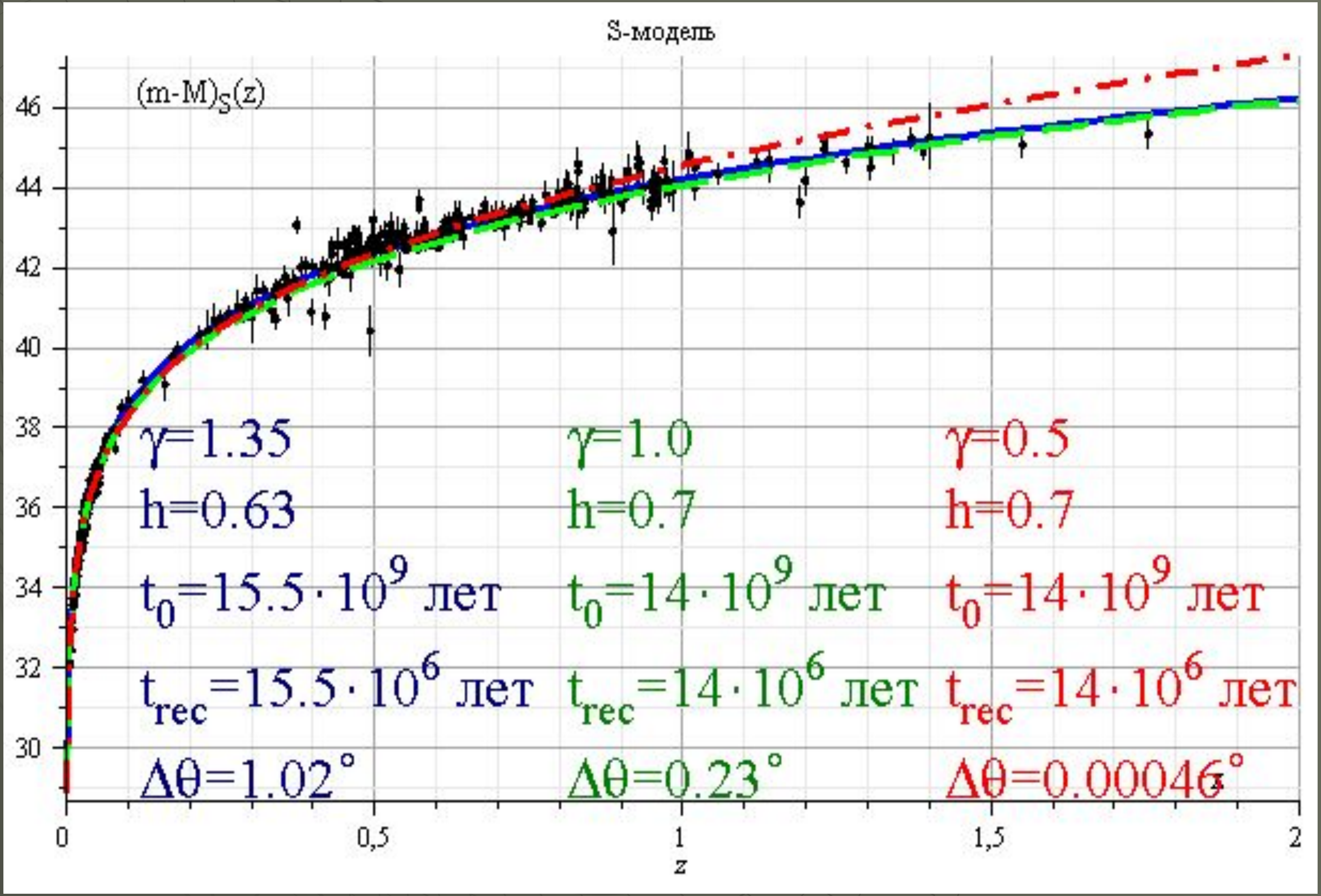
# 18. Зависимость $(m\text{-}M)_\Lambda(z)$



# 19. Зависимость $(m\text{-}M)_C(z)$



# 20. S-модель



S-модель
(m-M)S(z)
46
44
42
40
38
36
34
32
30
0
0,5
1
1,5
2
z
γ=1.35
h=0.63
t0=15.5·10^9 лет
trec=15.5·10^6 лет
Δθ=1.02°
γ=1.0
h=0.7
t0=14·10^9 лет
trec=14·10^6 лет
Δθ=0.23°
γ=0.5
h=0.7
t0=14·10^9 лет
trec=14·10^6 лет
Δθ=0.00046°

# 21. Результаты

- Показано, что в уравнениях ОТО, кроме эйнштейновских сил отталкивания, описываемых Λ-членом, теоретически допустимы и другие космологические силы отталкивания.
- Доказана возможность и целесообразность модификации уравнений Эйнштейна. Она связана с введением в уравнения Эйнштейна дополнительных слагаемых, учитывающих влияние некоторой энергии на динамику Вселенной. Дополнительные слагаемые описывают источники сил отталкивания.

# 22. Результаты (продолжение 1)

- Записаны обобщенные космологические уравнения А.А.Фридмана в которых космологические силы отталкивания могут быть связаны с тепловой энергией космической среды.
- Показано, что предлагаемым нами методом могут быть описаны эйнштейновские силы отталкивания (Λ-член).
- Показано, что природу космологических сил отталкивания можно объяснить не вводя дополнительных гипотетических сред с отрицательным давлением. Есть основания считать, что источником этих сил является тепловая энергия космической среды.

# 23. Результаты (продолжение 2)

- Предложены космологические модели однородной изотропной Вселенной, основанные на «тепловой природе» космологических сил отталкивания (C- и S- модели).
- Доказана способность предлагаемых космологических моделей правильно объяснять важные наблюдения, в которых влияние космологического расширения является существенным.

# 24. Результаты (продолжение 3)

- В рамках С- и S- моделей дано объяснение возраста Вселенной;
- Приведена интерпретация наблюдаемой зависимости «видимая звездная величина – красное смешение» для сверхновых типа Ia;
- Объяснено наблюдаемое угловое расстояние между центрами соседних пятен на равномерном фоне реликтового излучения.

# Спасибо за внимание!

Дополнительную информацию
Вы можете получить по адресу
www.cosmoway.ru