Дано: *a*, *b* – прямые

$\vec{p}\{x_1, y_1, z_1\}$

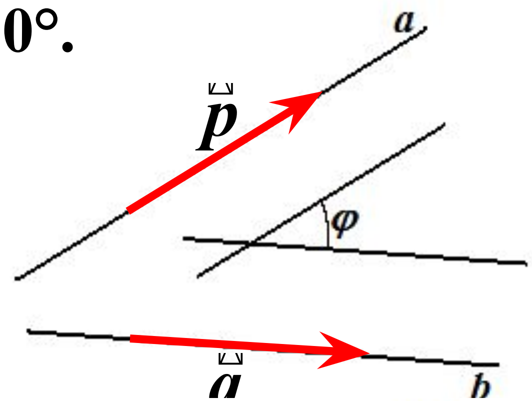
$\vec{q}\{x_2, y_2, z_2\}$

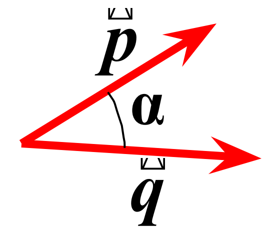
Найти:

$\widehat{a;b}$

φ - угол между прямыми, **0° ≤ φ ≤ 90°**,

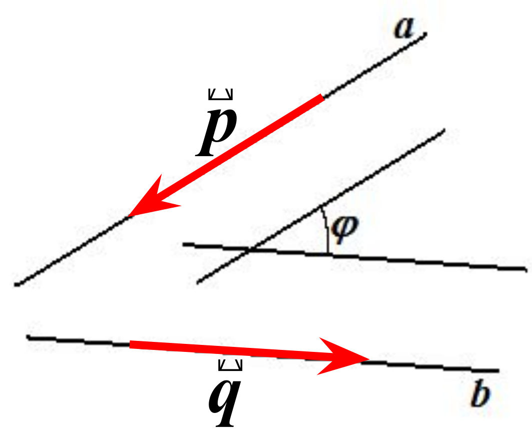
α - угол между векторами, **0° ≤ α ≤ 180°.**

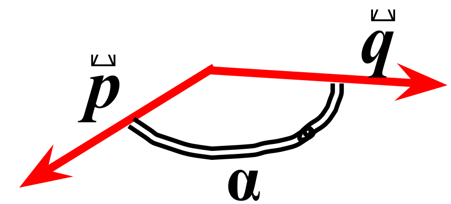




$$\cos\varphi = \cos\alpha$$

φ = α





φ = 180° − α

$$\cos\varphi = \cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\cos\varphi = \frac{|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Дано: *a* – прямая

α - плоскость;

$\vec{p}\{x_1, y_1, z_1\}$

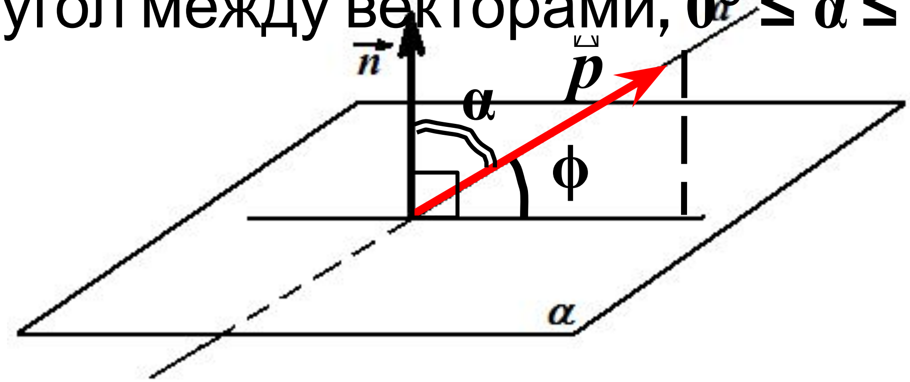
$\vec{n}\{x_2, y_2, z_2\}$

$\vec{n} \perp \alpha$

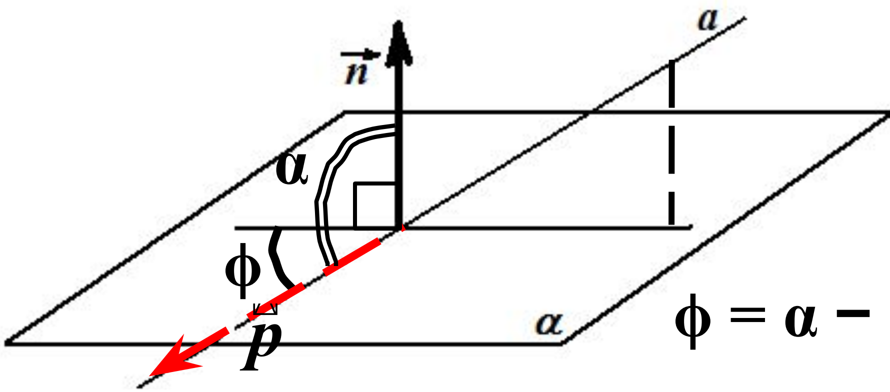
Найти: $\widehat{a;\alpha}$

ϕ - угол между прямой и плоскостью, 0° ≤ ϕ ≤ 90°,

α - угол между векторами, 0° ≤ α ≤ 180°.



ϕ = 90° − α ⇒ sin ϕ = sin (90° − α) = |cos α|



ϕ = α − 90° ⇒ sin ϕ = sin (α − 90°) = |cos α|

$$\sin\varphi = \frac{|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Дано: *AB, CD* – прямые
A(1; 1; 2)
B(0; 1; 1)
C(2; -2; 2)
D(2; -3; 1)

Найти: $\widehat{AB; CD}$

$$\cos\varphi = \frac{|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Решение.

1. Пусть $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ – направляющие векторы прямых AB и CD.
Тогда $\overrightarrow{AB}\{0 – 1; 1 – 1; 1 - 2\}$, $\overrightarrow{AB}\{-1; 0; -1\}$;
$\overrightarrow{CD}\{2 – 2; -3 – (-2); 1 – 2\}$, $\overrightarrow{CD}\{0; -1; -1\}$.
2. По формуле

$$\cos(\widehat{AB; CD}) = \frac{|-1 \cdot 0 + 0 \cdot (-1) + (-1) \cdot (-1)|}{\sqrt{1+0+1} \cdot \sqrt{0+1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

3. $\widehat{AB; CD} = 60°$