

# Формулы тригономет рии

Мнемотическая  
схема для  
запоминания  
формул  
тригонометрии  
и их взаимосвязей



Ивкова Л.В., учитель математики МОУ СОШ  
города Багратионовска Калининградской  
области, 2008 г.

**ФОРМУЛЫ СУММЫ**

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ \operatorname{tg}(\alpha + \beta) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} \\ \operatorname{tg}(\alpha - \beta) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} \end{aligned}$$

**ФОРМУЛЫ ПРОИЗВЕДЕНИЯ**

$$\begin{aligned} \sin \alpha \cdot \sin \beta &= \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)) \\ \cos \alpha \cdot \cos \beta &= \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)) \\ \sin \alpha \cdot \cos \beta &= \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= x \\ \alpha - \beta &= y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{x + y}{2} \\ \beta &= \frac{x - y}{2} \end{aligned}$$

**Формулы сложения**

$$\begin{aligned} \sin x + \sin y &= 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2} \\ \sin x - \sin y &= 2 \sin \frac{x - y}{2} \cos \frac{x + y}{2} \\ \cos x + \cos y &= 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2} \\ \cos x - \cos y &= -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2} \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y &= \frac{\sin(x + y)}{\cos x \cdot \cos y} \\ \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y &= \frac{\sin(x - y)}{\cos x \cdot \cos y} \end{aligned}$$

**ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ**

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \\ \operatorname{ctg} \alpha &= \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \\ \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha &= 1 \\ 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha &= \frac{1}{\sin^2 \alpha} \\ \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

**ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО АРГУМЕНТА**

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ \cos 2\alpha &= 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{aligned}$$

**Формулы половинного аргумента**

$$\begin{aligned} \cos^2 \frac{\alpha}{2} &= \frac{1 + \cos \alpha}{2} \\ \sin^2 \frac{\alpha}{2} &= \frac{1 - \cos \alpha}{2} \end{aligned}$$

**Формулы понижения степени**

$$\begin{aligned} 2 \cos^2 \alpha &= 1 + \cos 2\alpha \\ 2 \sin^2 \alpha &= 1 - \cos 2\alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} \\ \sin \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} & \cos \alpha &= \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} & \operatorname{tg} \alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} & \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \\ \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} & \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \end{aligned}$$

$\alpha = \beta$