# ПОПУЛЯЦИИ

## Плодовитость, $R_0$ и r
## Кому давать орден «Мать-героиня»

Два типа $l_x$ кривых:

1) **Когортные** (*age-specific*, динамические)

2) **Статические** (*time-specific*, характерные для небольшого отрезка времени)

http://www.alaskanalpinetreks.com/ImageGallery/Wildlife_3/DallSheepRamStandingOnRock.html

# Когортная таблица выживания для барана Далла (*Ovis dalli*) (Построено по материалам анализа 608 черепов)

| $x$ | $n_x$ | $d_x$ | $l_x$ | $q_x$ | $L_x$ | $T_x$ | $e_x$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0-1 | 1000 | 199 | 1,000 | 0,199 | 900,5 | 7053 | 7,0 |
| 1-2 | 801 | 12 | 0,801 | 0,015 | 795 | 6152,5 | 7,7 |
| 2-3 | 789 | 13 | 0,789 | 0,016 | 776,5 | 5357,5 | 6,8 |
| 3-4 | 776 | 12 | 0,776 | 0,015 | 770 | 4581 | 5,9 |
| 4-5 | 764 | 30 | 0,764 | 0,039 | 749 | 3811 | 5,0 |
| 5-6 | 734 | 46 | 0,734 | 0,063 | 711 | 3062 | 4,2 |
| .... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 9-10 | 439 | 187 | 0,439 | 0,426 | 345,5 | 576,5 | 1,3 |
| 10-11 | 252 | 136 | 0,252 | 0,619 | 174 | 231 | 0,9 |
| 11-12 | 96 | 90 | 0,096 | 0,937 | 51 | 57 | 0,6 |
| 12-13 | 6 | 3 | 0,006 | 0,500 | 4,5 | 6 | 1,0 |
| 13-14 | 3 | 3 | 0,003 | 1,00 | 1,5 | 1,5 | 0,5 |

# Удельная смертность в разных возрастных группах для барана Далла отдельно ♂ и ♀ (Аляска) и домашней овцы (Новая Зеландия)

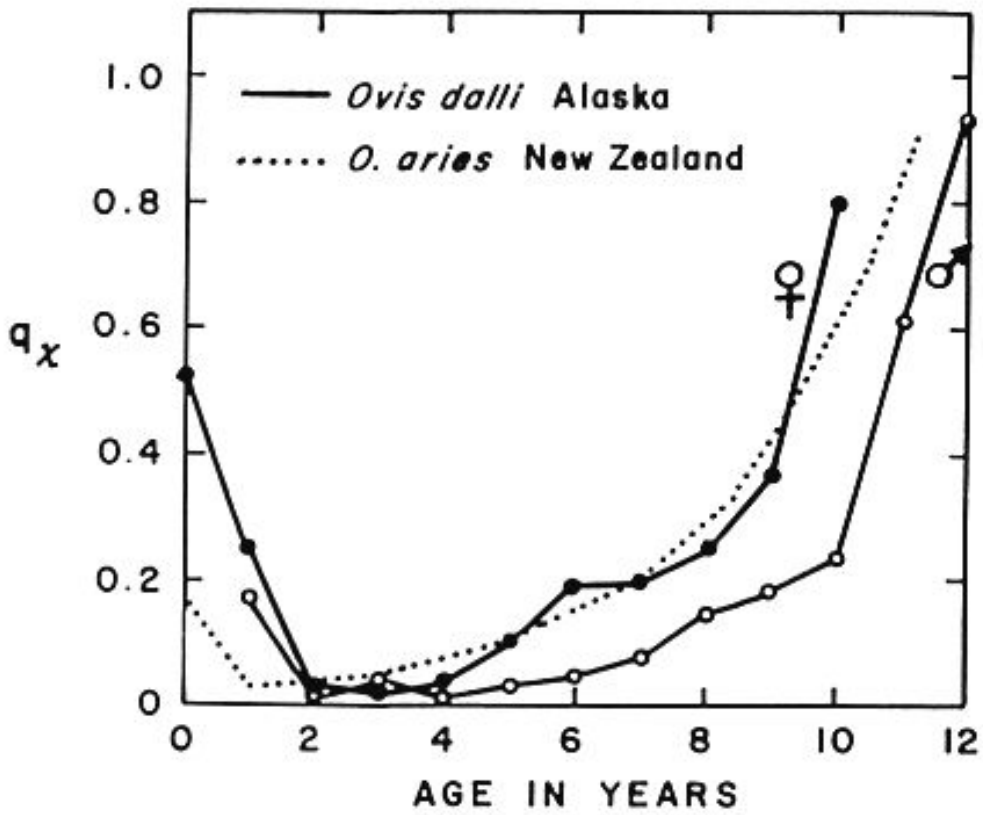



FIGURE 42. Specific mortality of Dall sheep (♂ and ♀, solid lines) compared with that of the domestic sheep (*Ovis aries*) (dotted line) in New Zealand (data from Murie and from Hickey, as analyzed by Caughley).

$x$ – возрастной интервал (класс)

$n_x$ – число выживших на начало возрастного интервала $x$

$d_x$ – число умерших между началом возрастного интервала $x$ и началом возрастного интервала $x+1$

$l_x$ – доля доживших до начала возрастного интервала $x$

$q_x$ – смертность между началом возрастного интервала $x$ и началом возрастного интервала $x+1$

$$q_x = \frac{d_x}{n_0}$$

$e_x$ - ожидаемая продолжительность жизни для организмов, живых в начале возрастного интервала $x$

$$e_x = \frac{T_x}{n_x}$$

$$l_x = \frac{n_x}{n_0}$$

$$q_x = \frac{d_x}{n_0}$$

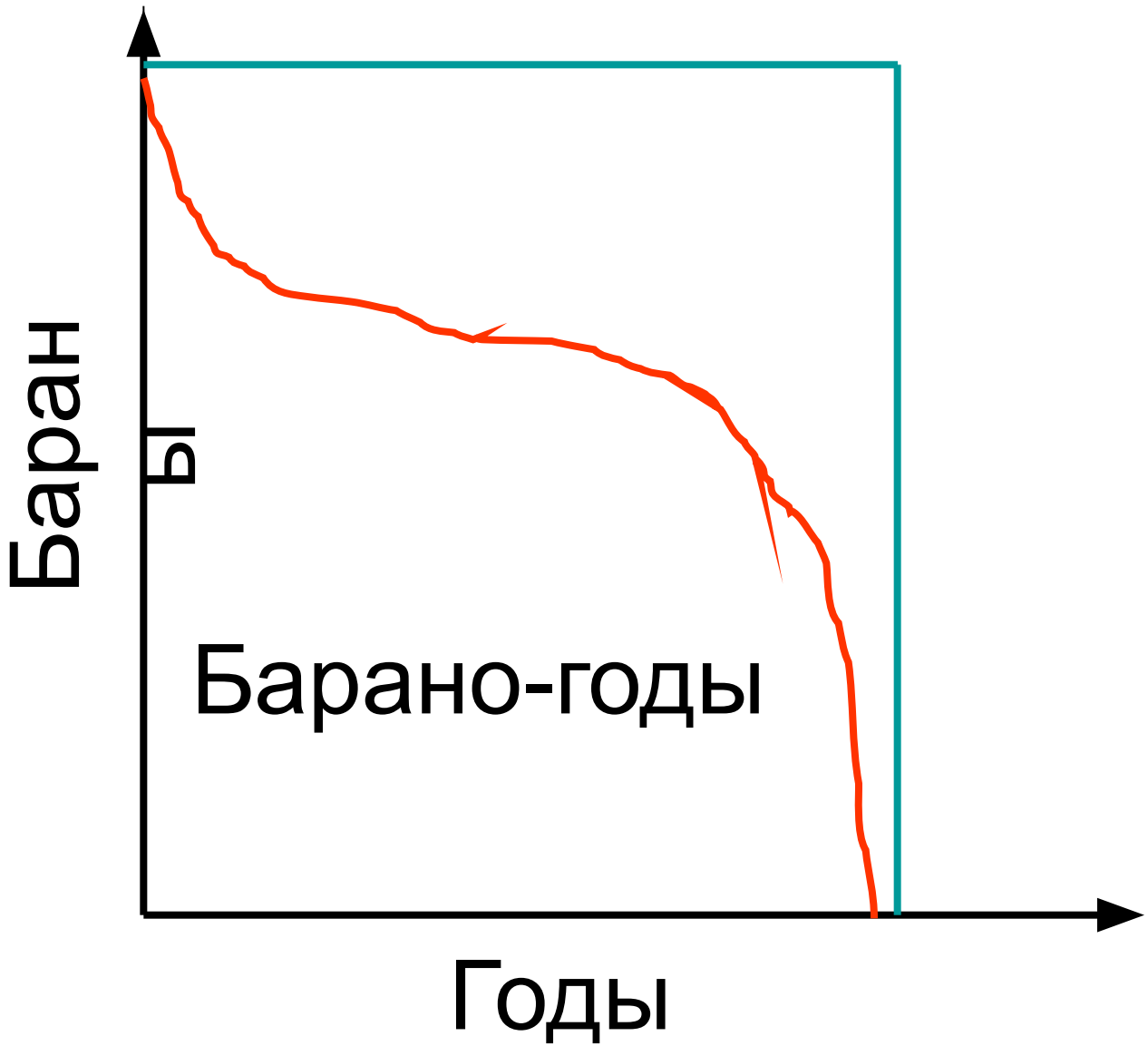
$$L_x = \frac{n_x + n_{x+1}}{2}$$

$$T_x = \sum_{i=x}^{S} L_i$$

Где $S$ – суммарное число возрастных классов, в данном случае $S$=13

# Средняя ожидаемая продолжительность дальнейшей жизни

$$e_x = \frac{T_x}{n_x}$$

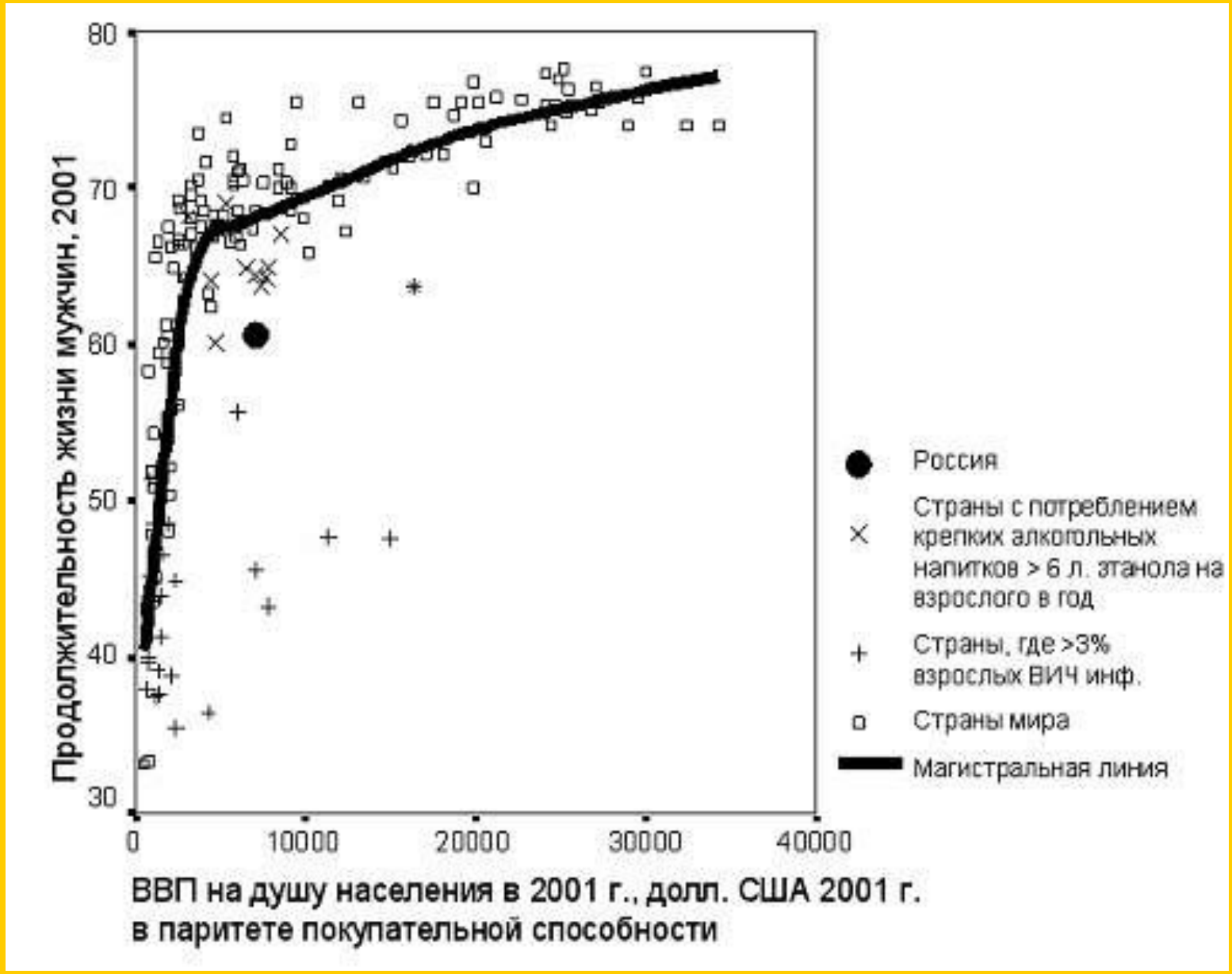

Баран
ы
Барано-годы
Годы

# Когортная таблица выживания для барана Далла (*Ovis dalli*) (Построено по материалам анализа 608 черепов)

| $x$ | $n_x$ | $d_x$ | $l_x$ | $q_x$ | $L_x$ | $T_x$ | $e_x$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0-1 | 1000 | 199 | 1,000 | 0,199 | 900,5 | 7053 | 7,0 |
| 1-2 | 801 | 12 | 0,801 | 0,015 | 795 | 6152,5 | 7,7 |
| 2-3 | 789 | 13 | 0,789 | 0,016 | 776,5 | 5357,5 | 6,8 |
| 3-4 | 776 | 12 | 0,776 | 0,015 | 770 | 4581 | 5,9 |
| 4-5 | 764 | 30 | 0,764 | 0,039 | 749 | 3811 | 5,0 |
| 5-6 | 734 | 46 | 0,734 | 0,063 | 711 | 3062 | 4,2 |

**Когортная таблица выживания для барана Далла (*Ovis dalli*)**
**(Построено по материалам анализа 608 черепов)**

| $x$ | $n_x$ | $d_x$ | $l_x$ | $q_x$ | $L_x$ | $T_x$ | $e_x$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6-7 | 688 | 48 | 0,688 | 0,070 | 664 | 2351 | 3,4 |
| 7-8 | 640 | 69 | 0,640 | 0,108 | 605,5 | 1687 | 2,6 |
| 8-9 | 571 | 132 | 0,571 | 0,231 | 505 | 1081,5 | 1,9 |
| 9-10 | 439 | 187 | 0,439 | 0,426 | 345,5 | 576,5 | 1,3 |
| 10-11 | 252 | 136 | 0,252 | 0,619 | 174 | 231 | 0,9 |
| 11-12 | 96 | 90 | 0,096 | 0,937 | 51 | 57 | 0,6 |
| 12-13 | 6 | 3 | 0,006 | 0,500 | 4,5 | 6 | 1,0 |
| 13-14 | 3 | 3 | 0,003 | 1,00 | 1,5 | 1,5 | 0,5 |


Продолжительность жизни мужчин, 2001
80
70
60
50
40
30
0
10000
20000
30000
40000
ВВП на душу населения в 2001 г., долл. США 2001 г.
в паритете покупательной способности
Россия
Страны с потреблением крепких алкогольных напитков > 6 л. этанола на взрослого в год
Страны, где >3% взрослых ВИЧ инф.
Страны мира
Магистральная линия

Kenya 2006

Kenya 2006

Fecundity schedule for female lions.

| $x$ (YEARS) | $l_x$ | $m_x$ | $l_x m_x$ |
|---|---|---|---|
| 0–1 | 1.00 | 0.00 | 0.00 |
| 1–2 | 0.75 | 0.00 | 0.00 |
| 2–3 | 0.58 | 0.14 | 0.08 |
| 3–4 | 0.58 | 0.57 | 0.33 |
| 4–5 | 0.50 | 0.50 | 0.25 |
| 5–6 | 0.42 | 0.00 | 0.00 |
| 6–7 | 0.33 | 1.25 | 0.42 |
| 7–8 | 0.25 | 0.67 | 0.17 |
| 8–9 | 0.25 | 0.33 | 0.08 |
| 9–10 | 0.17 | 0.00 | 0.00 |
| 10–11 | 0.08 | 0.00 | 0.00 |
| | | | $R_0 = 1.33$ |

| Возрастные интервалы годы $x$ | Доля доживших $l_x$ | Число потомков, произведенных в среднем одной самкой данного возраста $m_x$ | $l_x m_x$ |
|---|---|---|---|
| 0-1 | 1.00 | 0.00 | 0.00 |
| 1-2 | 0.75 | 0.00 | 0.00 |
| 2-3 | 0.58 | 0.14 | 0.08 |
| 3-4 | 0.58 | 0.57 | 0.33 |
| 4-5 | 0.50 | 0.50 | 0.25 |
| 5-6 | 0.42 | 0.00 | 0.00 |
| 6-7 | 0.33 | 1.25 | 0.42 |
| 7-8 | 0.25 | 0.67 | 0.17 |
| 8-9 | 0.25 | 0.33 | 0.08 |
| 9-10 | 0.17 | 0.00 | 0.00 |
| 10-11 | 0.08 | 0.00 | 0.00 |
| | | | $R_0$=1.33 |

# $R_0$ - Net reproductive rate
# чистая скорость воспроизводства

$$R_0 = \sum_{x=0}^{\infty} l_x m_x$$

$R_0$ - безразмерная величина

Показывает во сколько раз возросла численность популяции за одно поколение

Если

$R_0 = 1$

популяция сохраняет неизменную численность

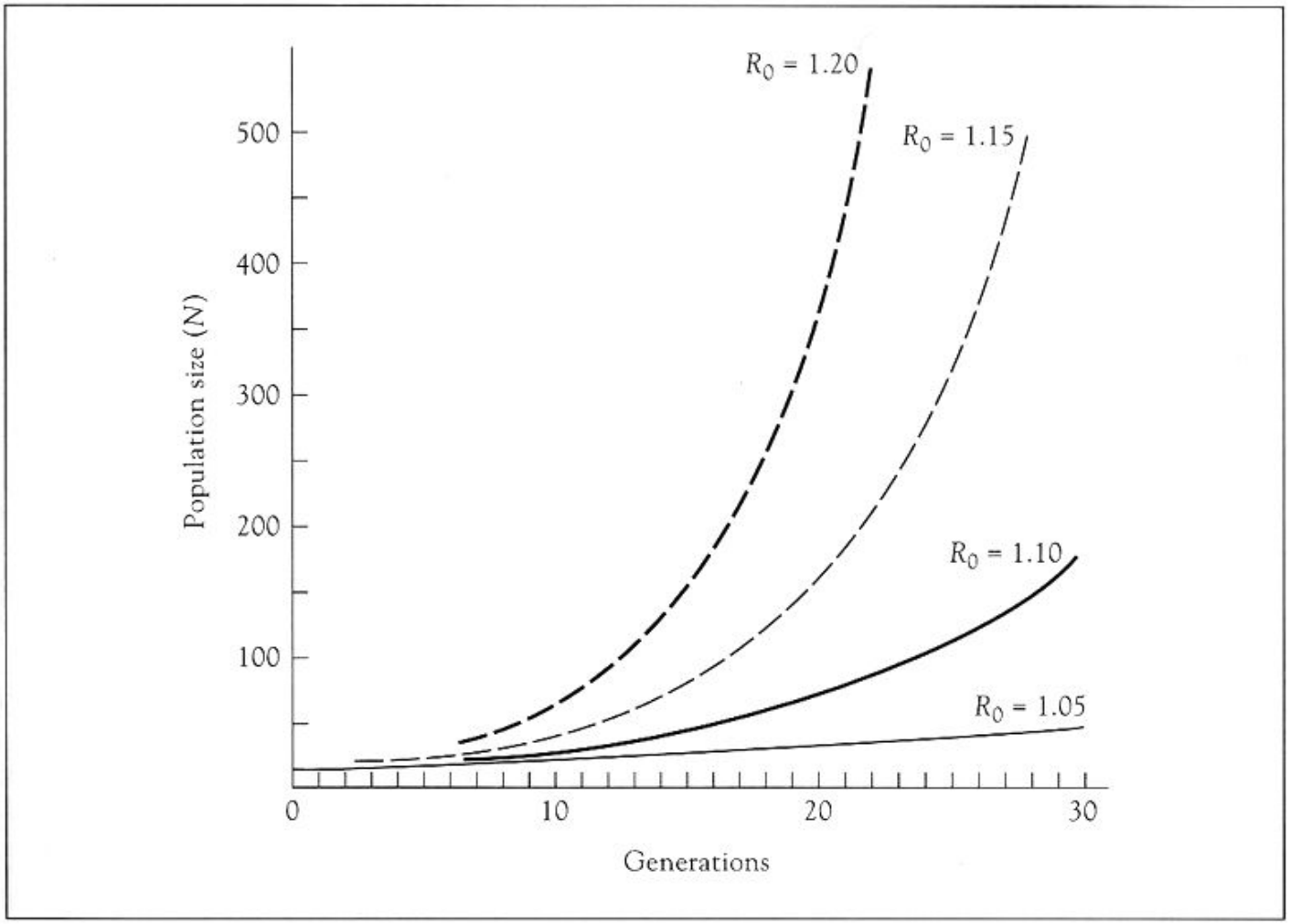



**FIGURE 6.5** Four examples of geometric population growth, discrete generation, constant reproductive rate. $N_0 = 10$.

$$R_0 = \frac{N_t}{N_0}$$

$$\boxed{\begin{aligned} N_t &= N_0 e^{rt} \\ N_T &= N_0 e^{rT} \\ R_0 &= e^{rT} \end{aligned}}$$

$$r \approx \frac{\ln R_0}{T}$$

# Кому давать орден «Мать-героиня»?

## Кому давать орден «Мать-героиня»?

**Популяция, где по пять детей у молодых матерей (в год по ребенку с 18 до 22 лет):**

$R_0 = 2.5$ $T = 20$ лет

**Популяция, где по десять детей у более взрослых матерей (в год по ребенку с 31 до 40 лет):**

$R_0 = 5$ $T = 35.5$ лет

## Кому давать орден «Мать-героиня»?

$$r \approx \frac{\ln R_0}{T}$$

## Кому давать орден «Мать-героиня»?

$r_1$ = Ln 2.5 / 20 =

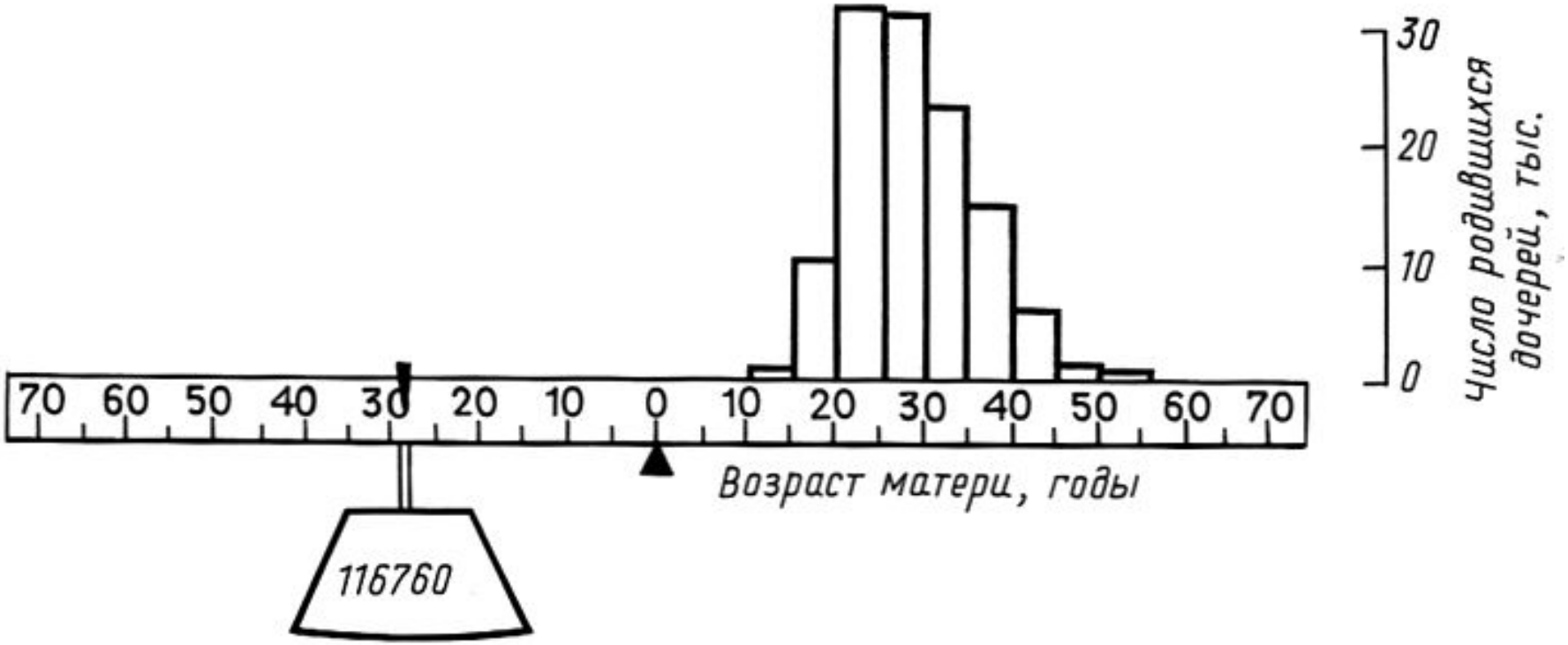
0.916 / 20 = 0.0458

$r_2$ = Ln 5 / 35.5 =

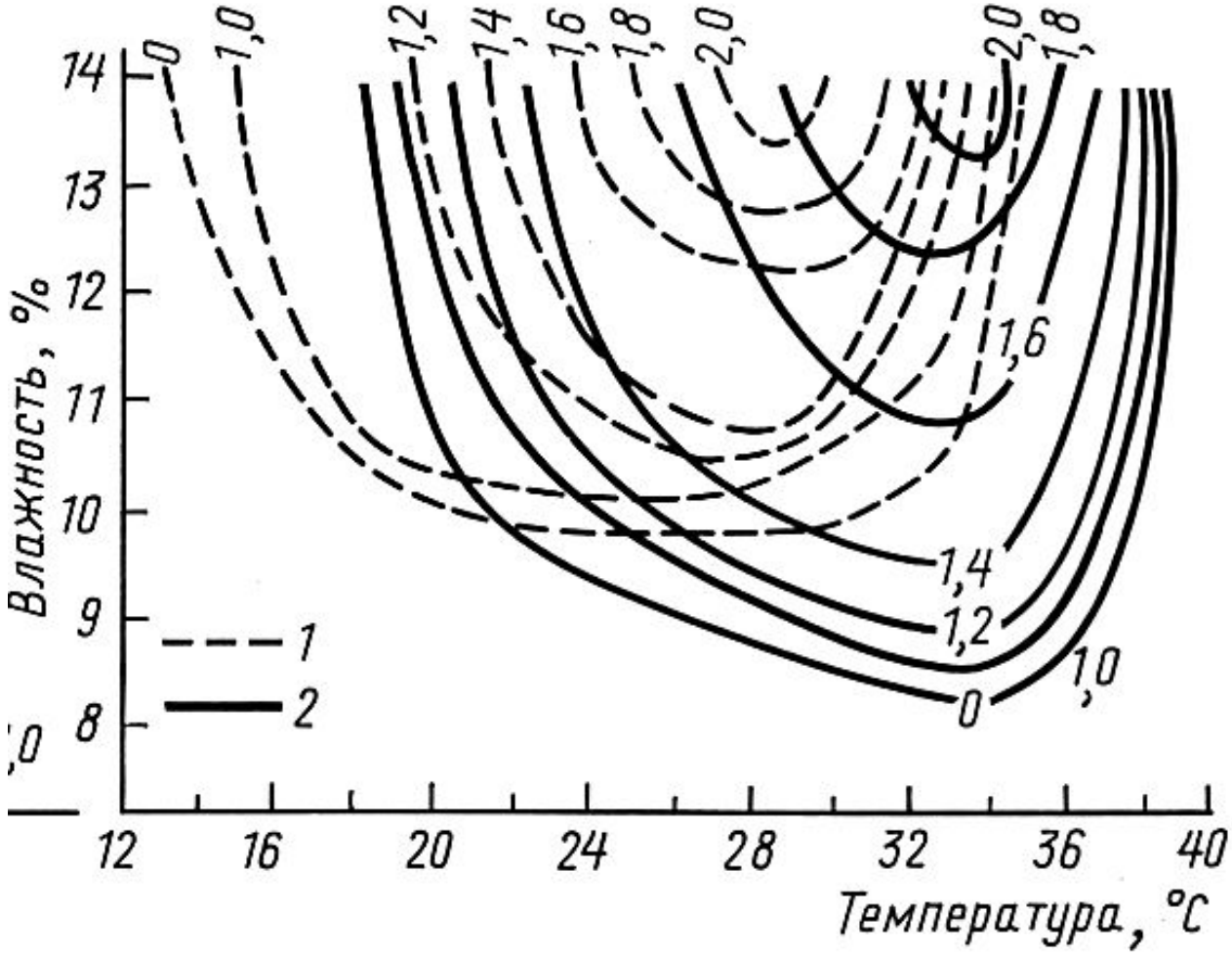
1.609 / 35 = 0.0453

**Alfred James Lotka (1880-1949)**

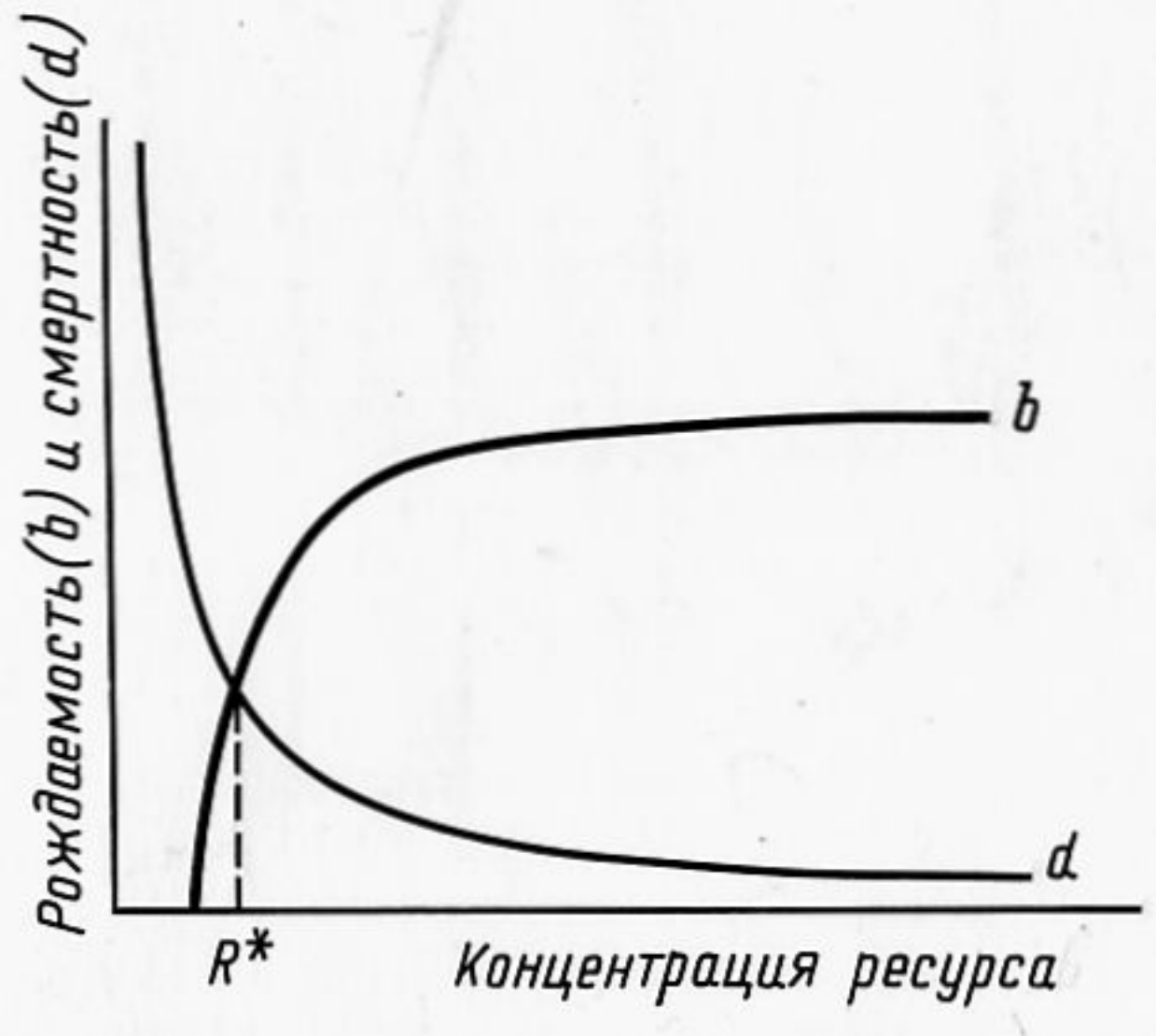
Механическая модель, предложенная А.Лоткой для определения длительности поколения.
В 1920 г. в США на 100 000 матерей приходилось 116760 дочерей. Каков был возраст матери?
28.5 лет



Зависимость удельной скорости популяционного роста (на одну самку за неделю) жуков *Calandra oryzae* и *Rhizopertha dominica* от температуры и влажности



# Зависимость удельной рождаемости и смертности от концентрации лимитирующего ресурса



# Зависимость удельной скорости популяционного роста от концентрации лимитирующего ресурса

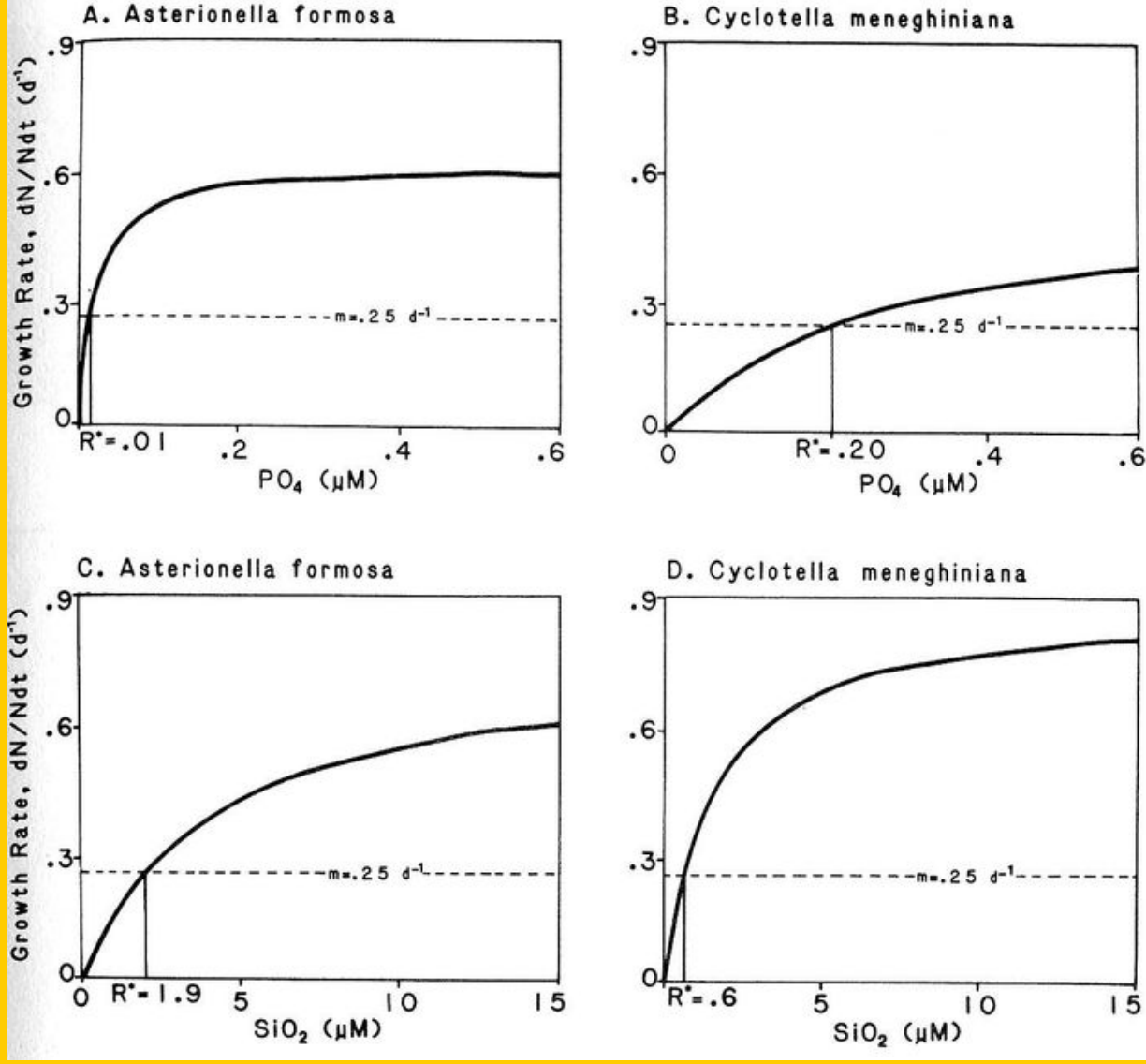



FIGURE 29. A and B. The experimentally determined requirements of two species of freshwater algae (*Asterionella formosa* and *Cyclotella meneghiniana*) for limiting phosphate (from Tilman and Kilham, 1976).

C and D. The requirements of these same species for limiting silicate. The predicted requirements of these species for these two resources at a mortality rate of 0.25 day$^{-1}$ are labeled $R^*$.

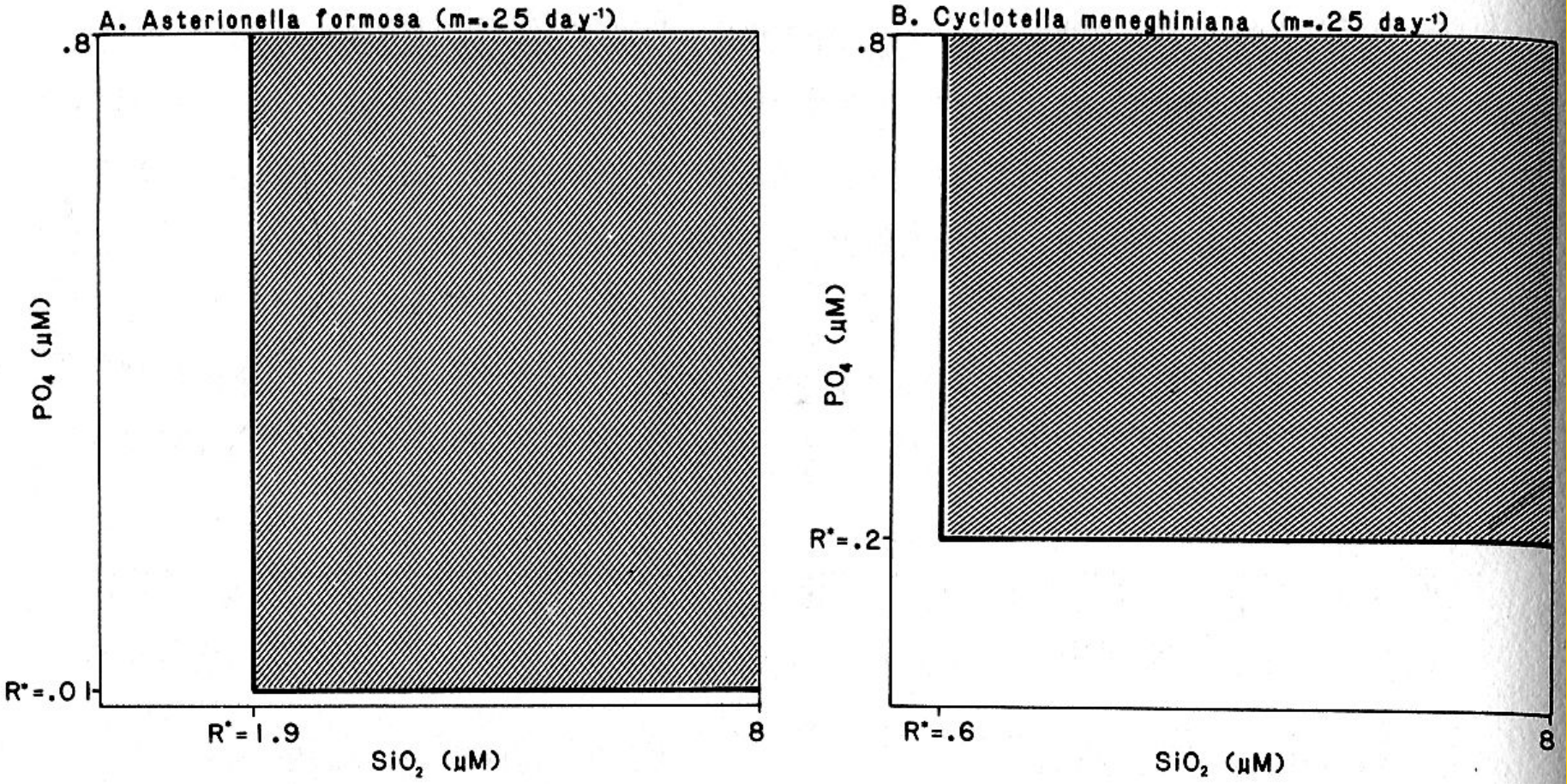
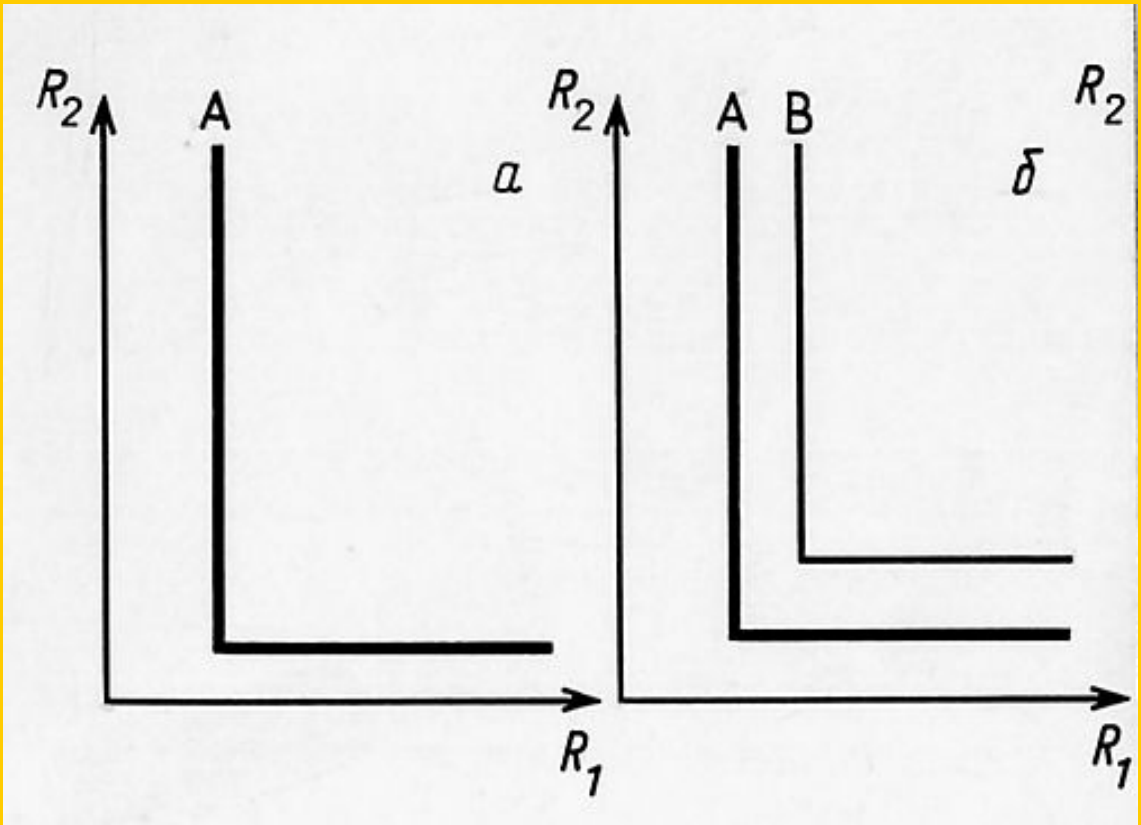
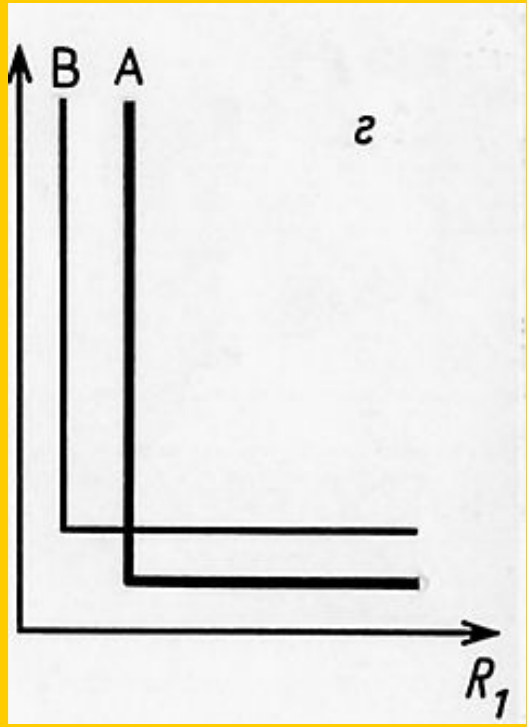



FIGURE 30. A and B. The data of Figure 29 were used to predict the position of the ZNGI of each of these species. Note that the position of the ZNGI for essential resources is determined by the $R^*$ values for each species. Each species should increase for resource availabilities in the shaded region of the figure, and should decrease for resource availabilities in the unshaded region of each figure.

# Пороговая концентрация для двух незаменимых ресурсов