







Математика в Древней Греции

Филиппов Андрей
8"Б"

2011-2012 №97 САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

Содержание

- **Начальный период** 
- **Пифагорейская школа** 
- **V век до н. э. — Зенон, Демократ** 
- **IV век до н. э. — Платон, Евдокс** 
- **III век до н. э. — Евклид, Архимед, Аполлоний** 
- **Заключение** 

Начальный период

- Вплоть до VI века до н. э. греческая математика ничем не выделялась. Были, как обычно, освоены счёт и измерение. Греческая нумерация (запись чисел), как позже римская, была аддитивной, то есть числовые значения цифр складывались. Первый её вариант (аттическая, или геродианова) содержали буквенные значки для 1, 5, 10, 50, 100 и 1000. Соответственно была устроена и счётная доска (абак) с камешками. Кстати, термин *калькуляция* (вычисление) происходит от *calculi* — камешек. Особый дырявый камешек обозначал ноль.
- Позднее (начиная с V века до н. э.) вместо аттической нумерации была принята алфавитная — первые 9 букв греческого алфавита обозначали цифры от 1 до 9, следующие 9 букв — десятки, остальные — сотни. Чтобы не спутать числа и буквы, над буквами рисовали чёрточку. Числа, большие 1000, записывали позиционно, помечая дополнительные разряды специальным штрихом (внизу слева). Специальные пометки позволяли изображать и числа, большие 10000.



Начальный период

- В VI веке до н. э. начинается «греческое чудо» : появляются сразу две научные школы — ионийцы (Фалес Милетский, Анаксимен, Анаксимандр) и пифагорейцы. О достижениях ранних греческих математиков мы знаем в основном по упоминаниям позднейших авторов, преимущественно комментаторов Евклида, Платона и Аристотеля.
- Фалес, богатый купец, хорошо изучил вавилонскую математику и астрономию — вероятно, во время торговых поездок. Ионийцы, по сообщению Евдема Родосского, дали первые доказательства нескольких простых геометрических теорем. Однако главная роль в деле создания античной математики принадлежит пифагорейцам.



Пифагорейская школа

- Пифагор, основатель школы — личность легендарная, и достоверность дошедших до нас сведений о нём проверить невозможно. Видимо, он, как и Фалес, много путешествовал и тоже учился у египетских и вавилонских мудрецов. Вернувшись около 530 г. до н. э. в Великую Грецию, он в городе Кротон основал нечто вроде тайного духовного ордена. Именно он выдвинул тезис «Числа правят миром», и с исключительной энергией занимался его обоснованием. В начале V в. до н. э., после неудачного политического выступления, пифагорейцы были изгнаны из Южной Италии, и союз прекратил свое существование, однако популярность учения от рассеяния только возросла. Пифагорейские школы появились в Афинах, на островах и в греческих колониях, а их математические знания, строго оберегаемые от посторонних, сделались общим достоянием.



Пифагорейская школа

- Многие достижения, приписываемые Пифагору, вероятно, на самом деле являются заслугой его учеников. Пифагорейцы занимались астрономией, геометрией, арифметикой (теорией чисел), создали теорию музыки. Пифагор первый из европейцев понял значение аксиоматического метода, чётко выделяя базовые предположения (аксиомы, постулаты) и дедуктивно выводимые из них теоремы.
- Геометрия пифагорейцев в основном ограничивалась планиметрией (судя по дошедшим до нас позднейшим трудам, очень полно изложенной) и завершалась доказательством «теоремы Пифагора». Хотя изучались и правильные многогранники.



V век до н. э. — Зенон, Демокрит

- В V веке до н. э. появились новые вызовы оптимизму пифагорейцев.
- Первый из них — *три классические задачи древности*: удвоение куба, трисекция угла и квадратура круга. Греки строго придерживались требования: все геометрические построения должны выполняться с помощью циркуля и линейки, то есть с помощью совершенных линий — прямых и окружностей. Однако для перечисленных задач найти решение каноническими методами не удавалось. Алгебраически это означало, что не всякое число можно получить с помощью 4 арифметических операций и извлечения квадратного корня.
- Квадратурой круга безуспешно занимался выдающийся геометр-пифагореец, автор доевклидовых «Начал», первого свода геометрических знаний, Гиппократ Хиосский.
- Первые две задачи сводятся к кубическим уравнениям. Архимед позже дал общее решение кубических уравнений с помощью конических сечений. Однако многие комментаторы продолжали считать подобные методы неприемлемыми. Гиппий из Элиды (V век до н. э.) показал, что для трисекции угла полезна квадратриса (первая трансцендентная кривая в истории математики); она же, кстати, решает и задачу квадратуры круга.
- Помимо перечисленных, греки активно исследовали задачу деления круга: какие правильные многоугольники можно построить циркулем и линейкой. Без труда удавалось разделить окружность на 3, 4, 5, 15 частей, а также удвоить перечисленные значения. Но семиугольник никому не поддавался. Как оказалось, здесь также получается кубическое уравнение. Полную теорию опубликовал только Гаусс в XIX веке.



V век до н. э. — Зенон, Демокрит

- Второй удар по пифагореизму нанёс Зенон Элейский, предложив ещё одну тему для многовековых размышлений математиков. Он высказал более 40 парадоксов (апорий), из которых наиболее знамениты четыре. Вопреки многократным попыткам их опровергнуть и даже осмеять, они, тем не менее, до сих пор служат предметом серьёзного анализа. Здесь затронуты самые деликатные вопросы оснований математики — конечность и бесконечность, непрерывность и дискретность. Математика тогда считалась средством познания реальности, и суть споров можно было выразить как неадекватность непрерывной, бесконечно делимой математической модели физически дискретной материи.
- В конце V века до н. э. жил ещё один выдающийся мыслитель — Демокрит. Он знаменит не только созданием концепции *атомов*. Архимед писал, что Демокрит нашёл объём пирамиды и конуса, но доказательств своих формул не дал. Вероятно, Архимед имел в виду доказательство методом исчерпывания, которого тогда ещё не существовало.



IV век до н. э. — Платон, Евдокс

- Уже к началу IV века до н. э. греческая математика далеко опередила всех своих учителей, и её бурное развитие продолжалось. В 389 году до н. э. Платон основывает в Афинах свою школу — знаменитую *Академию*. Математиков, присоединившихся к Академии, можно разделить на две группы: на тех, кто получил своё математическое образование вне Академии, и на учеников Академии. К числу первых принадлежали Теэтет Афинский, Архит Тарентский и позднее Евдокс Книдский; к числу вторых — братья Менехм и Динострат
- Сам Платон конкретных математических исследований не вёл, но опубликовал глубокие рассуждения по философии и методологии математики. А ученик Платона, Аристотель, оставил бесценные для нас записки по истории математики.
- Евдокс Книдский первый создал геоцентрическую модель движения светил с 27 сферами. Позже эта конструкция была развита Аполлоном Гиппархом и Птолемеем, которые увеличили число сфер до 34 и ввели эпициклы. Ему же принадлежат два выдающихся открытия: общая теория отношений (геометрическая модель вещественных чисел) и античный анализ — метод исчерпывания.



III век до н. э. — Евклид, Архимед, Аполлоний

- После завоеваний Александра Македонского научным центром древнего мира становится Александрия Египетская. Птолемей I основал в ней Мусейон (Дом Муз) и пригласил туда виднейших учёных. Это была первая в грекоязычном мире государственная академия, с богатейшей библиотекой (ядром которой послужила библиотека Аристотеля), которая к I веку до н. э. насчитывала 70000 томов.
- Учёные Александрии объединили вычислительную мощь и древние знания вавилонских и египетских математиков с научными моделями эллинов. Значительно продвинулись плоская и сферическая тригонометрия, статика и гидростатика, оптика, музыка и др. Эратосфен уточнил длину меридиана и изобрёл своё знаменитое «решето». В истории математики известны *три великих геометра древности*, и прежде всего — Евклид с его «Началами». Тринадцать книг *Начал* — основа античной математики, итог её 300-летнего развития и база для дальнейших исследований. Влияние и авторитет этой книги были огромны в течение двух тысяч лет.
- Фундамент математики, описанный Евклидом, расширил другой великий учёный — Архимед, один из немногих математиков античности, которые одинаково охотно занимались и теоретической, и прикладной наукой. Он, в частности, развил метод исчерпывания, сумел вычислить площади и объёмы многочисленных фигур и тел, ранее не поддававшихся усилиям математиков.
- Последним из тройки великих был Аполлоний Пергский, автор глубокого исследования конических сечений.



Заключение

- Греческая математика поражает прежде всего красотой и богатством содержания. Многие учёные Нового времени отмечали, что мотивы своих открытий почерпнули у древних. Зачатки анализа заметны у Архимеда, корни алгебры — у Диофанта, аналитическая геометрия — у Аполлония и т. д. Но главное даже не в этом. Два достижения греческой математики далеко пережили своих творцов.
- Первое — греки построили математику как целостную науку с собственной методологией, основанной на чётко сформулированных законах логики.
- Второе — они провозгласили, что законы природы постижимы для человеческого разума, и математические модели — ключ к их познанию.
- В этих двух отношениях античная математика вполне современна.

