

Муниципальное бюджетное учреждение «Средняя  
общеобразовательная школа №19 с углубленным изучением  
отдельных предметов»

# Свойства функции $y=\sin x$ и её график

Пикалова Тамара Павловна  
Учитель математики

г.Старый Оскол

2011

# Основные свойства функции $y = \sin x$ :

- ✓ Область определения- множество всех действительных чисел;
- ✓ Область значения- отрезок  $[-1;1]$ , значит,  $\sin$ - функция ограниченная;
- ✓ Функция нечётная:  $\sin(-x) = -\sin x$  для всех  $x$  из множества  $\mathbb{R}$ ;
- ✓ Функция периодическая с наименьшим положительным периодом  $2\pi$ , то есть  $\sin(x+2\pi) = \sin x$  для всех  $x$  из множества  $\mathbb{R}$ ;

**$\sin x = 0$**

при  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$ ;

**$\sin x > 0$**

для всех  $x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$ ;

**$\sin x < 0$**

для всех  $x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$ ;

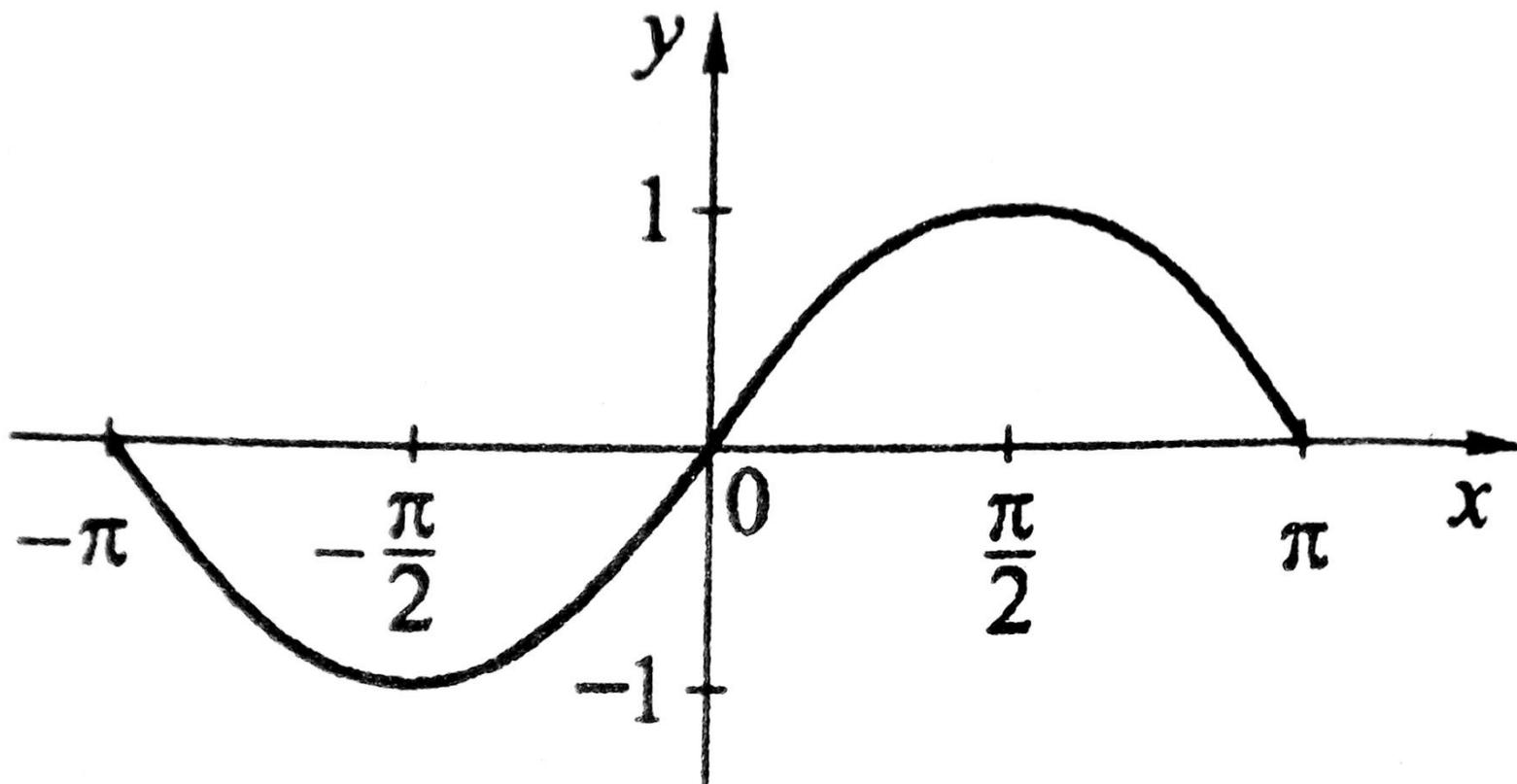
**Функция возрастает** от **-1** до **1** на промежутках  $[-\pi/2 + 2\pi n; \pi/2 + 2\pi n]$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;

**Функция убывает** от **1** до **-1** на промежутках  $[\pi/2 + 2\pi n; 3\pi/2 + 2\pi n]$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;

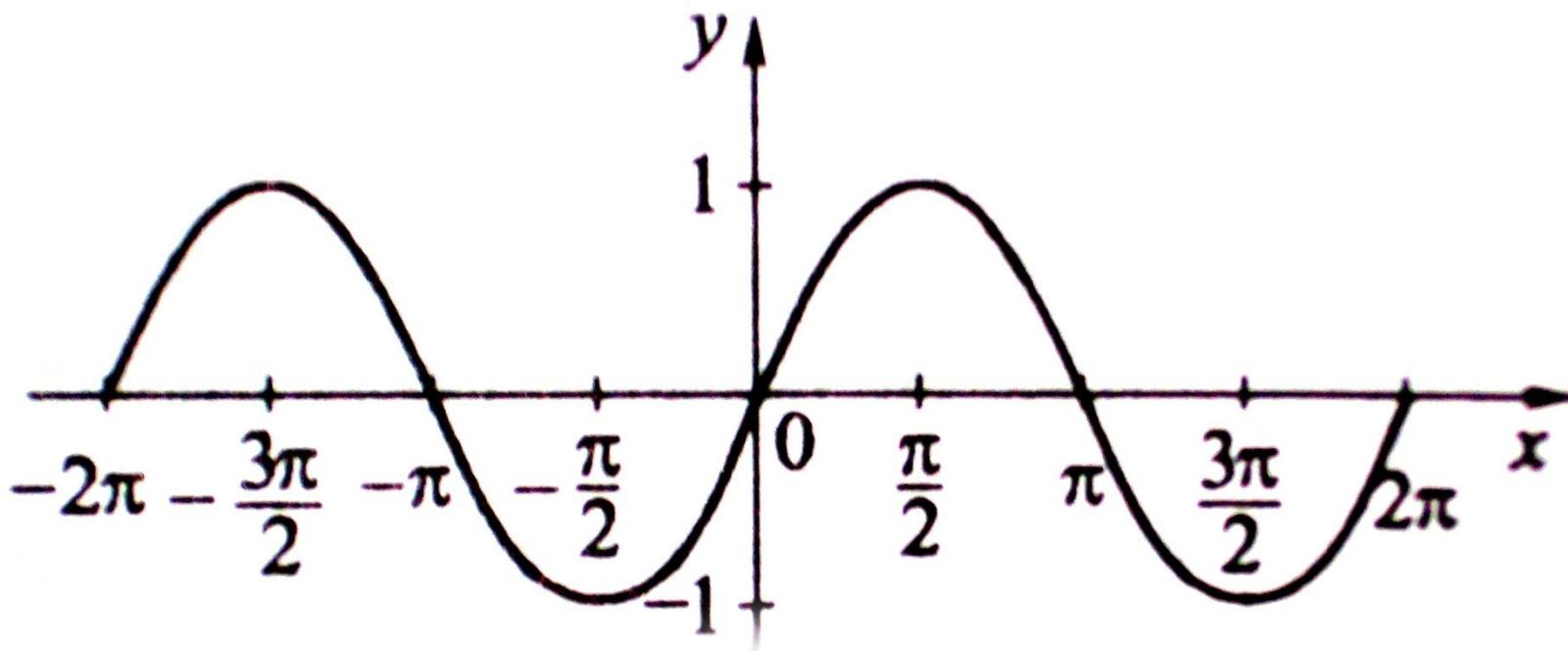
**Функция принимает наибольшее значение**, равное **1**, в точках  $x = \pi/2 + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;

**Функция принимает наименьшее значение**, равное **-1**, в точках  $x = 3\pi/2 + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ;

# График синуса на промежутке $[-\pi; \pi]$



# График синуса на всей области определения



# Построить график функции $y = \sin 1/2x$

✓  $D(y) = \mathbb{R}$ ;

✓  $E(y) = [-1; 1]$ ;

✓ Функция нечётная;

✓ Функция периодическая, так как

$\sin 1/2 x = \sin (1/2x + 2\pi) = \sin((x + 4\pi)/2)$ ,  $T = 4\pi$ .

Достаточно построить график на отрезке  
 $[0; 2\pi]$ ;

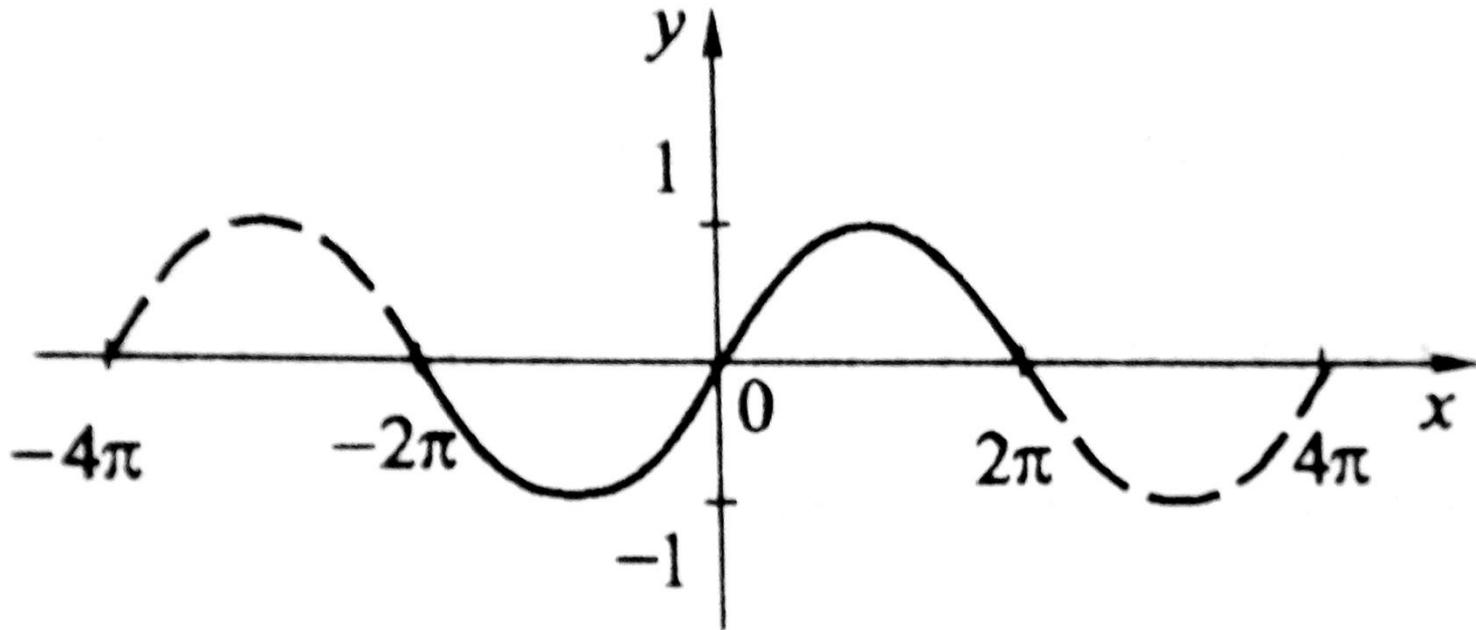
Найдём точки пересечения графика с осью OX. Если  $y=0$ , то  $\sin 1/2 x=0$ ,  $x/2=\pi n$ ,  $x=2\pi n$ ,  $n=0;1$ .

(0;0) и (2π;0)- точки пересечения графика с осью OX на данном полупериоде;

Максимум функции равен 1 при  $x/2=\pi/2$ , то есть при  $x=\pi$ .

По этим данным строим график  $y=\sin 1/2x$ .

# График функции $y = \sin 1/2x$

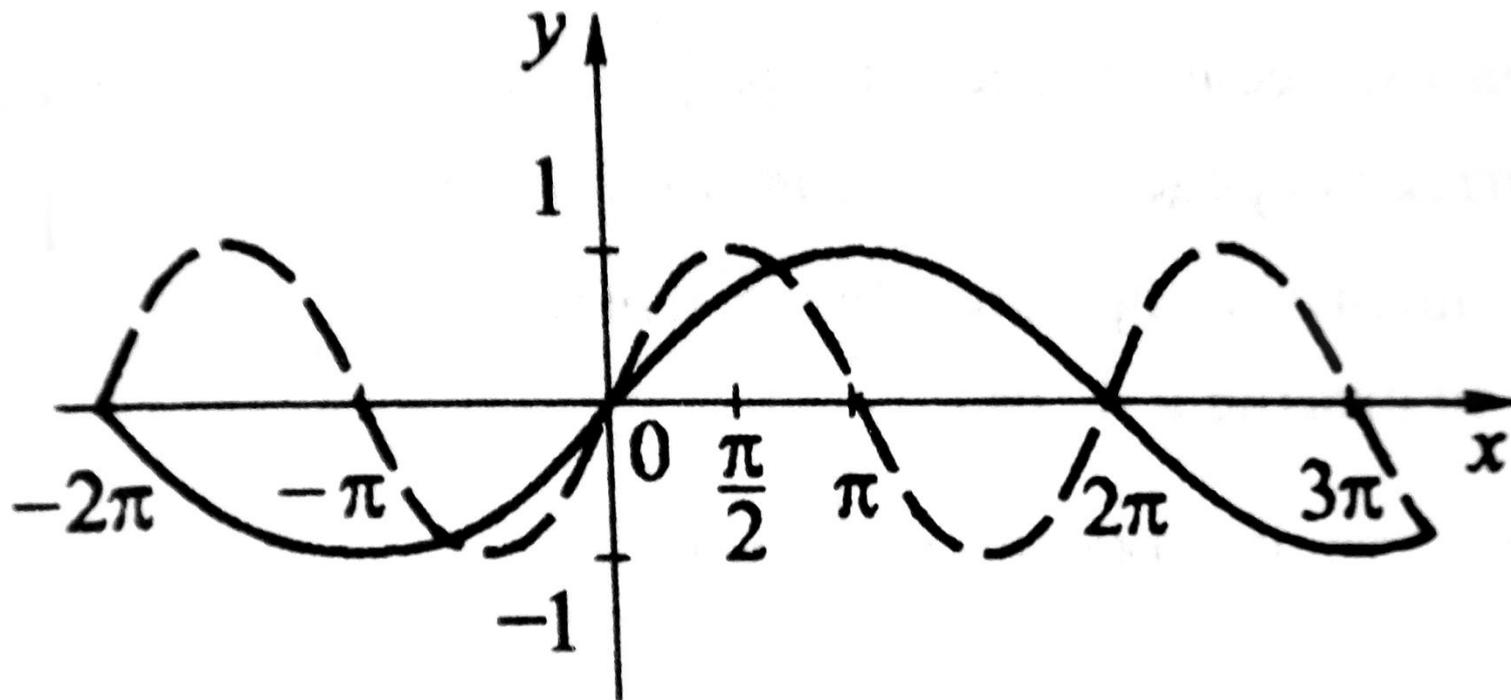


# Второй способ построения графика функции $y = \sin \frac{1}{2}x$

Период исходной функции  $y = \sin x$  равен  $2\pi$ , а период заданной функции  $y = \sin \frac{1}{2}x$  составляет  $4\pi$ , то есть, вдвое больше периода исходной функции.

Таким образом, график функции  $y = \sin \frac{1}{2}x$  можно построить путём растяжения графика функции  $y = \sin x$  вдоль оси  $Ox$  вдвое.

# График функции $y = \sin \frac{1}{2}x$



# Построить график функции $y = \sin 3x$

✓  $D(y) = \mathbb{R};$

✓  $E(Y) = [-1; 1];$

✓ Период функции:

$$\sin 3x = \sin(3x + 2\pi) = \sin 3(x + 2\pi/3);$$

$$T = 2\pi/3, T/2 = \pi/3.$$

✓ Точки пересечения графика с осью OX:

$$\sin 3x = 0, 3x = \pi n, x = \pi n/3, n = 0; 1, \text{ то есть на данном}$$

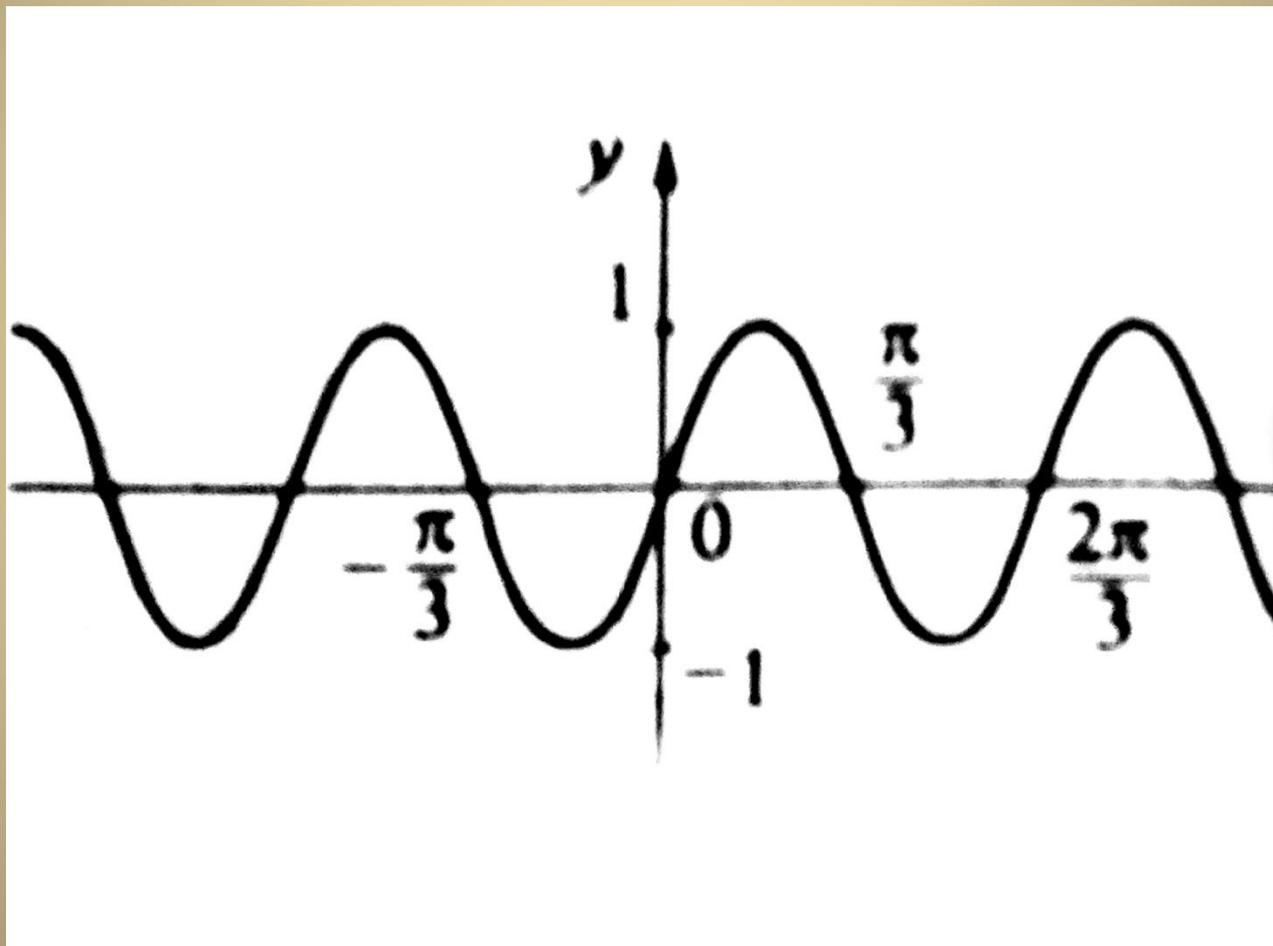
полупериоде кривая пересекает ось OX в точках  $(0; 0)$  и  $(\pi/3; 0)$ ;

✓ Максимум функции равен 1 при  $3x = \pi/2$ , то есть  $x = \pi/6$ .

По этим данным строим график функции

$$y = \sin 3x$$

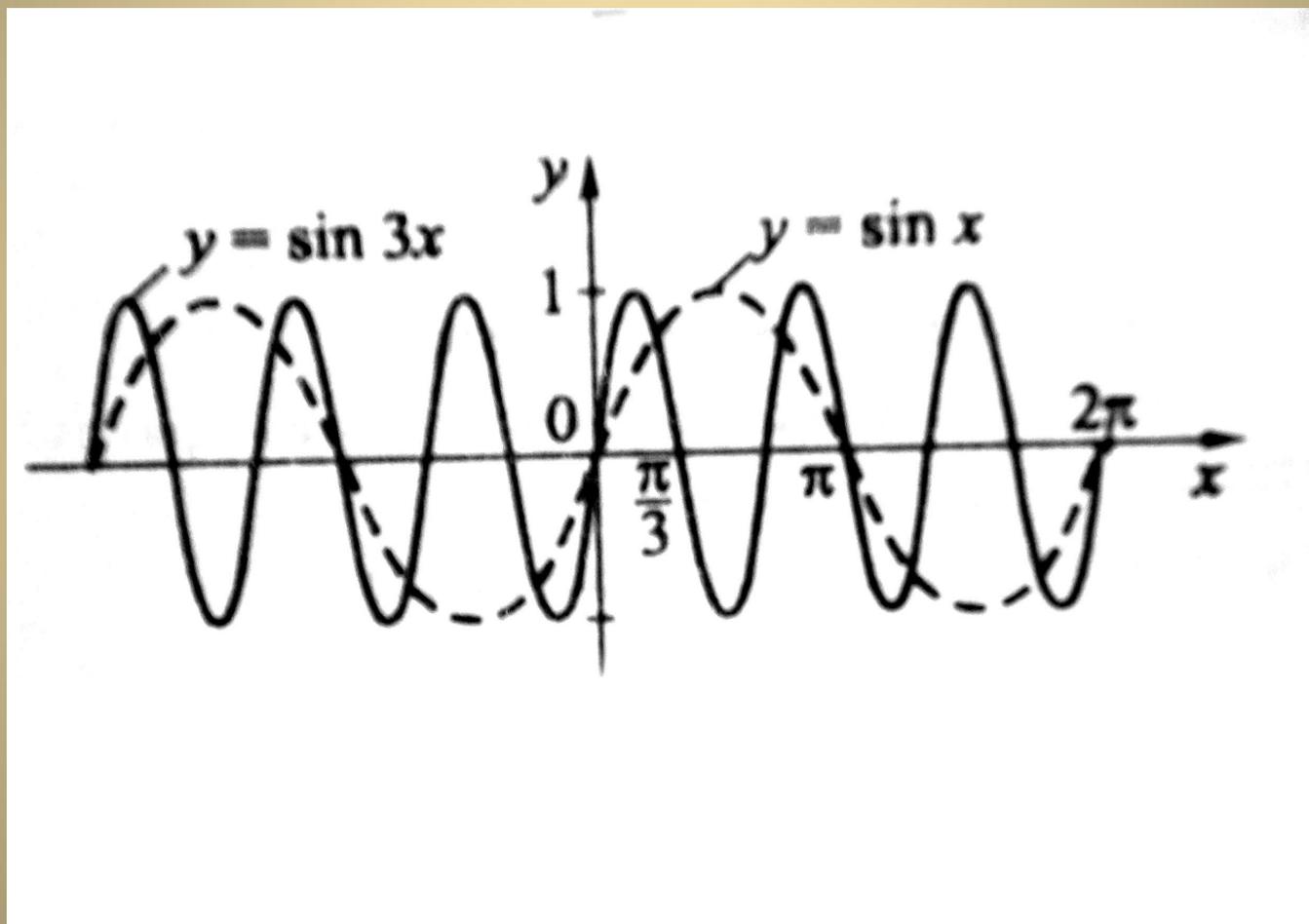
# График функции $y = \sin 3x$



# Второй способ построения графика функции $y = \sin 3x$

График функции  $y = \sin 3x$  можно построить путём сжатия по оси  $Ox$  исходного графика  $y = \sin x$  в три раза, так как период  $2\pi/3$  заданной функции в три раза меньше периода  $2\pi$  исходной функции

# График функции $y = \sin 3x$



# Построить график функции $y=3\sin x$

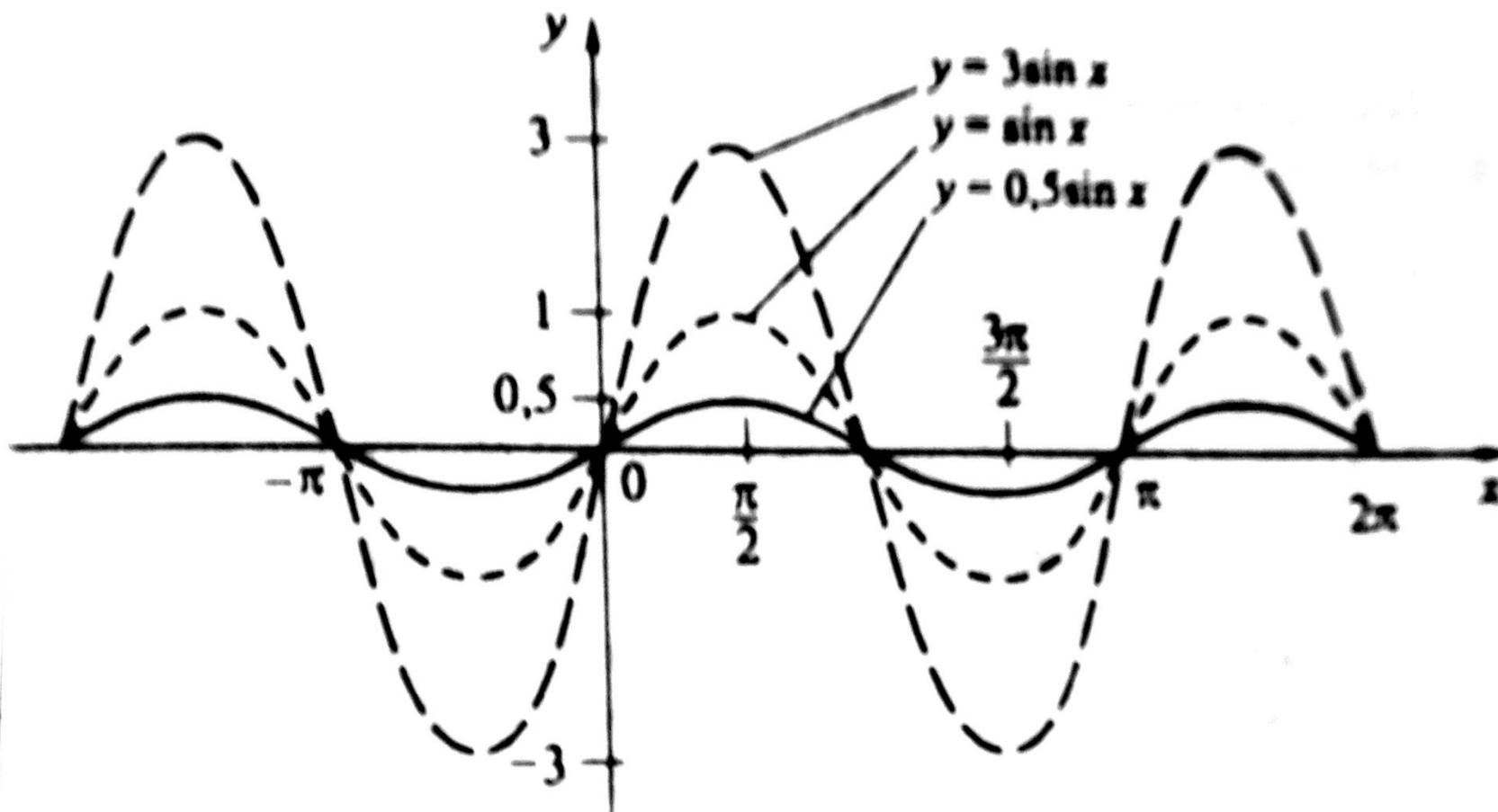
Ординаты графика  $y=3\sin x$  в три раза больше соответствующих ординат графика  $y=\sin x$ .

Поэтому график функции  $y=3\sin x$  строится путём увеличения всех ординат графика  $y=\sin x$  по оси  $OY$  в три раза.

# Построить график функции $y = \frac{1}{2}\sin x$

По тем же соображениям этот график строится способом уменьшения всех ординат исходного графика в два раза, то есть путём сжатия исходного графика по оси  $OY$  в два раза.

# Графики $y=3\sin x$ и $y=1/2\sin x$



# Построить график функции $y=1,5-2\sin(3x+\pi/4)$

$$Y = -2\sin(3x + \pi/4)$$

$$Y = -2\sin(3(x + \pi/12)) + 1,5$$

**Порядок построения графика следующий:**

строим график функции  $y = -\sin x$ ;

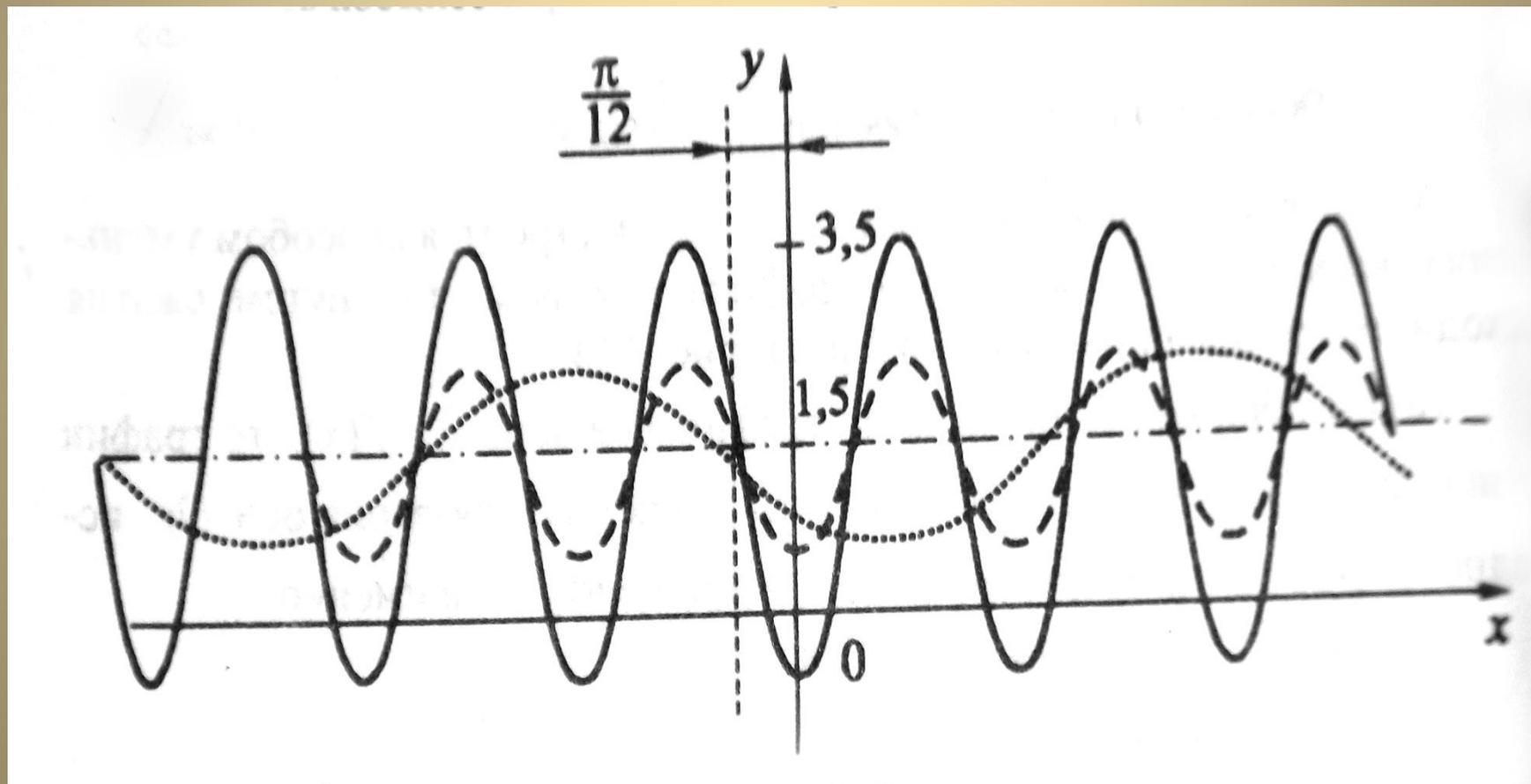
этот график сжимаем по оси абсцисс в три  
раза;

ось ординат переносим по горизонтали на  
 $\pi/12$ ;

график растягиваем по оси ординат в два раза;

ось абсцисс переносим по вертикали на  $1,5$

# График функции $y=1,5-2\sin(3x+\pi/4)$



# Упражнения для самостоятельной работы

## Первый вариант

- Построить графики функций:
  1.  $y = \sin 2x$ ;
  2.  $y = 1 - 2\sin 2x$ ;
  3.  $y = 2\sin x |\cos x|$ ;
  4.  $Y = \operatorname{tg} x \cos x$ ;
  5. Сколько корней имеет уравнение  $\sin 2x = a$  ?

## Второй вариант

- Построить графики функций:
  1.  $Y = -\sin 2x$ ;
  2.  $Y = 1 + 2\sin 2x$ ;
  3.  $Y = 2\cos x |\sin x|$ ;
  4.  $Y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$ ;
  5. Сколько корней имеет уравнение  $-\sin 2x = b$  ?

# Литература

1. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников М.Н., Шевкин А.В. Алгебра и начала анализа: учеб. Для 10 кл. общеобразоват. Учреждений: базовый и профильный уровни/С.М. Никольский, 6 изд М.: Просвещение 2007.-492с.;
2. Родионов Е.М., Филимонов Л.А. Математика. Часть II, книга I. Тригонометрия. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства. М.: Самсусам, 2002.-304с..