

Муниципальное бюджетное учреждение «Средняя
общеобразовательная школа №19 с углубленным изучением
отдельных предметов»

Свойства функции $y=\sin x$ и её график

Пикалова Тамара Павловна
Учитель математики

г.Старый Оскол

2011

Основные свойства функции $y = \sin x$:

- ✓ Область определения- множество всех действительных чисел;
- ✓ Область значения- отрезок $[-1;1]$, значит, \sin - функция ограниченная;
- ✓ Функция нечётная: $\sin(-x) = -\sin x$ для всех x из множества \mathbb{R} ;
- ✓ Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π , то есть $\sin(x+2\pi) = \sin x$ для всех x из множества \mathbb{R} ;

$\sin x = 0$

при $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$;

$\sin x > 0$

для всех $x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$;

$\sin x < 0$

для всех $x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$;

Функция возрастает от **-1** до **1** на промежутках $[-\pi/2 + 2\pi n; \pi/2 + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$;

Функция убывает от **1** до **-1** на промежутках $[\pi/2 + 2\pi n; 3\pi/2 + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$;

Функция принимает наибольшее значение, равное **1**, в точках $x = \pi/2 + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

Функция принимает наименьшее значение, равное **-1**, в точках $x = 3\pi/2 + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;

График синуса на промежутке $[-\pi; \pi]$

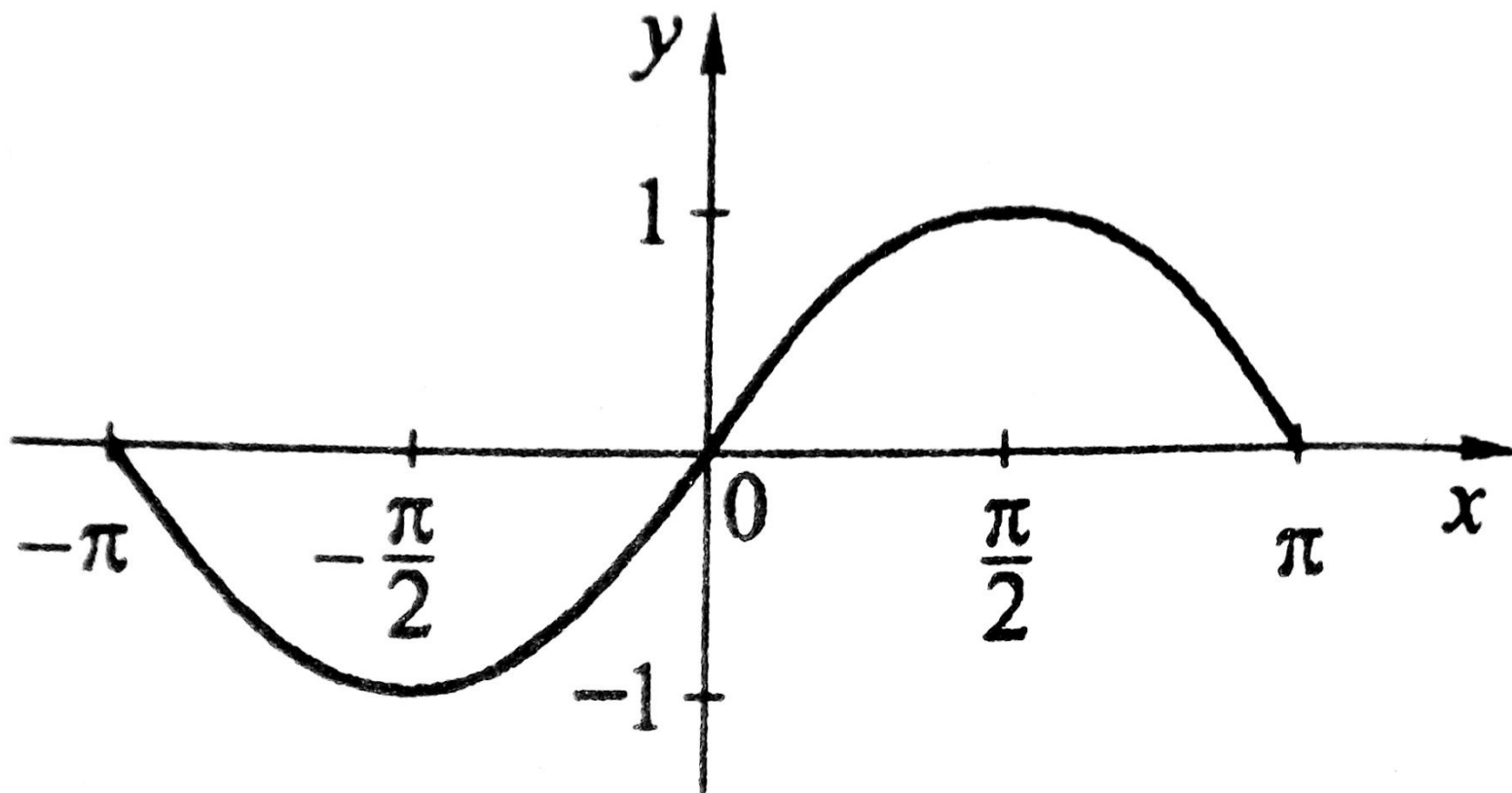
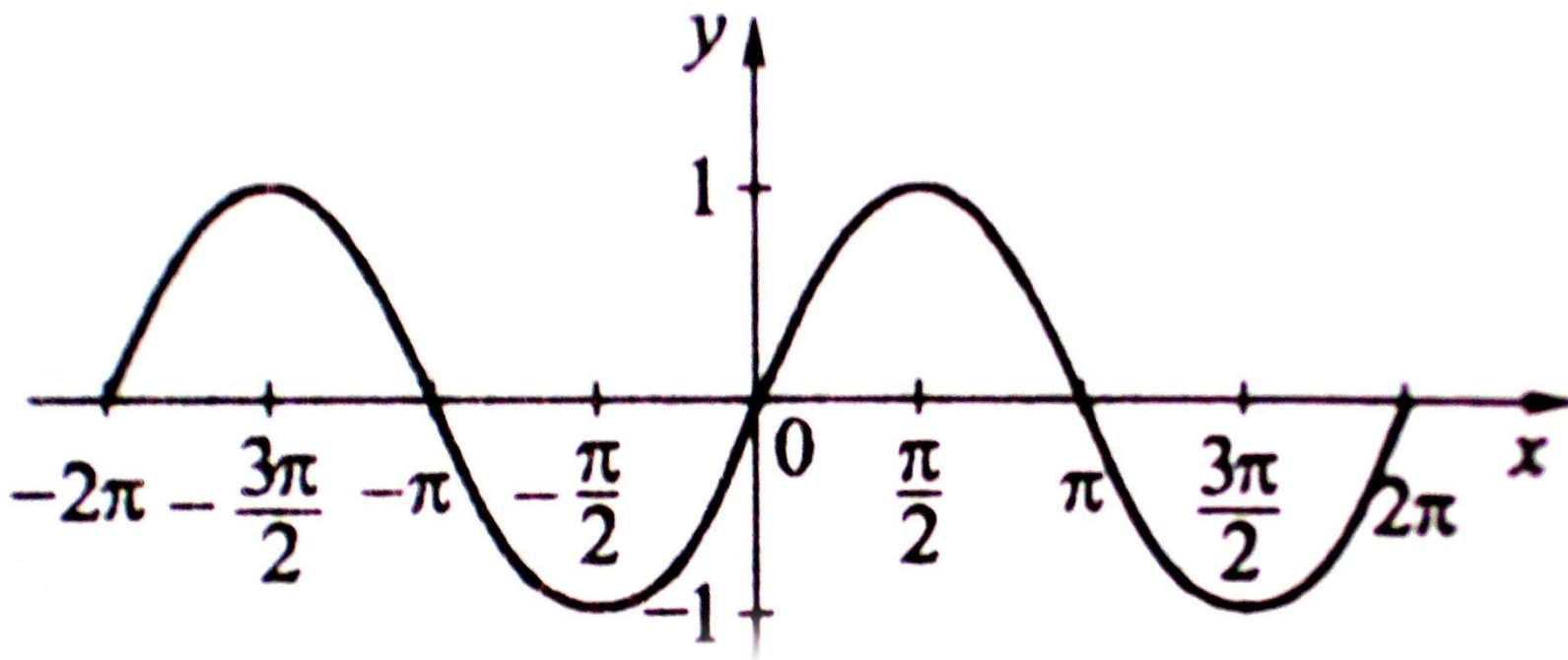


График синуса на всей области определения



Построить график функции $y = \sin 1/2x$

✓ $D(y) = \mathbb{R}$;

✓ $E(y) = [-1; 1]$;

✓ Функция нечётная;

✓ Функция периодическая, так как

$\sin 1/2 x = \sin (1/2x + 2\pi) = \sin((x + 4\pi)/2)$, $T = 4\pi$.

Достаточно построить график на отрезке
 $[0; 2\pi]$;

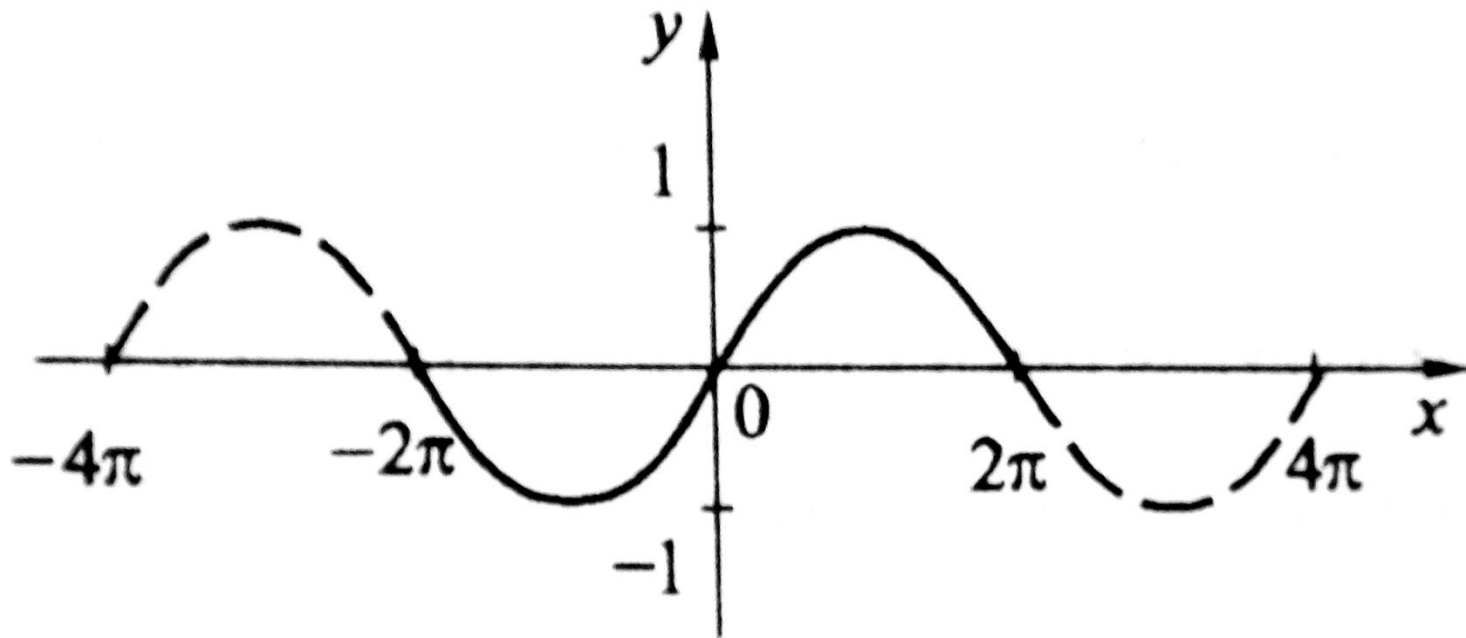
Найдём точки пересечения графика с осью ОХ. Если $y=0$, то $\sin 1/2 x=0$, $x/2=\pi n$,
 $x=2\pi n$, $n=0;1$.

(0;0) и (2π;0)- точки пересечения графика с осью ОХ на данном полупериоде;

Максимум функции равен 1 при $x/2=\pi/2$, то есть при $x=\pi$.

По этим данным строим график $y=\sin 1/2x$.

График функции $y = \sin 1/2x$

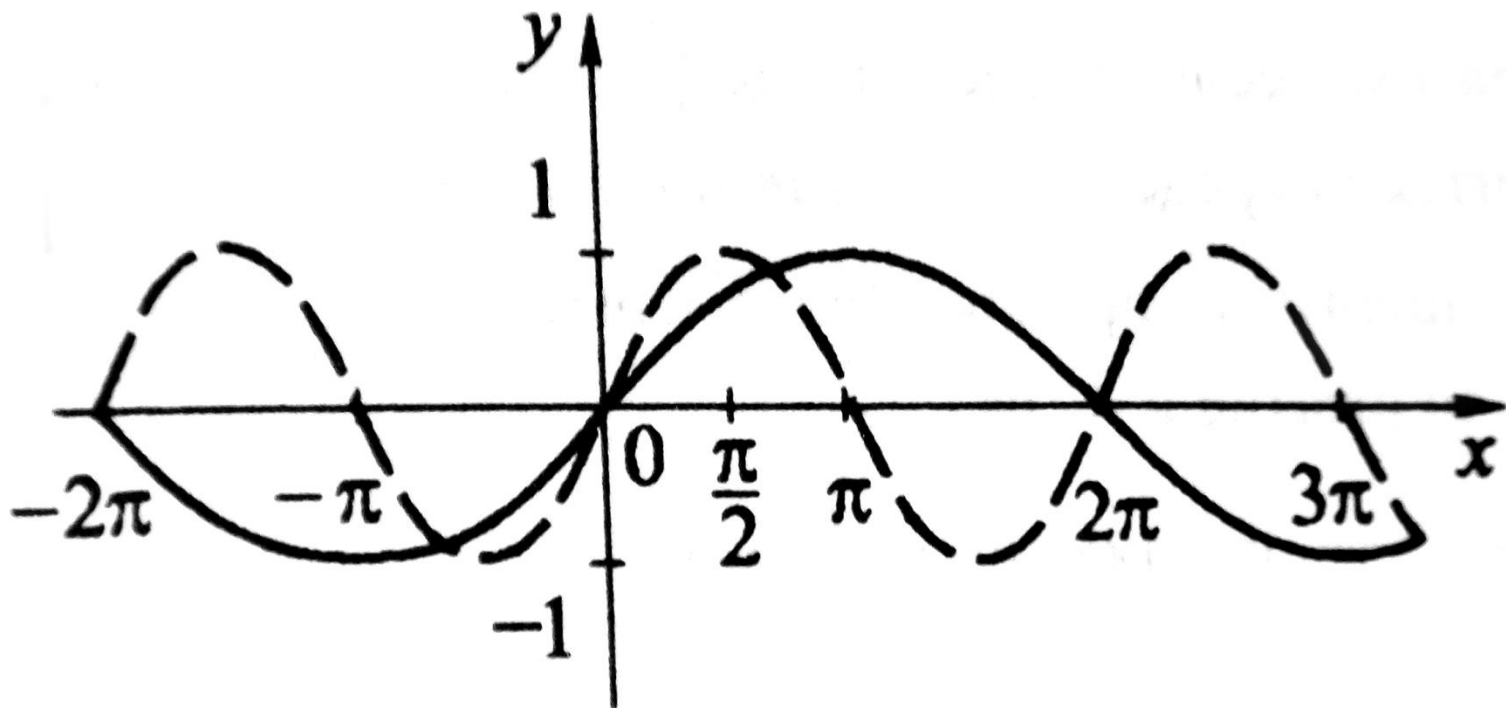


Второй способ построения графика функции $y = \sin \frac{1}{2}x$

Период исходной функции $y = \sin x$ равен 2π , а период заданной функции $y = \sin \frac{1}{2}x$ составляет 4π , то есть, вдвое больше периода исходной функции.

Таким образом, график функции $y = \sin \frac{1}{2}x$ можно построить путём растяжения графика функции $y = \sin x$ вдоль оси Ox вдвое.

График функции $y = \sin \frac{1}{2}x$



Построить график функции $y = \sin 3x$

✓ $D(y) = \mathbb{R};$

✓ $E(Y) = [-1; 1];$

✓ Период функции:

$$\sin 3x = \sin(3x + 2\pi) = \sin 3(x + 2\pi/3);$$

$$T = 2\pi/3, T/2 = \pi/3.$$

✓ Точки пересечения графика с осью OX:

$$\sin 3x = 0, 3x = \pi n, x = \pi n/3, n = 0; 1, \text{ то есть на данном}$$

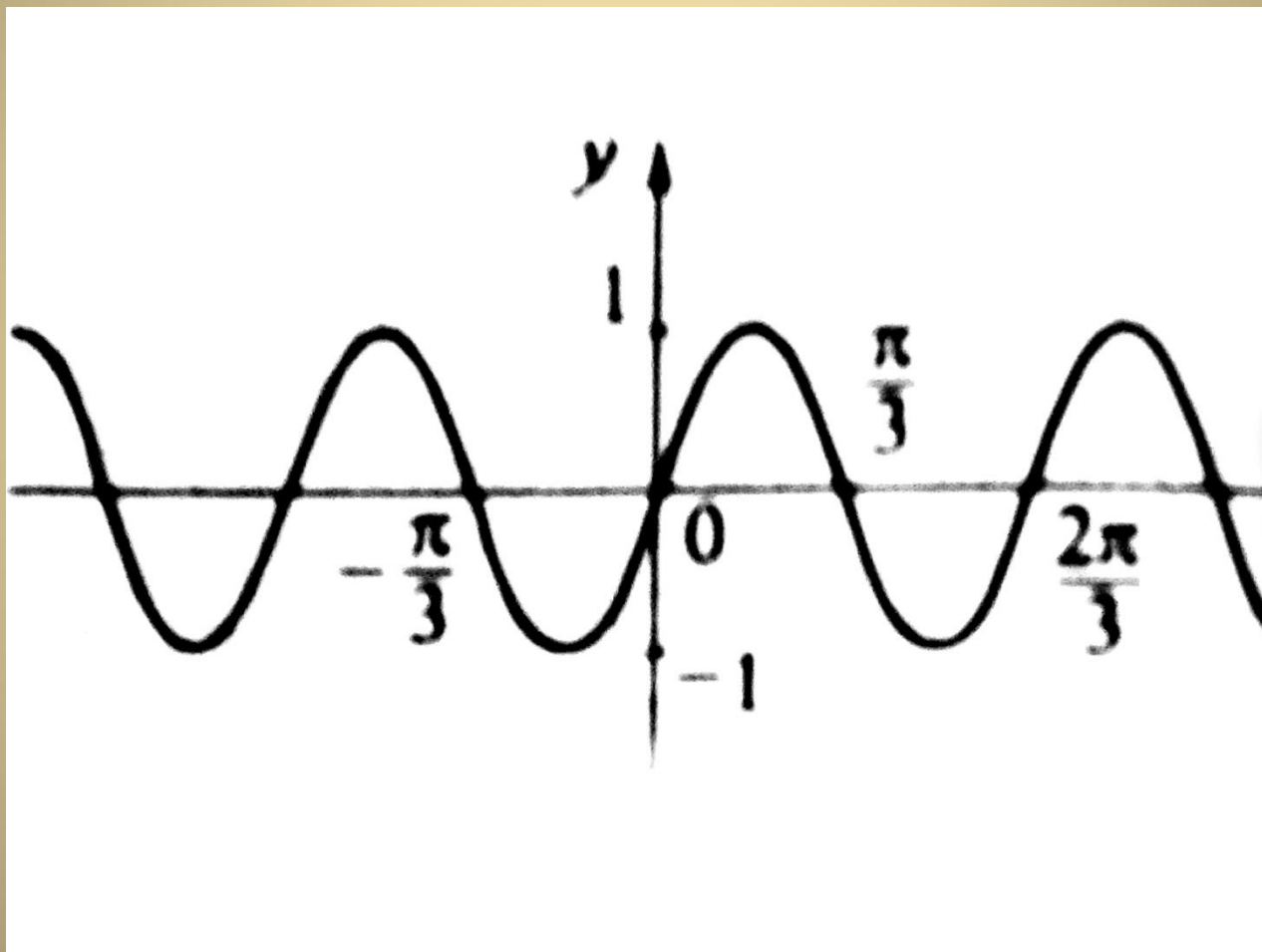
полупериоде кривая пересекает ось OX в точках $(0; 0)$ и $(\pi/3; 0)$;

✓ Максимум функции равен 1 при $3x = \pi/2$, то есть $x = \pi/6$.

По этим данным строим график функции

$$y = \sin 3x$$

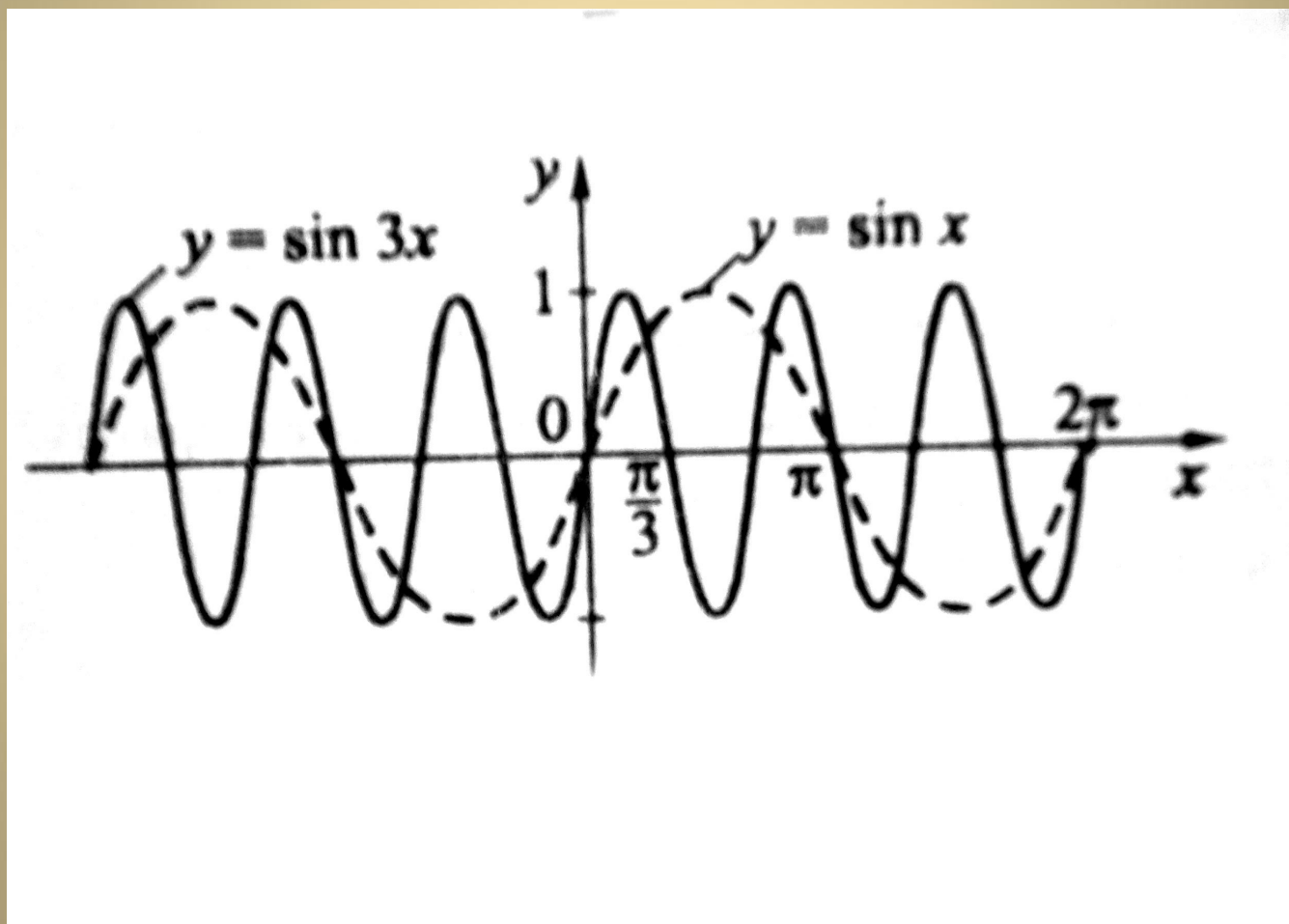
График функции $y = \sin 3x$



Второй способ построения графика функции $y = \sin 3x$

График функции $y = \sin 3x$ можно построить путём сжатия по оси Ox исходного графика $y = \sin x$ в три раза, так как период $2\pi/3$ заданной функции в три раза меньше периода 2π исходной функции

График функции $y = \sin 3x$



Построить график функции $y=3\sin x$

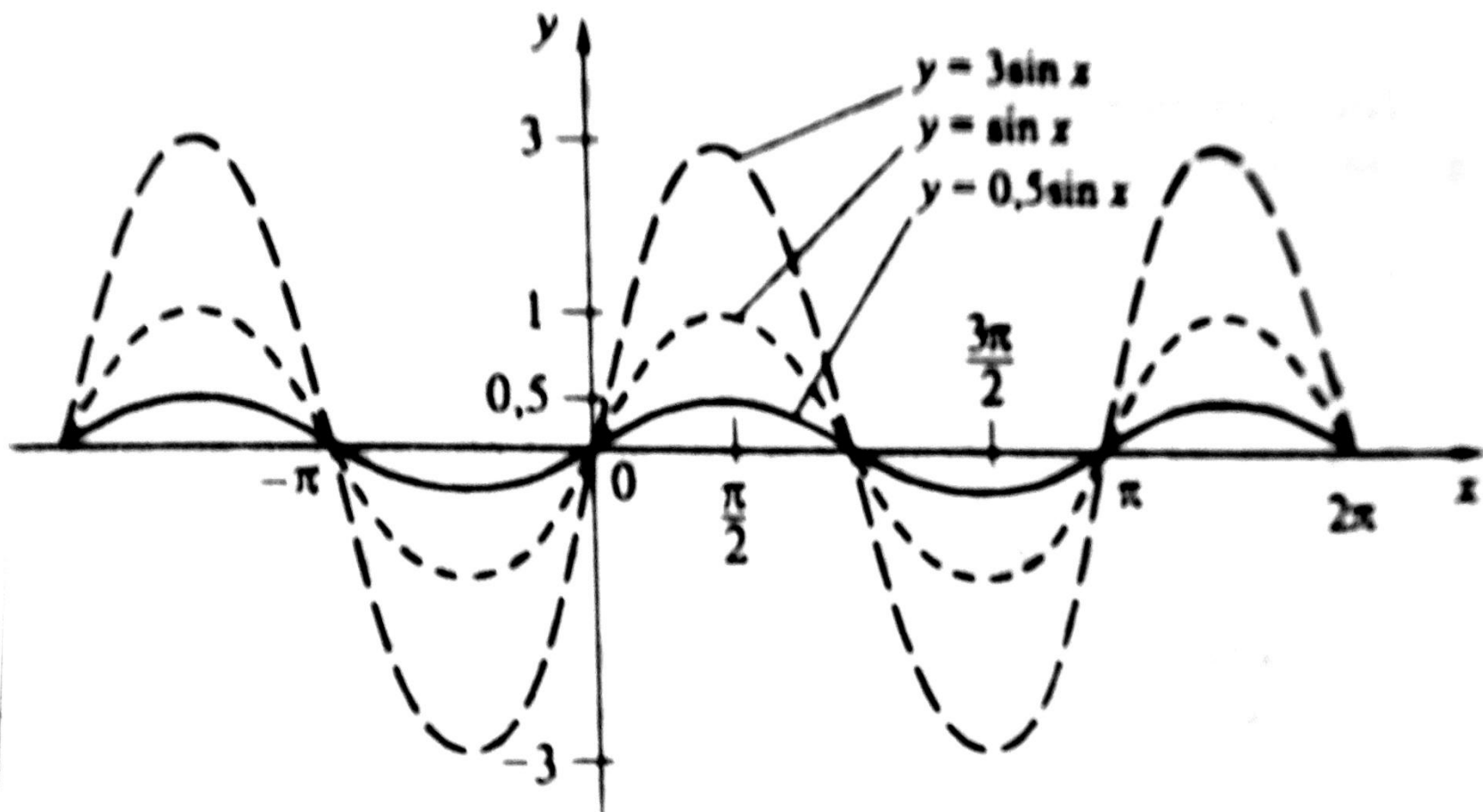
Ординаты графика $y=3\sin x$ в три раза больше соответствующих ординат графика $y=\sin x$.

Поэтому график функции $y=3\sin x$ строится путём увеличения всех ординат графика $y=\sin x$ по оси OY в три раза.

Построить график функции $y = \frac{1}{2}\sin x$

По тем же соображениям этот график строится способом уменьшения всех ординат исходного графика в два раза, то есть путём сжатия исходного графика по оси OY в два раза.

Графики $y=3\sin x$ и $y=1/2\sin x$



Построить график функции $y=1,5-2\sin(3x+\pi/4)$

$$Y = -2\sin(3x + \pi/4)$$

$$Y = -2\sin(3(x + \pi/12)) + 1,5$$

Порядок построения графика следующий:

строим график функции $y = -\sin x$;

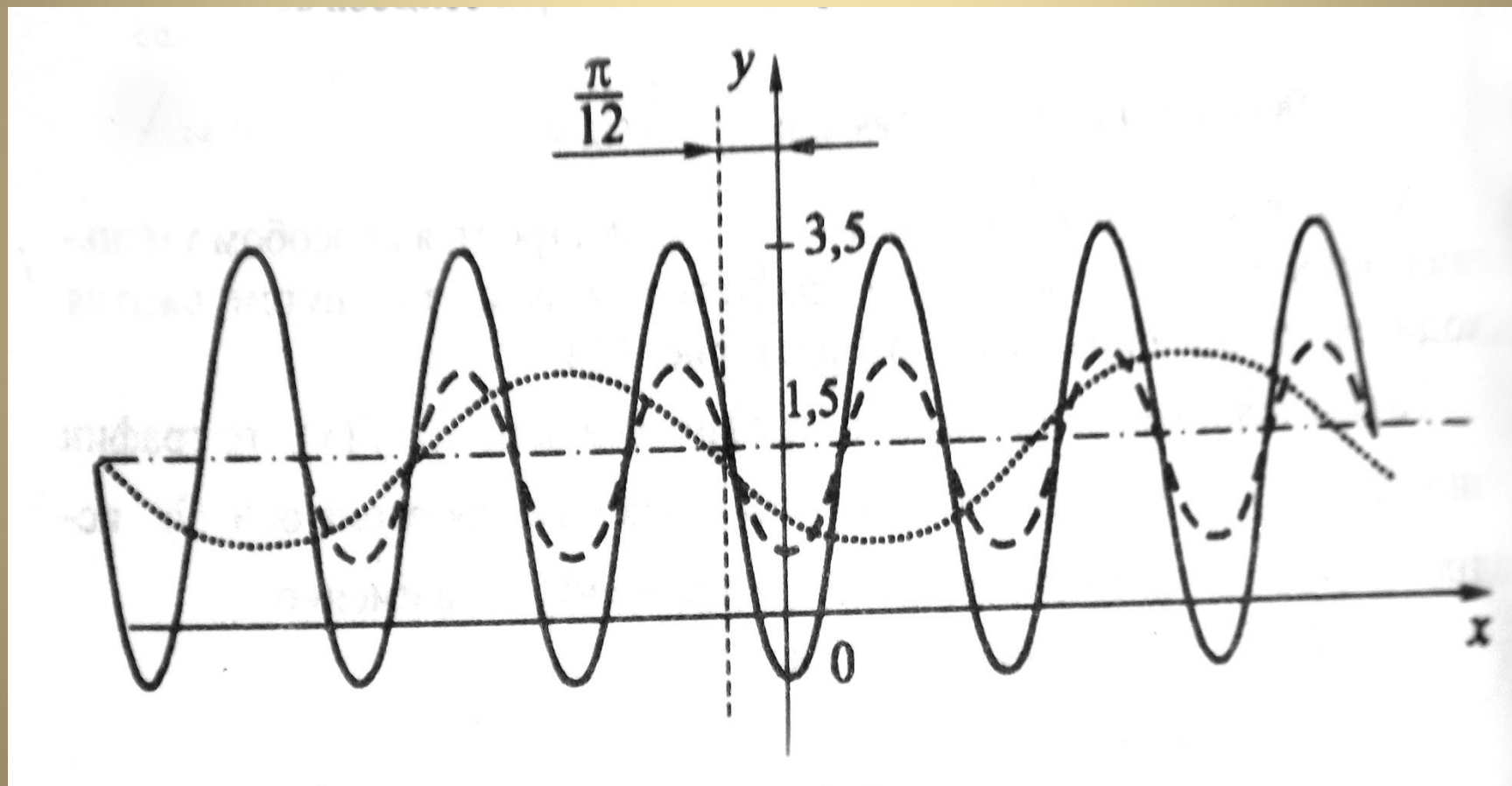
этот график сжимаем по оси абсцисс в три
раза;

ось ординат переносим по горизонтали на
 $\pi/12$;

график растягиваем по оси ординат в два раза;

ось абсцисс переносим по вертикали на $1,5$

График функции $y=1,5-2\sin(3x+\pi/4)$



Упражнения для самостоятельной работы

Первый вариант

- Построить графики функций:
 1. $y = \sin 2x$;
 2. $y = 1 - 2\sin 2x$;
 3. $y = 2\sin x |\cos x|$;
 4. $Y = \operatorname{tg} x \cos x$;
 5. Сколько корней имеет уравнение $\sin 2x = a$?

Второй вариант

- Построить графики функций:
 1. $Y = -\sin 2x$;
 2. $Y = 1 + 2\sin 2x$;
 3. $Y = 2\cos x |\sin x|$;
 4. $Y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$;
 5. Сколько корней имеет уравнение $-\sin 2x = b$?

Литература

1. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников М.Н., Шевкин А.В. Алгебра и начала анализа: учеб. Для 10 кл. общеобразоват. Учреждений: базовый и профильный уровни/С.М. Никольский, 6 изд М.: Просвещение 2007.-492с.;
2. Родионов Е.М., Филимонов Л.А. Математика. Часть II, книга I. Тригонометрия. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства. М.: Самсусам, 2002.-304с..