

Парадоксы и софизмы в математике

Авторы проекта:

*Ломоносов Сергей и Ломонос Татьяна
ученики 11 класса
Жуховичской гимназии*



Руководитель проекта:

*Мысливец Раиса Борисовна
учитель математики
Жуховичской гимназии*

Почему мы взялись за эту работу?



Мы очень любим решать задачи и разгадывать математические ребусы, но в математике есть задачи, которые не похожи на другие, они как будто бы правильные, но в то же время неправильные. Это софизмы!

Почему мы взялись за эту работу?

Поиск заключенных в софизме ошибок, ясное понимание их причин ведут к осмысленному постижению математики и, кроме того, показывает, что математика – это живая наука.

Надеемся, что наш проект принесёт пользу ребятам и учителям.

Цель и задачи.

Цель: изучить данную тему и создать презентацию для использования ее на уроках.

Задачи:

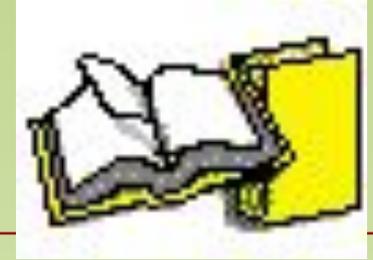
1. Познакомиться с парадоксами и софизмами; узнать, в чем их отличие.
2. Понять, как найти ошибку в них.
3. Обобщить найденный материал.
4. Составить компьютерную презентацию.

А теперь немного истории...

В Древней Греции **«софисты»** (от греческого слова *sofos*, означающего мудрость) – мыслители, люди, авторитетные в различных вопросах.

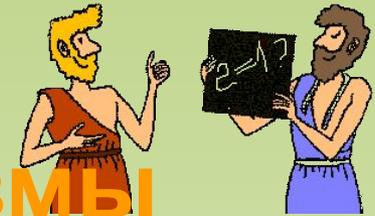
Их задачей обычно было научить убедительно защитить любую точку зрения.

Софизмы



Софизм- формально кажущееся правильным, но по существу ложное умозаключение, основанное на неправильном подборе исходных положений (словарь Ожегова)

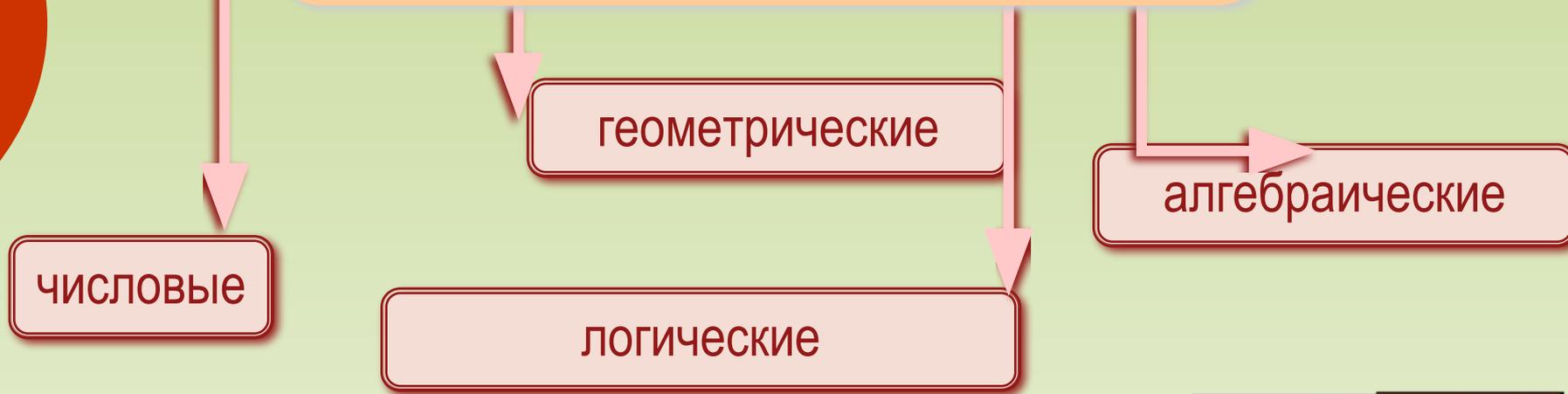
Математические софизмы



Математический софизм – удивительное утверждение, в доказательстве которого кроются незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки.

Особенно часто в **софизмах** выполняют "запрещенные" действия или не учитываются условия применимости теорем, формул и правил.

Математические софизмы



В своей работе мы рассмотрели много математических софизмов и сейчас приведем примеры некоторых из них.



Софизм №1 «Пять равно шести»

Возьмем тождество $35+10-45=42+12-54$.

В каждой части вынесем за скобки общий множитель:

$$5(7+2-9)=6(7+2-9).$$

Теперь, получим, что $5=6$. Где ошибка?

Разбор софизма.

Ошибка допущена при делении верного равенства $5(7+2-9)=6(7+2-9)$ на число $7+2-9$, равное 0. Этого нельзя делать.

Любое равенство можно делить только на число, отличное от 0.

Софизм №2

«Один рубль не равен ста копейкам»

Известно, что любые два равенства можно перемножить почленно, не нарушая при этом равенства, т. е. если $a = b$ и $c = d$, то $ac = bd$.

Применим это положение к двум очевидным равенствам: 1 рубль = 100 копейкам и

10 рублей = 1000 копеек

Перемножая эти равенства почленно, получим

10 рублей = 100 000 копеек

и, разделив последнее равенство на 10, получим, что

1 рубль = 10 000 копеек

Таким образом,

один рубль не равен ста копейкам.

Где ошибка?

«Один рубль не равен ста копейкам»

Разбор софизма: Ошибка, допущенная в этом софизме, состоит в нарушении правила действий с именованными величинами: все действия, совершаемые над величинами, необходимо совершать также и над их размерностями.

Софизм №3 «Дважды два - пять»

Напишем тождество $4:4=5:5$.

Вынесем из каждой части тождества общие

множители за скобки, получаем:

$$4(1:1)=5(1:1) \text{ или } (2 \cdot 2) \cdot (1:1) = 5(1:1)$$

Так как $1:1=1$, то сократим и получим

$$2 \cdot 2 = 5 \text{ Где ошибка?}$$

Разбор софизма. Ошибка сделана при вынесении общих множителей 4 из левой части и 5 из правой.

Действительно, $4:4=1:1$, но $4:4 \neq 4(1:1)$.

Софизм №4

«Уравнение $x-a=0$ не имеет корней»

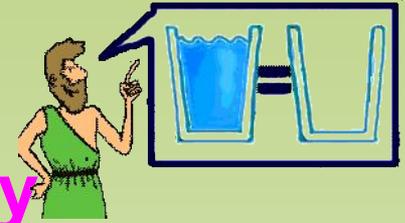
Дано уравнение $x-a=0$. Разделив обе части этого уравнения на $x-a$, получим, что $1=0$. Поскольку это равенство неверное, то это означает, что исходное уравнение не имеет корней.

Где ошибка?

Разбор софизма. Поскольку $x=a$ – корень уравнения, то, разделив на выражение $x-a$ обе его части, мы потеряли этот корень и поэтому получили неверное равенство $1=0$.

Софизм №5

«Полный стакан равен пустому»



Пусть имеется стакан, наполненный водой до половины. Тогда можно сказать, что стакан, наполовину полный равен стакану наполовину пустому. Увеличивая обе части равенства вдвое, получим, что стакан полный равен стакану пустому.

Верно ли приведенное суждение?

Где ошибка?

Разбор софизма. Ясно, что приведенное рассуждение неверно, так как в нем применяется неправомерное действие: увеличение вдвое. В данной ситуации его применение бессмысленно.

Логические софизмы

«Софизм учебы»

Данным софизмом является песенка,
сочиненная английскими студентами:

Песенка

**The more you study, the more you know
The more you know, the more you forget
The more you forget, the less you know
The less you know, the less you forget
The less you forget, the more you know
So why study?**

Логические софизмы

«Софизм учебы»

Перевод.

Чем больше учишься, тем больше знаешь.
Чем больше знаешь, тем больше забываешь.
Чем больше забываешь, тем меньше знаешь.
Чем меньше знаешь, тем меньше забываешь.
Но чем меньше забываешь, тем больше знаешь.
Так для чего учиться?

Не философия, а мечта лентяев!

Парадоксы

Парадокс (греч. "пара" - "против", "докса" - "мнение") близок к софизму. Но от него он отличается тем, что это не преднамеренно полученный противоречивый результат.

Парадокс - странное, расходящееся с общепринятым мнением, высказывание, а также мнение, противоречащее (иногда только на первый взгляд) здравому смыслу (словарь Ожегова).

Математический парадокс – высказывание, которое может быть доказано и как истинна, и как ложь.

Логические парадоксы

Это парадоксы, которые затрагивают сферы логики и здравого смысла.

Казалось бы, парадокс - и парадокс себе, и стоит ли сильно по его поводу переживать.

Однако некая легенда гласит, что древнегреческий философ Кронос, не в силах разрешить его, от огорчения умер.

Парадокс №1. «Парадокс лжеца»

Этот древнегреческий логический парадокс имеет множество вариаций. Мы приведем одну из них.

Человек произносит: « Я лгу».

Он обманывает или говорит правду?

С одной стороны, он говорит неправду, т.к. это утверждает. Но это означает, что он утверждает истину, а, следовательно, лжет.

Парадокс №2.

«Парадокс кучи»

Имеется утверждение:
разница между "кучей" и "не кучей" не в одном элементе.

Возьмем некоторую кучу, например, орехов. Теперь начнем брать из нее по ореху:

50 орехов - куча,

49 - куча,

48 - тоже куча и т.д.

Так дойдем до одного ореха, который тоже составит кучу.

Вот тут-то и парадокс – **сколько орехов бы мы не взяли, они все равно будут кучей.**

Такое рассуждение нельзя применять, так как не определено само понятие «куча».

Парадокс №3.

«Парадокс парикмахера»

В некой деревне, в которой живет один единственный парикмахер, был издан указ:

"Парикмахер имеет право брить тех и только тех жителей деревни, которые не бреются сами".

Может ли парикмахер брить самого себя?

Парадокс №3.

«Парадокс парикмахера»

Если он хочет сам себя брить, то он не может этого сделать, так как он может брить только тех, которые себя не бреют; если же он не будет себя брить, то, как и все, не бреющие себя, он должен бриться у себя.

Итак, он не может ни брить себя, ни не брить себя.

Парадокс!

Парадокс №4.

«мэр города»

Каждый мэр города живет или в своем городе, или вне него.

Был выделен один специальный город, где бы жили мэры, не живущие в своих городах.

Где должен жить мэр этого специального города?

Парадокс №4. «мэр города»

Если мэр не пожелает жить в своем городе, то он все равно должен жить в нем, так как этот город предназначен для тех мэров, которые не живут в своих городах!!!

Парадокс!

Заключение



Итак мы познакомились с увлекательной темой, узнали много нового, научились решать задачи на софизмы, находить в них ошибку, разбираться в парадоксах.

Тема нашей работы далеко не исчерпана. Мы рассмотрели лишь некоторые, самые известные примеры софизмов и парадоксов. На самом деле их намного больше. Мы продолжим изучение этой темы в дальнейшем.