

Системы счисления

Системы счисления делятся на позиционные и непозиционные. В позиционной системе вес цифры зависит от ее позиции (места) в числе. В непозиционной – не зависит. Примером **непозиционной** **СС** является Римская система счисления (иероглифическая):

РИМСКАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Например: MCMXCIX = 1999, MM = 2000.

Позиционные системы счисления

Количество цифр в СС называется ее **основанием**.
Позиция цифры в числе называется ее **разрядом**, а количество цифр в числе его **разрядностью**.

Десятичная система счисления.

Цифры 0, 1, 2, 3, ...9

Основание = 10

Например: 1221 – 4-х разрядное число.

Вес единиц – 1000 и 1, вес двоек 200 и 20

Разложим это число по степеням основания:

3 2 1 0 – номера разрядов (разряды нумеруются справа налево от 0)

$$2 \ 2 \ 1 = 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 = 1000 + 200 + 20 + 1$$

Каждую цифру умножаем на **основание (10)** в степени равной разряду

Двоичная система счисления

Цифры 0, 1

Основание = 2

Например: 11111_2 – 5-и разрядное двоичное число.

Вес единиц – 1, 2, 4, 8, 16 справа налево

Для примера, разложим число 10001_2 по степеням основания для перевода двоичного числа в десятичную систему счисления:

4 3 2 1 0 – номера разрядов

$$1\ 0\ 0\ 0\ 1_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 16 + 0 + 0 + 0 + 1 = 17$$

Каждую цифру умножаем на **основание (число 2)** в степени = разряду, складываем произведения и получаем десятичный эквивалент двоичного числа

$$10001_2 = 17$$

Правило обратного перевода (из десятичной СС в двоичную) :

Целочисленное деление десятичного числа на 2 несколько раз, пока в частном не получится 1. Записать 1 и приписать к ней все остатки целочисленного деления в обратном порядке.

$$\begin{array}{r|l} 13 & 2 \\ \hline 12 & 6 \quad 2 \\ \hline 1 & 6 \quad 3 \quad 2 \\ & 0 \quad 2 \quad 1 \\ & \quad 1 \end{array}$$

Ответ: $13 = 1101_2$

Проверка разложением по степеням основания:

3 2 1 0 - номера разрядов

$$1 \ 1 \ 0 \ 1_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 2^3 + 2^2 + 2^0 = 8 + 4 + 1 = 13$$

ТАБЛИЦА СТЕПЕНЕЙ ЧИСЛА 2

2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Перевод из десятичной системы счисления в двоичную вычитанием степеней двойки

$$\begin{array}{rcccc} & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 25 & = & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ - & 1 & 6 & & & & \\ \hline & & 9 & & & & \\ - & & & 8 & & & \\ \hline & & & & 1 & & \end{array}$$

Задание: перевести свой день рождения в двоичную систему счисления двумя способами

Сложение в двоичной системе счисления

$$\begin{array}{r} 1_2 \\ + 0_2 \\ \hline 1_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1_2 \\ + 1_2 \\ \hline 10_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11011_2 \\ + 10011_2 \\ \hline 101110_2 \end{array}$$

Восьмеричная система счисления.

Цифры: $0, 1, 2, \dots, 7$

Основание = 8

Для перевода числа из 8-ричной СС в 10-ную разложим его по степеням основания (восьмерки).

Например: 127_8

2 1 0

$$1\ 2\ 7_8 = 1 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 64 + 16 + 7 = 87$$

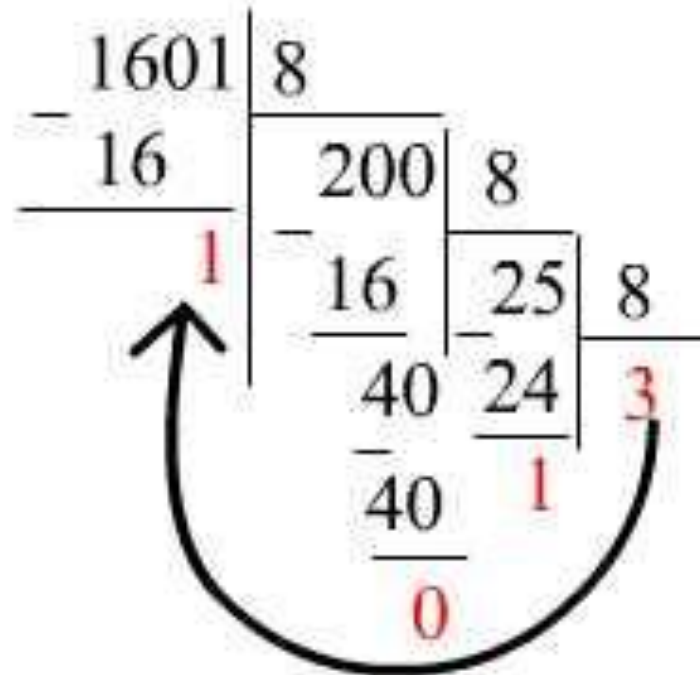
Обратный перевод: $197 = 305_8$

Правило обратного перевода:

Целочисленное деление на 8 несколько раз пока в частном не получим цифру < 8 , затем записываем эту цифру и приписываем все остатки целочисленного деления в обратном порядке.

Задание: перевести свой год рождения в 8-ричную систему счисления.

Пример перевода десятичного числа 1601 в восьмеричное:



Ответ: $1601 = 3101_8$

3 2 1 0

Проверка: $3101_8 = 3 \cdot 8^3 + 1 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0$
 $= 3 \cdot 512 + 64 + 0 + 1 = 1536 + 64 + 1 = 1601$

Шестнадцатеричная система счисления.

Цифры: 0, 1, 2, ..., 9, A, B, C, D, E, F

Основание = 16

Для перевода числа из 16-ричной СС в 10-ную разложим его по степеням основания (16-ти).

Например: $A05_{16}$

2 1 0

$$A 0 5_{16} = 10 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0 = 2560 + 0 + 5 = 2565$$

Обратный перевод: $2565 = A05_{16}$

Правило обратного перевода:

Целочисленное деление на 16 несколько раз пока в частном не получим цифру < 16, затем записываем эту цифру и приписываем все остатки целочисленного деления в обратном порядке.

Задание: перевести свой год рождения в 16-ричную систему счисления.

**Таблица перевода первых 15 чисел
натурального ряда из десятичной
системы счисления в двоичную,
восьмеричную,
шестнадцатеричную.**

10cc	2cc	8cc	16cc
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Перевод из двоичной системы счисления в восьмеричную и шестнадцатеричную ($2 \leftrightarrow 8$) ($2 \leftrightarrow 16$)

8-ми и 16-ричная СС используются как промежуточные между десятичной и двоичной СС. Перевести число из двоичной в 8-ми или 16-ричную системы очень легко. Так же легко сделать обратный перевод.

Триада – три двоичных разряда

$2 \rightarrow 8$ Разбиваем двоичное число на триады справа налево и каждую триаду записываем восьмеричным числом $1.011.101.110_2 = 1356_8$

$8 \rightarrow 2$ Каждую цифру восьмеричного числа записываем как триаду $1533_8 = 1.101.011.011_2$

Тетрада – четыре двоичных разряда

$2 \rightarrow 16$ Разбиваем двоичное число на тетрады справа налево и каждую тетраду записываем 16-ричным числом $1.0111.1011.1010_2 = 17BA_{16}$

$16 \rightarrow 2$ Каждую цифру 16-ричного числа записываем как тетраду $1F03_{16} = 1.1111.0000.0011_2$

Три способа перевода чисел из одной системы счисления в другую

Из любой сс в 10-ую	Разложение по степеням основания
Из 10-ой сс в любую	Деление на основание
Из 2 в 8 и 16-ричную	Разбиение на триады и тетрады

Другие системы счисления

В какой системе счисления
 $5+1=10$?

В 6-ричной

В какой системе счисления
 $3+3=11$?

В 5-ричной

Переведите число 201_3 в

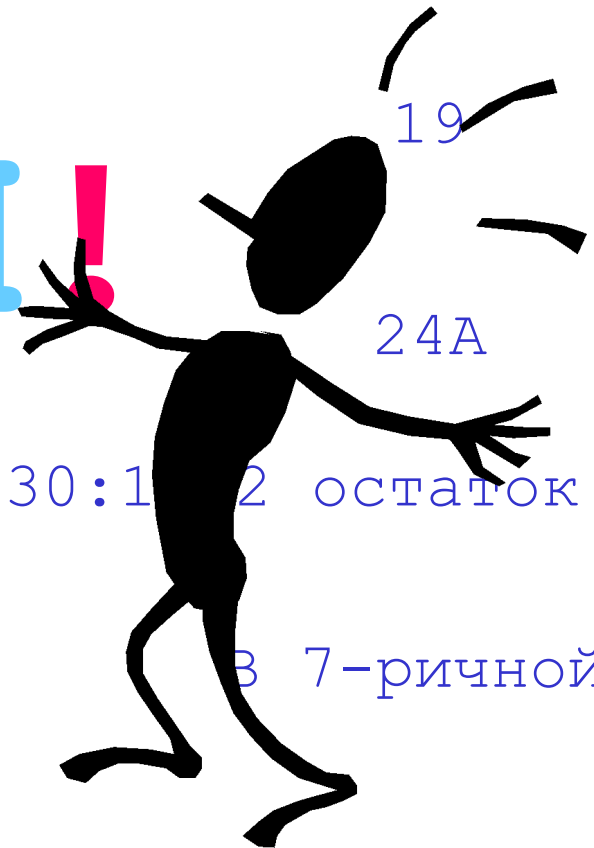
МОЛОДЦЫ!

Переведите число 400 в
тринадцатеричную СС

Так как $400:13=30$ остаток А; $30:13=2$ остаток 4

В какой системе счисления
 $10-3=4$?

В 7-ричной



19

24A