

**Элементы статистики  
и теории вероятностей в курсе  
математики основной школы**



**Урок 1. Введение.  
Историческая  
справка.**

# Вечные истины

Математику многие любят за ее вечные истины: дважды два всегда четыре, сумма четных чисел четна, а площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

$$S = a \cdot b$$

$$2 \times 2 = 4$$

В любой задаче, которую мы решаем на уроках математики, у всех получается один и тот же ответ – нужно только не делать ошибок в решении.

# Случайные события

Реальная жизнь оказывается не такой простой и однозначной. Исходы многих явлений невозможно предсказать заранее, какой бы полной информацией мы о них не располагали.



Нельзя, например, сказать наверняка, какой стороной упадет брошенная вверх монета, когда в следующем году выпадет первый снег или сколько человек в школе получат в течение сегодняшнего дня только отличные оценки.

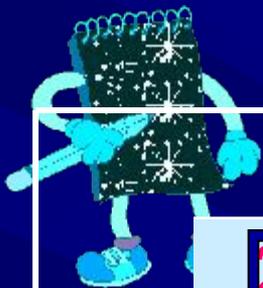
# Случай имеет свои законы !

Однако случай тоже имеет свои законы, которые начинают проявляться при многократном повторении случайных явлений.

Именно такие закономерности изучаются в специальном разделе математики



# кресворд



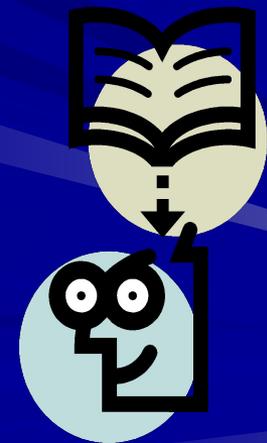
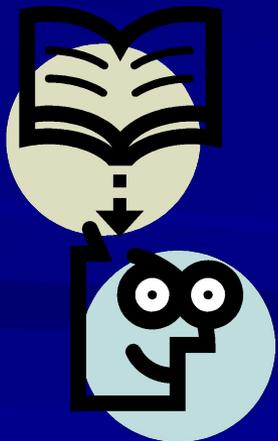
			к	в	а	д	р	а	т
п	р	о	ц	е	н	т			
			р	а	з	р	я	д	
р	а	з	н	о	с	т	ь		
	з	а	п	я	т	а	я		
			о	т	р	е	з	о	к
	е	д	и	н	и	ц	а		
р	е	ш	е	т	о				
			в	ы	с	о	т	а	
	к	р	а	т	н	о	е		
д	р	о	б	ь					



# Случайность и здравый смысл

«Теория вероятностей есть в сущности не что иное, как здравый смысл, сведенной к исчислению»

*Лаплас*



В настоящее время

Теория вероятностей

имеет статус точной науки  
наравне с арифметикой, алгеброй,  
геометрией, тригонометрией и т.д.

Этот раздел математики уже входит в  
школьные учебники и весьма вероятно,  
что в скором времени будет включен в  
программу экзамена.

А начиналось все весьма своеобразно...

# Почему явления представляются нам случайными?

1. Отсутствие полной информации о них.
2. Явления случайны в силу своей природы.
3. Представления о достоверности или случайности явления зависят от объективных закономерностей процесса познания.
4. Природа случайности имеет свои истоки в наших представлениях о физическом строении материи.

# Предыстория теории вероятностей



Богатый материал для наблюдения за случайностью на протяжении многих веков давали азартные игры.

# У истоков науки

В археологических раскопках специально обработанные для игры кости животных встречаются, начиная с V века до н.э.

Самый древний игральный кубик найден в Северном Ираке и относится к IV тысячелетию до н.э.



# Закономерности в случайных событиях

Люди, многократно следившие за бросанием игральных костей, замечали некоторые закономерности, управляющие этой игрой. Результаты этих наблюдений формулировались как «Золотые правила» и были известны многим игрокам.

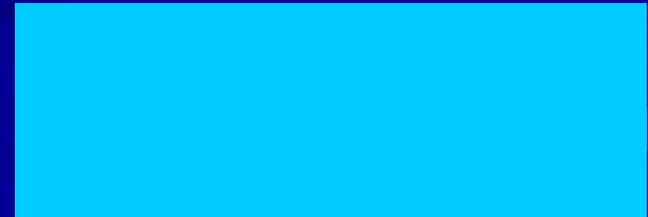
*Однако первые вычисления появились только в X-XI веках.*

# Знаменитая задача

Одна из самых знаменитых задач, способствовавших развитию теории вероятностей, была задача о разделе ставки, помещенная в книге Луки Паччиоли (1445-ок.1514).

Книга называлась «Сумма знаний по арифметике, геометрии, отношении и пропорции» и была опубликована в Венеции в 1494 году.

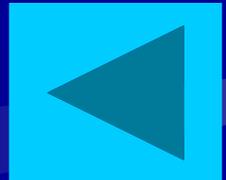
Задача Паччиоли



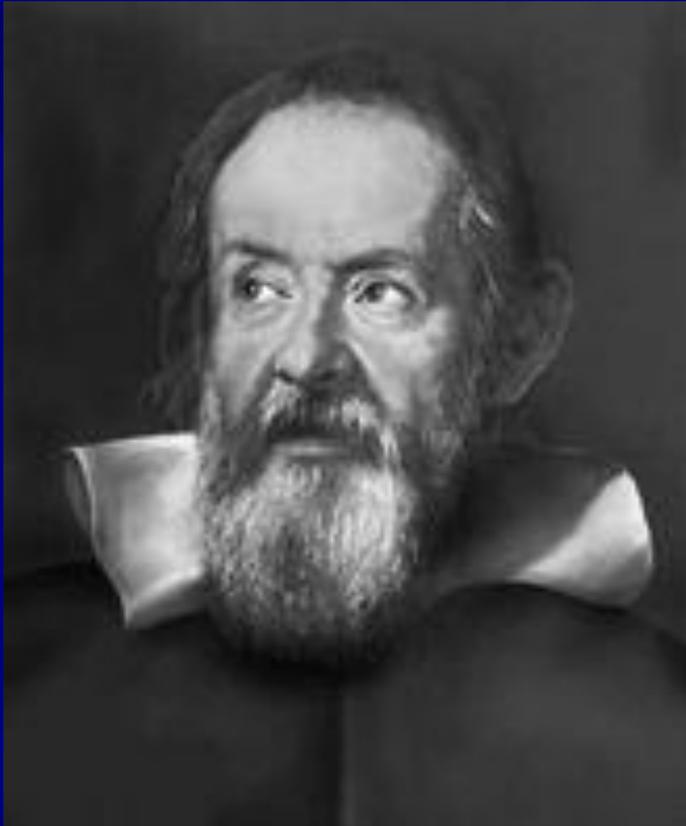
# Задача Паччиоли

Двое играют в некоторую игру, где шансы на победу у каждого игрока одинаковы. Игроки договорились играть до 6 побед, но игра остановилась, когда у одного было 5 побед, а у другого – 3 .  
Как следует разделить приз?

(Сам Паччиоли считал, что приз надо делить пропорционально количеству выигранных партий. Однако правильный ответ не так прост.)



# Новые имена



Следующим человеком, который внес значительный вклад в осмысление законов, управляющих случаем, был Галилео Галилей (1564 -1642).

Именно он заметил, что результаты измерений носят случайный характер.

***Результаты физических экспериментов нуждаются в поправках, основанных на теории вероятностей.***

# Новые имена



Важный этап в развитии теории вероятностей связан с именами французских математиков

*Блеза Паскаля* (1623 -1662) и *Пьера Ферма* (1601- 1665).

В ответах этих ученых на запросы азартных игроков и переписке между собой были введены основные понятия этой теории – вероятность события и математическое ожидание



Задача кавалера де Мере

# Задача кавалера де Мере

При четырехкратном бросании игральной кости что происходит чаще: выпадет шестерка хотя бы один раз или же шестерка не появится ни разу?

Эта одна из тех задач, с которыми кавалер де Мере обратился к Б.Паскалю в надежде узнать выигрышную стратегию.



Решение задачи кавалера де Мере

# Решение задачи кавалера де Мере

При четырехкратном  
бросании игральной  
кости что  
происходит чаще:  
выпадет шестерка  
хотя бы один раз  
или же шестерка не  
появится ни разу?

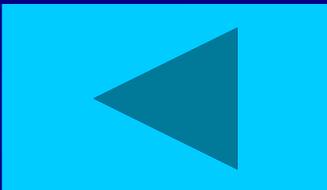
На каждой из четырех костей может выпасть любое из шести чисел, независимо друг от друга.

Всего вариантов  $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$

Количество вариантов без шестерки будет, соответственно,  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

В остальных  $1296 - 625 = 671$  вариантах шестерка выпадет хотя бы один раз.

Значит, появление шестерки хотя бы один раз при четырех бросаниях происходит чаще, чем ее неоявление.



# На пути становления науки



Выдающийся голландский математик, механик, астроном и изобретатель Х.Гюйгенс (1629 - 1695) под влиянием переписки Паскаля и Ферма заинтересовался задачами вероятностного характера, результатом чего явилась работа «О расчетах в азартных играх».

Трактат Гюйгенса выдержал несколько изданий и был единственной книгой по теории вероятностей в XVII веке.

# На пути становления науки



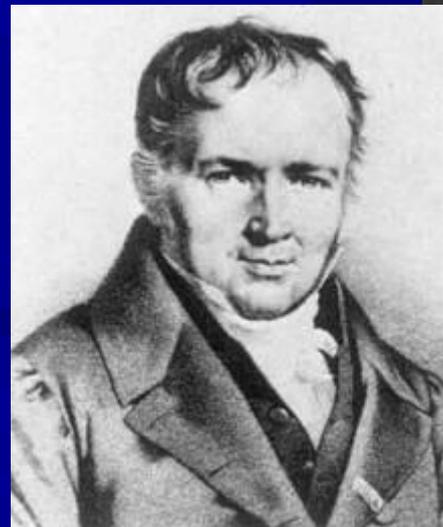
Но как математическая наука теории вероятностей начинается с работы выдающегося швейцарского математика **Якоба Бернулли** (1654 -1705) «Искусство предположений».

В этом трактате доказано ряд теорем, в том числе и самая известная теорема «Закон больших чисел»

# История продолжается

Крупнейшими  
представителями  
теории вероятностей  
как науки были  
математики

- П. Лаплас (1749-1827)
- К. Гаусс (1777-1855)
- С. Пуассон (1781-1840)

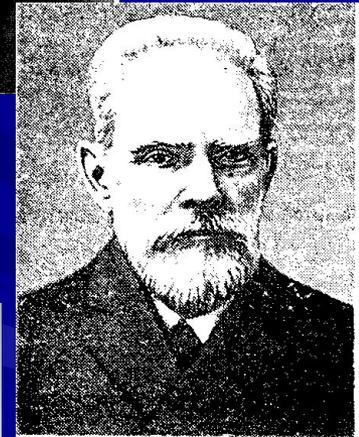
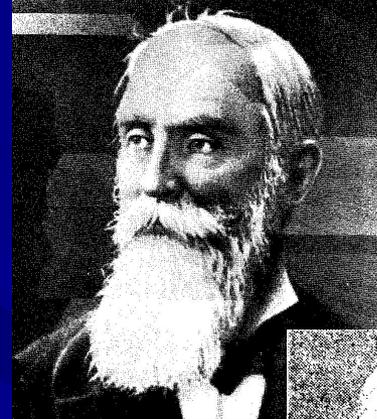


# Русский период в развитии теории вероятностей

Особенно быстро теория вероятностей развивалась во второй половине XIX и XX вв.

Здесь фундаментальные открытия были сделаны математиками Петербургской школы

***П.Л.Чебышевым*** (1821-1894),  
***А.М.Ляпуновым*** (1857-1918),  
***А.А.Марковым*** (1856-1922).



# Недалекое прошлое

Строгое логическое обоснование теории вероятностей произошло в XX в. и связано, в первую очередь, с именами математиков

*С.Н.Бернштейна,*

*А.Н.Колмогорова*

*А.Я.Хинчина,*

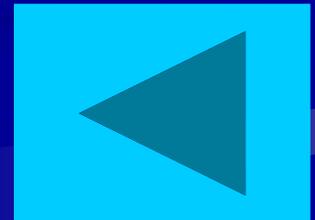
*Б.П.Гнеденко,*

*Ю.В.Линника*

# С.Н.Бернштейн (1880 - 1968)

Вклад в развитие теории  
вероятностей:

В 1917 году разработал  
самую первую по  
времени аксиоматику  
теории вероятностей.

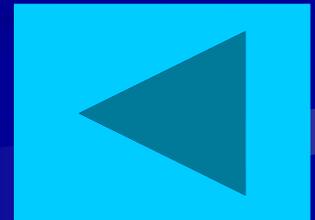
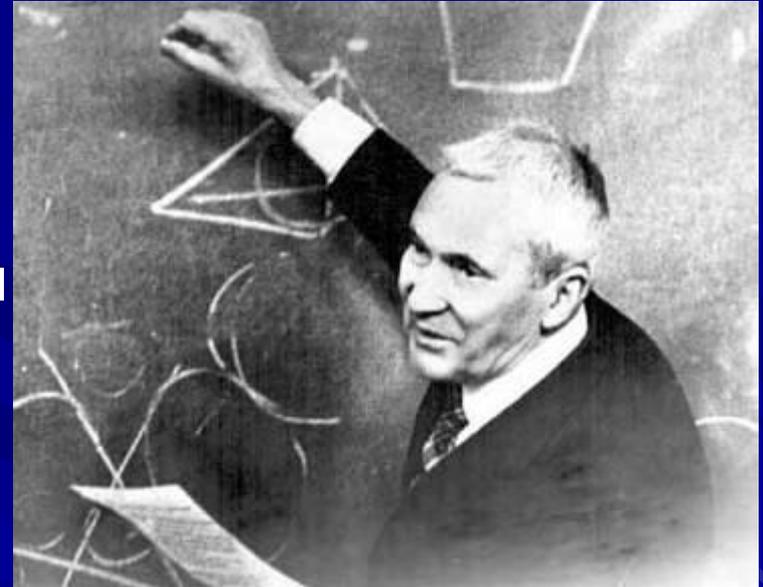


# А.Н.Колмогоров ( 1903 - 1987 )

**Вклад в развитие теории вероятностей:**

Положил начало общей теории случайных процессов.

В 1933 году разработал аксиоматику, которая в настоящее время является общепринятой.

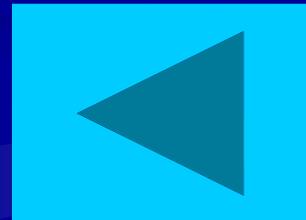


# *А.Я. Хинчин (1894 - 1959)*

Вклад в развитие теории  
вероятностей:

Положил начало общей  
теории случайных  
процессов.

Разработал свою  
аксиоматику теории  
вероятностей.

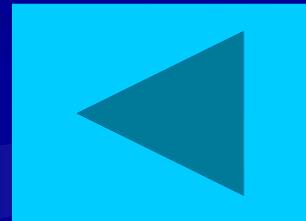
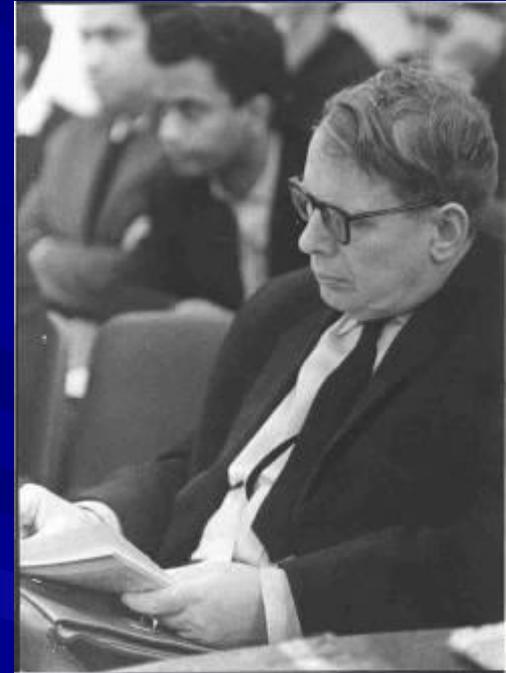


# Б.П.Гнеденко ( 1912-1995 )

## Вклад в развитие теории вероятностей:

В начале июня 1941 года защитил докторскую диссертацию "Предельные теоремы для независимых случайных величин».

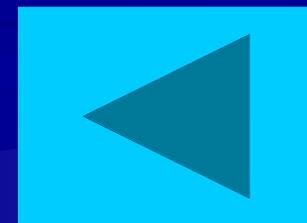
С 1960 года работает профессором кафедры теории вероятностей механико-математического факультета МГУ. С 1966 года он назначается заведующим этой кафедрой и руководит ею до последних дней своей жизни.



# *Ю.В.Линник (1915 - 1972)*

**Вклад в развитие теории  
вероятностей:**

Основные труды по  
теории чисел, теории  
вероятности и  
математической  
статистики.



# СЛОВАРЬ:

- **Математическая монета** — «идеальная» монета, которая падает вверх орлом с вероятностью  $\frac{1}{2}$ . Все свойства настоящей монеты — размер, материал, достоинство — для математической монеты несущественны. Математическую монету еще называют симметричной монетой.
- **Математическая игральная кость** — «идеальный» игровой кубик, для которого вероятность выпадения любой грани равна  $\frac{1}{6}$ . Математическую кость называют также симметричной. Наилучшим приближением к математической кости является обычная правильная кость.
- **Теория вероятностей** — раздел математики, изучающий вероятности событий. Теория вероятностей разрабатывает методы, с помощью которых можно вычислить вероятности одних событий, зная вероятности других. Теория вероятностей изучает также случайные величины и их распределения.
- **Элементарное событие** — простейшее событие, которое наступает в результате случайного опыта. Элементарное событие нельзя разложить на более простые.

# ЭТО ВАЖНО!

- В окружающей реальности действуют два основных типа законов – статистические законы и законы жесткой детерминации.
- Законы обоих типов объективны, несводимы друг к другу и выражают необходимые связи в природе.
- Детерминистические законы представляют собой низший уровень процесса познания окружающего нас мира, статистические законы более современны, они отражают объективные связи в природе и являются более высоким этапом познания.

# Домашнее задание:

- **Даниил Бернулли** и его вклад в развитие теории вероятностей.
- **Гюйгенс** и его вклад в развитие теории вероятностей;
- **Блез Паскаль** и его вклад в развитие теории вероятностей;
- **Ферма** и его вклад в развитие теории вероятностей.





**Спасибо за урок!**