

ГОУ НПО «Профессиональное училище № 15» г. Шадринск

Решение логарифмических уравнений

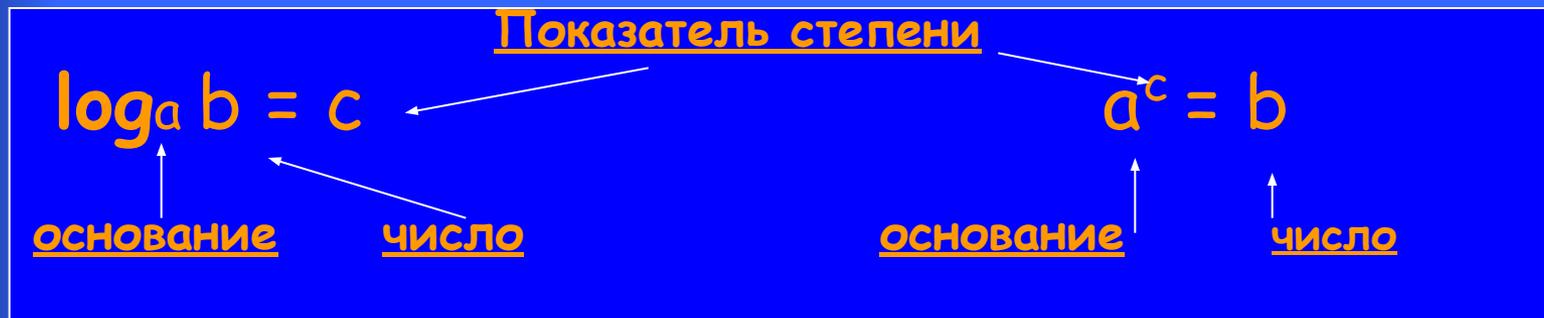
*(урок с применением модульной
технологии)*

Преподаватель Кравцова Т.А.

Цель: Научиться решать простейшие логарифмические уравнения с использованием определения логарифма, свойств логарифма

Указание учителя: Повторите изученный материал.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ: Логарифм числа b по основанию a называется показатель степени c , в которую нужно возвести основание a , чтобы получить число b .



здесь a, b, c - некоторые числа, где $a > 0$ и $a \neq 1$, $b > 0$

$\log_{10} a = \lg a$ - десятичный логарифм

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ:

При любом $a > 0$ ($a \neq 1$) и любых положительных X и Y выполняются равенства:

- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a x : y = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^p = p \cdot \log_a x$

Основные Основные свойства
логарифма

Логарифмические уравнения вида $\log_a x = b$ решаются по определению логарифма числа $x = ab$, причем $x > 0$.

Научимся решать простейшие логарифмические уравнения в два этапа:

- Логарифмические уравнения вида $\log_a x = b$.
- Логарифмические уравнения с помощью свойств логарифмов

Этап № 1

Цель: научиться решать простейшие логарифмические уравнения вида $\log_a x = b$.

Указания учителя: рассмотрим решение простейшего логарифмического уравнения вида $\log_a x = b$ решается по определению числа $x = ab$.

Пример № 1 : Решите уравнение $\log_{1/6} (0,5 + x) = -1$

Решение

$$\log_{1/6} (0,5 + x) = -1$$

$$\text{ОДЗ: } 0,5 + x > 0$$

$$0,5 + x = \left[\frac{1}{6} \right]^{-1}$$
$$0,5 + x = 6$$

$$x = 6 - 0,5$$

$$x = 5,5$$

Найдем Область Допустимых Значений

т.к. $D(\log_a x) = R^+$, область определения:

функция принимает только положительные значения

Запишем равенство выражающее определения логарифма $\log_a x = b, x = ab$

Решая уравнение вспомним свойство степени

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Проверим является ли число 5,5 корнем данного уравнения. Подставим вместо x число 5,5 в ОДЗ.

$$\text{ОДЗ: } 0,5 + 5,5 > 0; \quad 6 > 0 - \text{верно}$$

Ответ: 5,5

Самостоятельная работа № 1

Вариант 1

- | | |
|-----------------------------------------|---------|
| 1. $\log_5 x = 4$ | 1 балл |
| 2. $\log_2 (5-x) = 3$ | 2 балл |
| 3. $\log_{\frac{1}{4}} (x - 0,5) = - 2$ | 2 балла |

Вариант 2

- | | |
|----------------------------------------|---------|
| 1. $\log_3 x = 2$ | 1 балл |
| 2. $\log_3 (x+2) = 3$ | 2 балла |
| 3. $\log_{\frac{1}{4}} (2x - 1) = - 1$ | 2 балла |

- ✓ Указания учителя: *проверьте свою работу у учителя или консультантов. В оценочные листы внесите баллы, набранные только за верно выполненные задания.*

*Если вы получили: 1 балл, то вы находитесь на I уровне;
3 балла – на II уровне,
5 баллов – на III уровне.*

Если количество набранных баллов не устраивает, то прорешайте задание другого варианта, оцените работу и добавьте баллы в графу «противоположный вариант». Подсчитайте итоговое количество баллов, получите отметку.

- ✓ *Дополнительные задания оцениваются отдельно.*

Этап № 2

Цель: научиться решать простейшие логарифмические уравнения с помощью свойств логарифмов.

Указания учителя: Внимательно изучите данные ниже пояснения. Выполните работу №2. Повторите свойства логарифма.

Пример № 1 : Решите уравнение $\log_8 x + \log_8 (x - 2) = 1$

Решение

1. $\log_8 x + \log_8 (x - 2) = 1$

2. **ОДЗ:** $x > 0$

$$x - 2 > 0$$

3. $\log_8 (x \cdot (x - 2)) = 1$

4. $x \cdot (x - 2) = 81$

5. $x^2 - 2x = 8$

6. $x^2 - 2x - 8 = 0$

7. $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36$

$$x_{1,2} = (2 \pm \sqrt{36}) : 2$$

$$x_1 = 4; \quad x_2 = -2$$

8. **ОДЗ:** $4 > 0$ - верно

$$4 - 2 > 0 \text{ - верно}$$

Найдем Область Допустимых Значений.

т.к. $D(\log_a x) = R^+$, область определения:

функция принимает только положительные значения

Воспользуемся свойством логарифма :

$$\log_a x + \log_a y = \log_a xy$$

Запишем равенство выражающее определения

$$\log_a x = b, \quad x = ab$$

Раскроем скобки.

Переносим всё в одну часть; решаем квадратное

уравнение, используя формулу $ax^2 + vx + c = 0$, $D = v^2 - 4ac$, $x_{1,2} = (-v \pm \sqrt{D}) : 2a$

Проверим является ли числа 4 и -2 корнями данного уравнения. Подставим вместо x числа в ОДЗ.

$$-2 > 0 \text{ - не верно}$$

$$-2 - 2 > 0 \text{ - не верно.}$$

Ответ: 4.

Самостоятельная работа № 2

Вариант 1

1. $\log_2 (x-5) + \log^2 (x+2) = 3$ 2 бал.
2. $\lg (x-1) + \lg (x+1) = 0$ 2 бал.
3. $\log_3 (2x+1) - \log_3 13 = 1$ 3 бал.

Вариант 2

1. $\log_3 (x-2) + \log_3 (x+2) = 2$ 2 бал.
2. $\lg (x+2) + \lg (x-2) = 0$ 2 бал.
3. $\log_2 (7x-4) - \log_2 13 = 2$ 3 бал.

- ✓ **Указания учителя:** проверьте свою работу у учителя или консультантов. В оценочные листы внесите баллы, набранные только за верно выполненные задания. Если вы получили:

2 балла, то вы находитесь на I уровне;

4 балла – на II уровне,

7 баллов – на III уровне.

Если количество набранных баллов не устраивает, то прорешайте задание другого варианта, оцените работу и добавьте баллы в графу «противоположный вариант». Подсчитайте итоговое количество баллов, получите отметку.

- ✓ **Дополнительные задания оцениваются отдельно.**

Дополнительное задание

1. $\log_2(2x-1) = 3$
2. $\log_{0,5}(3x-1) = -3$
3. $\log_3(5x+3) = \log_3(7x+5)$
4. $\log_3(4-2x) - \log_3 2 = 2$
5. $\lg(2-x) = 2 \lg 4 - \lg 2$

Указания учителя : *при выполнении дополнительного задания обратите внимание на свойства логарифмов и определение логарифма.*



Спасибо за урок!