

ГОУ НПО «Профессиональное училище № 15» г. Шадринск

# Решение логарифмических уравнений

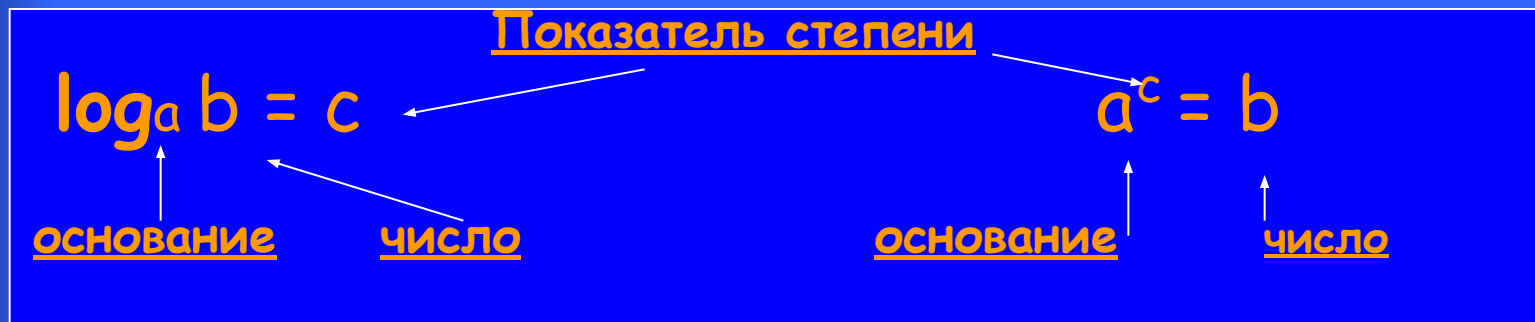
*(урок с применением модульной  
технологии)*

**Преподаватель Кравцова Т.А.**

Цель: Научиться решать простейшие логарифмические уравнения с использованием определения логарифма, свойств логарифма

Указание учителя: Повторите изученный материал.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ:** Логарифм числа  $b$  по основанию  $a$  называется показатель степени  $c$ , в которую нужно возвести основание  $a$ , чтобы получить число  $b$ .



здесь  $a, b, c$  - некоторые числа, где  $a > 0$  и  $a \neq 1$ ,  $b > 0$

$\log_{10} a = \lg a$  - десятичный логарифм

## ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ:

При любом  $a > 0$  ( $a \neq 1$ ) и любых положительных  $X$  и  $Y$  выполняются равенства:

- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a x : y = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^p = p \cdot \log_a x$

Основные свойства  
логарифма

Логарифмические уравнения вида  $\log_a x = b$  решаются по определению логарифма числа  $x = ab$ , причем  $x > 0$ .

Научимся решать простейшие логарифмические уравнения в два этапа:

- Логарифмические уравнения вида  $\log_a x = b$ .
- Логарифмические уравнения с помощью свойств логарифмов

## Этап № 1

**Цель:** научиться решать простейшие логарифмические уравнения вида  $\log_a x = b$ .

**Указания учителя:** рассмотрим решение простейшего логарифмического уравнения вида  $\log_a x = b$  решается по определению числа  $x = ab$ .

Пример № 1 : Решите уравнение  $\log_{1/6} (0,5 + x) = -1$

**Решение**

$$\log_{1/6} (0,5 + x) = -1$$

$$\text{ОДЗ: } 0,5 + x > 0$$

$$0,5 + x = \left[ \frac{1}{6} \right]^{-1}$$
$$0,5 + x = 6$$

$$x = 6 - 0,5$$

$$x = 5,5$$

Найдем Область Допустимых Значений

т.к.  $D(\log_a x) = R^+$ , область определения:

функция принимает только положительные значения

Запишем равенство выражающее определения логарифма  $\log_a x = b, x = ab$

Решая уравнение вспомним свойство степени

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Проверим является ли число 5,5 корнем данного уравнения. Подставим вместо  $x$  число 5,5 в ОДЗ.

$$\text{ОДЗ: } 0,5 + 5,5 > 0; \quad 6 > 0 - \text{верно}$$

Ответ: 5,5

# Самостоятельная работа № 1

## Вариант 1

- |   |         |
|---|---------|
| 1. $\log_5 x = 4$                       | 1 балл  |
| 2. $\log_2 (5-x) = 3$                   | 2 балл  |
| 3. $\log_{\frac{1}{4}} (x - 0,5) = - 2$ | 2 балла |

## Вариант 2

- |  |         |
|--|---------|
| 1. $\log_3 x = 2$                      | 1 балл  |
| 2. $\log_3 (x+2) = 3$                  | 2 балла |
| 3. $\log_{\frac{1}{4}} (2x - 1) = - 1$ | 2 балла |

- ✓ Указания учителя: *проверьте свою работу у учителя или консультантов. В оценочные листы внесите баллы, набранные только за верно выполненные задания.*

*Если вы получили: 1 балл, то вы находитесь на I уровне;  
3 балла – на II уровне,  
5 баллов – на III уровне.*

*Если количество набранных баллов не устраивает, то прорешайте задание другого варианта, оцените работу и добавьте баллы в графу «противоположный вариант». Подсчитайте итоговое количество баллов, получите отметку.*

- ✓ *Дополнительные задания оцениваются отдельно.*

## Этап № 2

**Цель:** научиться решать простейшие логарифмические уравнения с помощью свойств логарифмов.

**Указания учителя:** Внимательно изучите данные ниже пояснения. Выполните работу №2. Повторите свойства логарифма.

**Пример № 1 :** Решите уравнение  $\log_8 x + \log_8 (x - 2) = 1$

### Решение

1.  $\log_8 x + \log_8 (x - 2) = 1$

2. ОДЗ:  $x > 0$

$$x - 2 > 0$$

3.  $\log_8 (x \cdot (x - 2)) = 1$

4.  $x \cdot (x - 2) = 81$

5.  $x^2 - 2x = 8$

6.  $x^2 - 2x - 8 = 0$

7.  $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36$

$$x_{1,2} = (2 \pm \sqrt{36}) : 2$$

$$x_1 = 4; \quad x_2 = -2$$

8. ОДЗ:  $4 > 0$  - верно

$$4 - 2 > 0 \text{ - верно}$$

Найдем Область Допустимых Значений.

т.к.  $D(\log_a x) = R^+$ , область определения:

функция принимает только положительные значения

Воспользуемся свойством логарифма :

$$\log_a x + \log_a y = \log_a xy$$

Запишем равенство выражающее определения

$$\log_a x = b, \quad x = ab$$

Раскроем скобки.

Переносим всё в одну часть; решаем квадратное

уравнение, используя формулу  $ax^2 + vx + c = 0$ ,  $D = v^2 - 4ac$ ,  $x_{1,2} = (-v \pm \sqrt{D}) : 2a$

Проверим является ли числа 4 и -2 корнями данного уравнения. Подставим вместо  $x$  числа в ОДЗ.

$$-2 > 0 \text{ - не верно}$$

$$-2 - 2 > 0 \text{ - не верно.}$$

**Ответ:** 4.

## Самостоятельная работа № 2

### Вариант 1

1.  $\log_2 (x-5) + \log^2 (x+2) = 3$  2 бал.
2.  $\lg (x-1) + \lg (x+1) = 0$  2 бал.
3.  $\log_3 (2x+1) - \log_3 13 = 1$  3 бал.

### Вариант 2

1.  $\log_3 (x-2) + \log_3 (x+2) = 2$  2 бал.
2.  $\lg (x+2) + \lg (x-2) = 0$  2 бал.
3.  $\log_2 (7x-4) - \log_2 13 = 2$  3 бал.

- ✓ **Указания учителя:** проверьте свою работу у учителя или консультантов. В оценочные листы внесите баллы, набранные только за верно выполненные задания. Если вы получили:

2 балла, то вы находитесь на I уровне;

4 балла – на II уровне,

7 баллов – на III уровне.

Если количество набранных баллов не устраивает, то прорешайте задание другого варианта, оцените работу и добавьте баллы в графу «противоположный вариант». Подсчитайте итоговое количество баллов, получите отметку.

- ✓ **Дополнительные задания оцениваются отдельно.**

## Дополнительное задание

1.  $\log_2(2x-1) = 3$
2.  $\log_{0,5}(3x-1) = -3$
3.  $\log_3(5x+3) = \log_3(7x+5)$
4.  $\log_3(4-2x) - \log_3 2 = 2$
5.  $\lg(2-x) = 2 \lg 4 - \lg 2$

**Указания учителя :** *при выполнении дополнительного задания обратите внимание на свойства логарифмов и определение логарифма.*





*Спасибо за урок!*