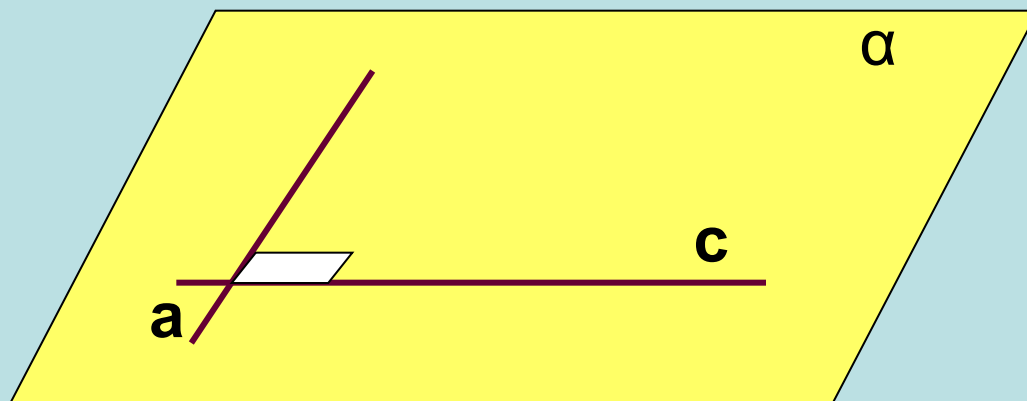


# Перпендикулярность прямой и плоскости.

Автор Панкова Л.В.

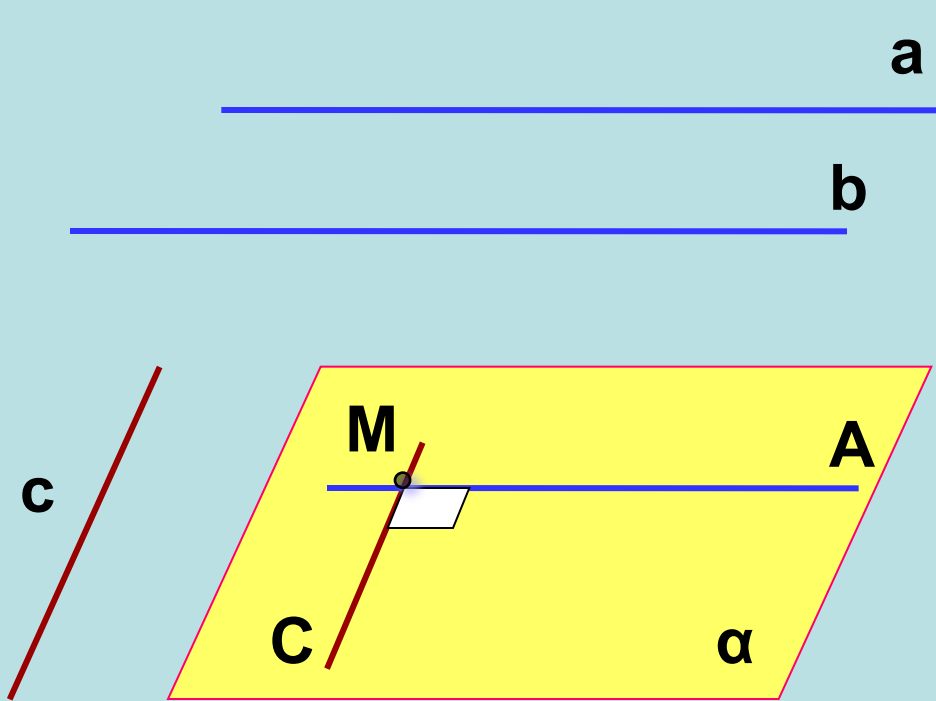
## Перпендикулярные прямые в пространстве.

Две прямые в пространстве называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90 градусов.



$$a \perp c$$

лемма: Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.



Дано:  $a \parallel b, a \perp c$ .

Доказать:  $b \perp c$ .

Доказательство:

Проведём  $MA \parallel a$ ,

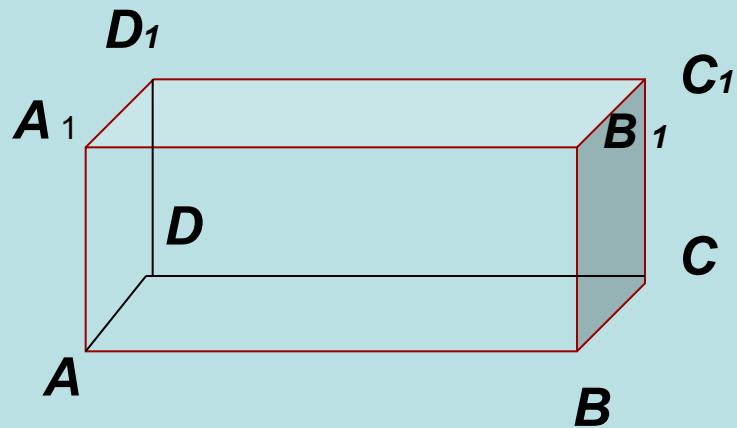
$MC \parallel c$

Т.к  $a \perp c, \angle AMC = 90^\circ$

$a \parallel b$   
 $a \parallel MA \Rightarrow b \parallel MA$

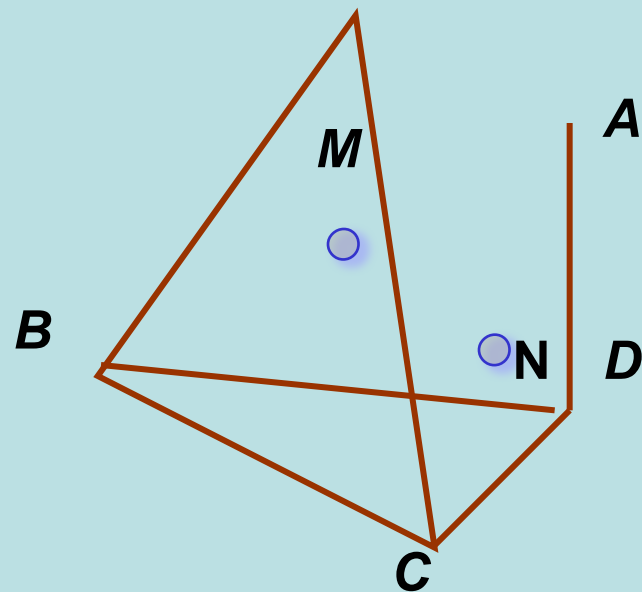
$b \parallel MA$   
 $c \parallel MC \Rightarrow b \wedge c = 90^\circ$ , т.е  $b \perp c$

Ч т.д.



Дан параллелепипед  
 $ABCDA_1B_1C_1D_1$

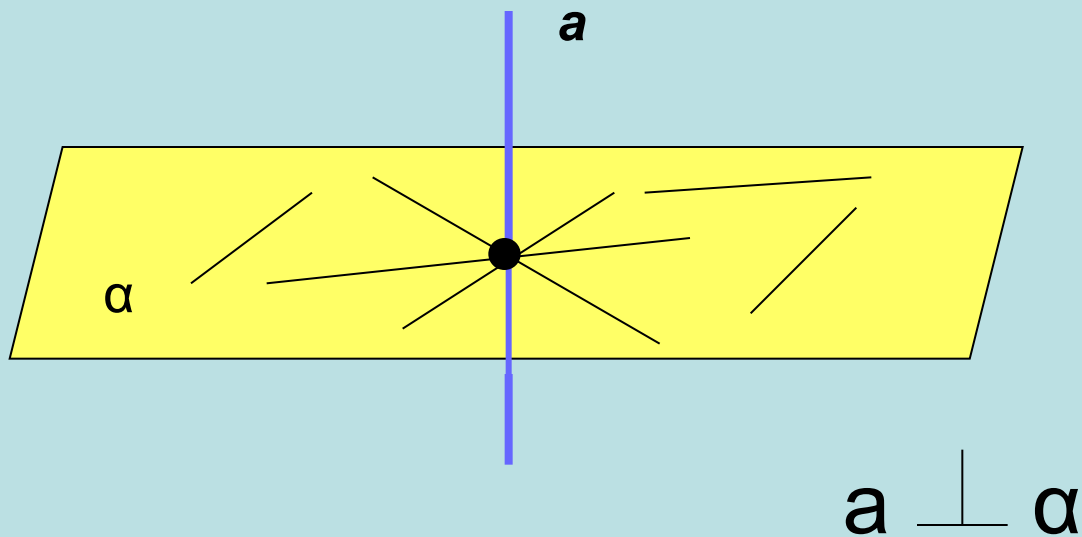
Докажите, что  $DC \perp B_1C_1$  и  
 $AB \perp A_1D_1$  если  $\angle BAD = 90^\circ$



В тетраэдре  $ABCD$   
 $BC \perp AD$ . Докажите, что  
 $AD \perp MN$ , где  $M$  и  $N$   
середины ребер  $AB$  и  
 $AC$ .

# Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости.

Прямая называется  
перпендикулярной к плоскости,  
если она перпендикулярна к любой  
прямой, лежащей в этой плоскости.





**Национальный**

**Парк Чехии.**



# Эрмитаж



В Венгрии



На Дунае

Парламент



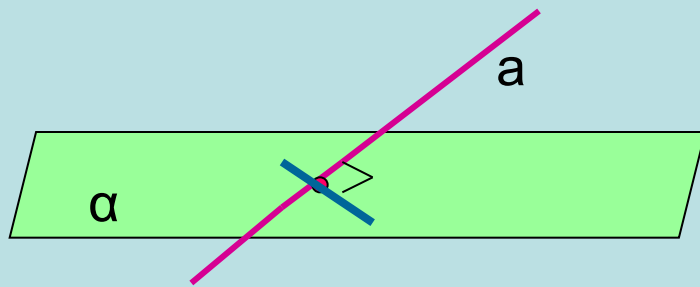


Танцующий дом



Падающая башня

Ученик дал следующее определение:  
«Прямая, пересекающая плоскость,  
называется перпендикулярной к этой  
плоскости, если она перпендикулярна  
какой-либо прямой, лежащей в этой  
плоскости и проходит через точку  
пересечения этих прямых.» Верно ли это?



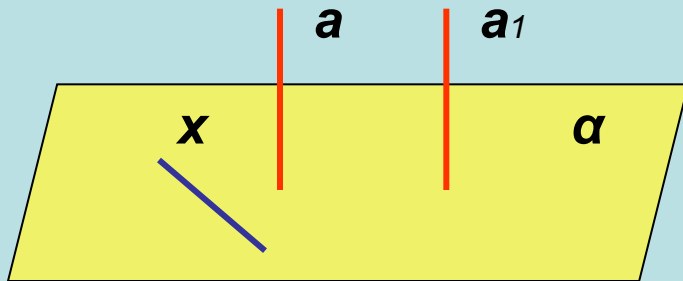
Верно ли это?

- Верно ли , что в плоскости через данную точку можно провести лишь единственный перпендикуляр к данной прямой?

*Из точки не лежащей на прямой, можно провести перпендикуляр к этой прямой, и притом только один.*

## Связь между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости.

- Теорема: Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.



•Дано:  $a \parallel a_1$ ;  $a \perp \alpha$

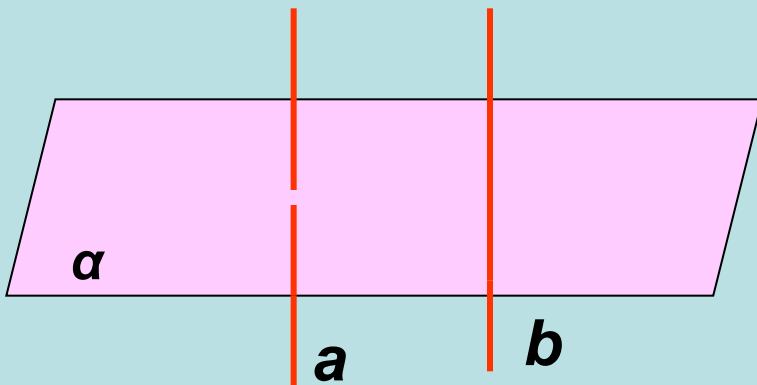
Доказать:  $a_1 \perp \alpha$

Доказательство:

Рассмотрим две параллельные прямые  $a$  и  $a_1$  и плоскость  $\alpha$  такую что  $a \perp \alpha$ . Докажем, что  $a_1 \perp \alpha$ . Проведем любую прямую  $x$  в плоскости  $\alpha$ . Т.к. прямая  $a$  перпендикулярна к  $\alpha$ , то  $a$  перпендикулярна

$x$ . **Почему?** По лемме о перпендикулярности двух прямых к третьей  $a_1 \perp x$ . Т.е.  $a_1$  перпендикулярна к любой прямой в  $\alpha$ . Или  $a_1 \perp \alpha$ .

Теорема: Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



- Дано:  $a \perp \alpha, b \perp \alpha$
- Доказать:  $a \parallel b$