

**Расстояние от точки до
плоскости.**

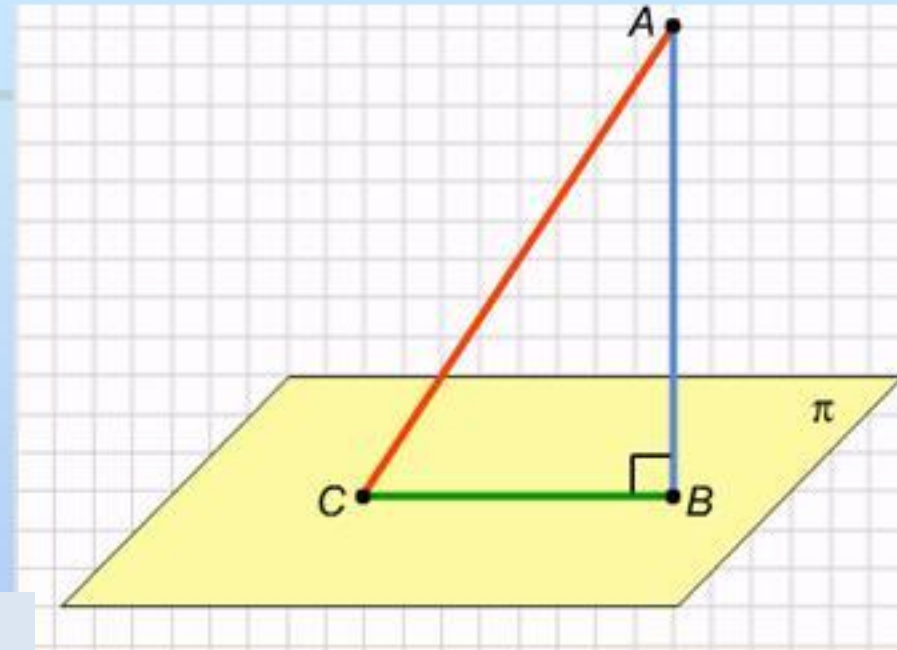
Перпендикуляр и наклонная

Пусть через точку A , не принадлежащую плоскости π , проведена прямая, перпендикулярная этой плоскости и пересекающая ее в точке B . Тогда отрезок AB называется *перпендикуляром*, опущенным из точки A на эту плоскость, а сама точка B — основанием этого перпендикуляра. Любой отрезок AC , где C — произвольная точка плоскости π , отличная от B , называется *наклонной* к этой плоскости.

Тогда *отрезок CB* , соединяющий основание перпендикуляра (точку B) и основание наклонной (точку C) — это *проекция* данной наклонной на плоскость.

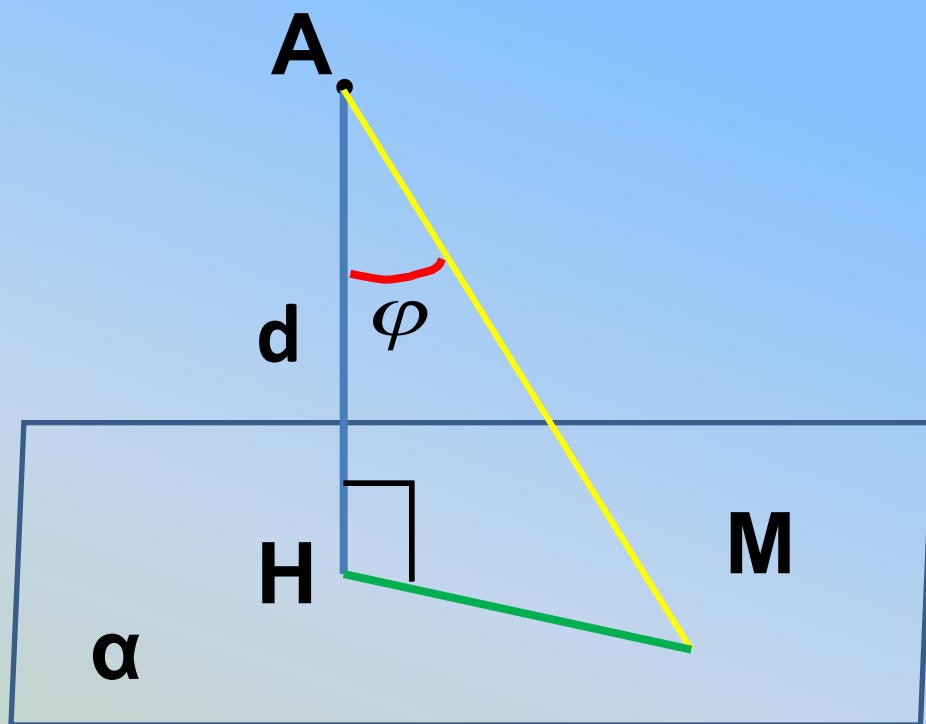
Знать понятия:

Перпендикуляр к плоскости, его основание, наклонная к плоскости, ее основание, как найти проекцию наклонной, проведенной к плоскости.



Перпендикуляр и наклонная.

138 Из некоторой точки проведены к данной плоскости перпендикуляр и наклонная, угол между которыми равен φ . а) Найдите наклонную и ее проекцию на данную плоскость, если перпендикуляр равен d . б) Найдите перпендикуляр и проекцию наклонной, если наклонная равна m .



Найт

а) Наклонную

$\triangle ANM$ – прямоугольный,

$$\cos \varphi = \frac{d}{AM}$$

$$AM = \frac{d}{\cos \varphi}$$

Обоснуйте, почему треугольник прямоугольный и найдите остальные неизвестные величины сами.

Расстояние от точки до плоскости

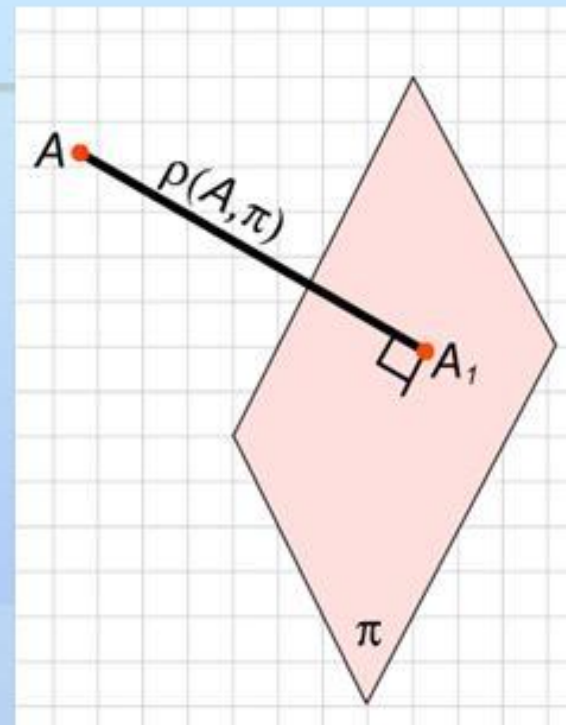
Расстоянием от точки до плоскости (не проходящей через эту точку) называется длина перпендикуляра, опущенного из точки на эту

ПЛОСКОСТЬ.

Знать понятия:

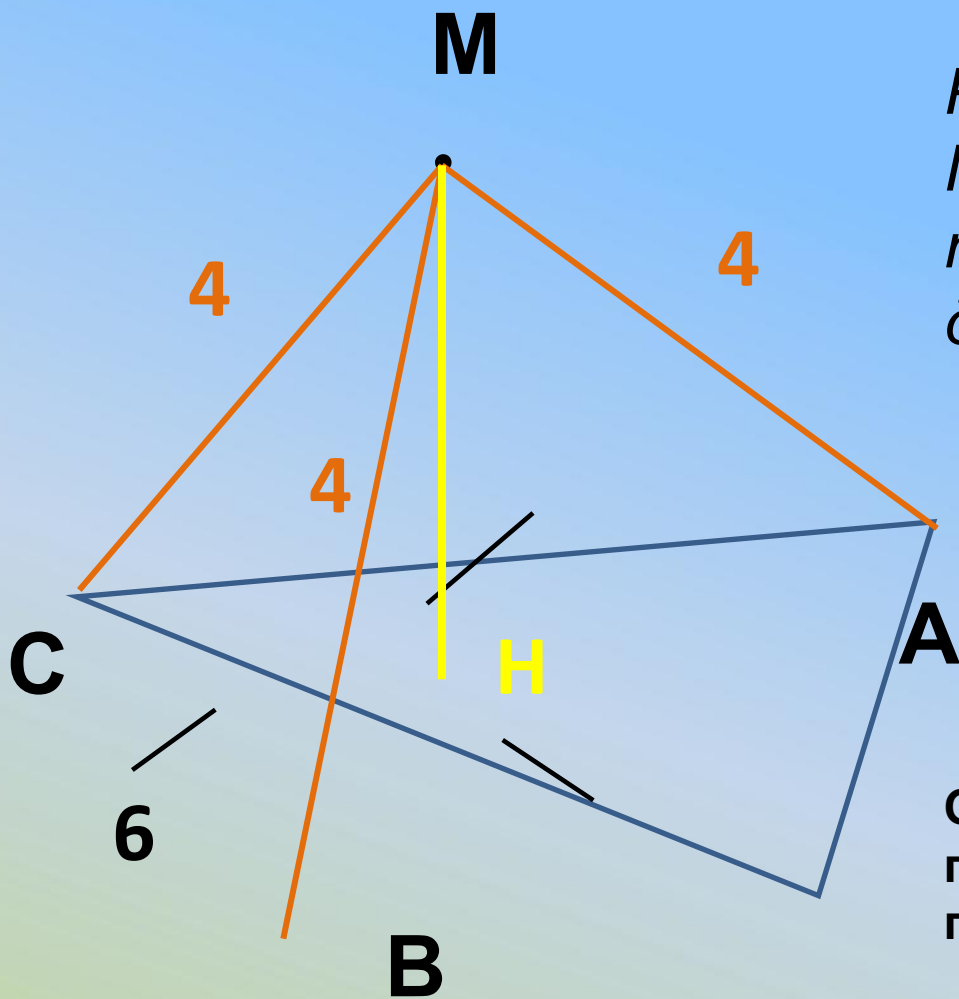
расстояние от точки до плоскости.

Обратите внимание как на рисунке обозначается расстояние (величина « ρ »)



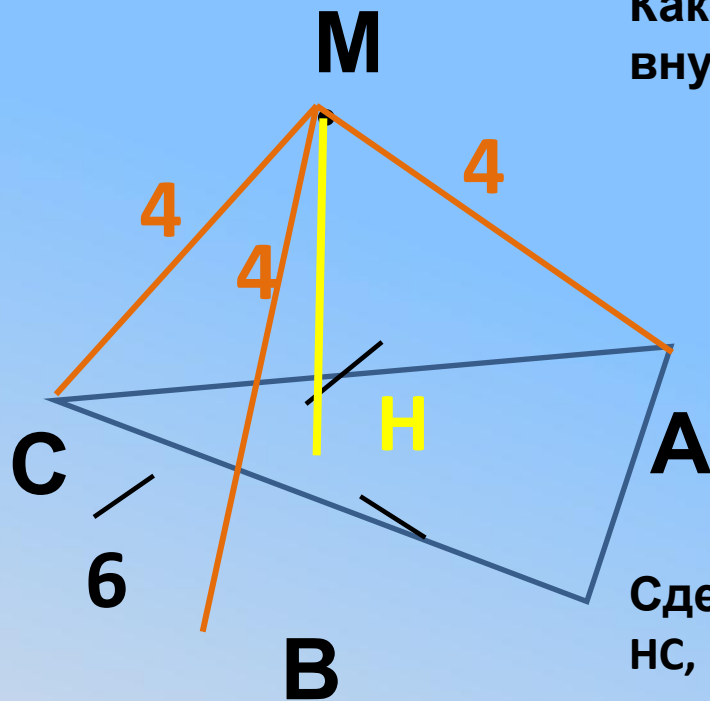
Нетрудно догадаться, что расстоянием от точки до прямой будет длина перпендикуляра, проведенного из этой точки к данной прямой.

143 Расстояние от точки M до каждой из вершин правильного треугольника ABC равно 4 см. Найдите расстояние от точки M до плоскости ABC , если $AB = 6$ см.



Расстояние от точки M до плоскости треугольника - это длина какого отрезка?

Ответ: MN , где MN – перпендикуляр из точки M к плоскости.



Как определить, где именно расположена внутри треугольника точка N ?

Рассмотрите треугольники MNC , MNB , MNA . Докажите их равенство.

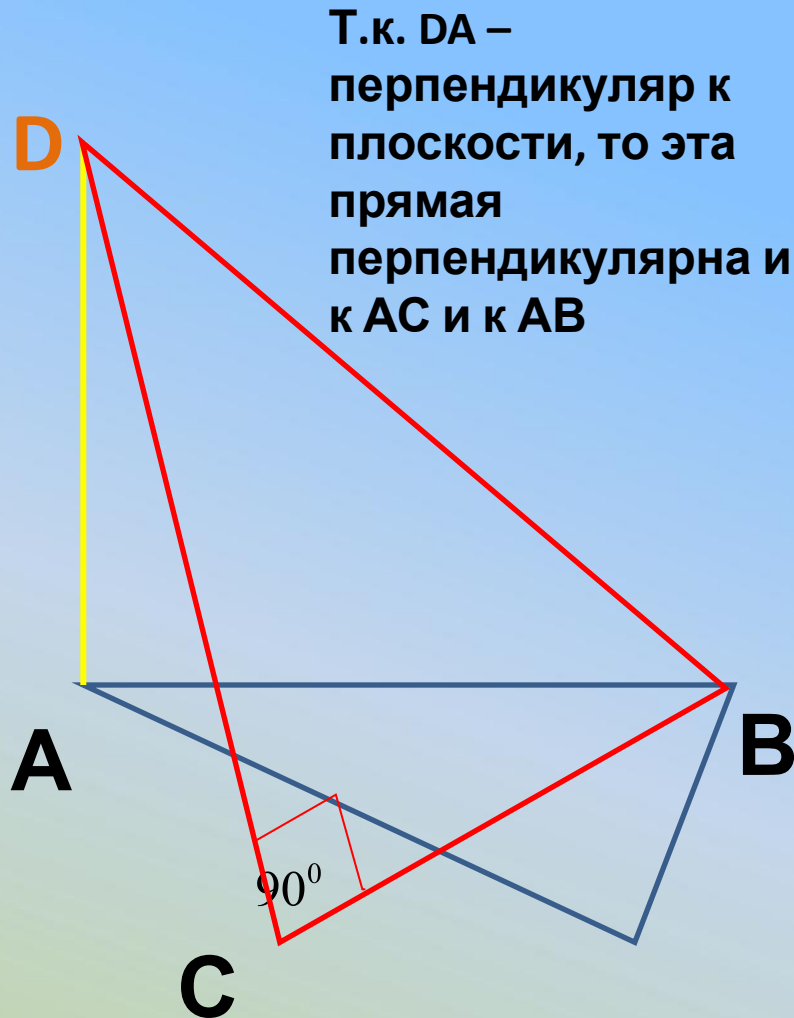
Сделайте вывод о равенстве отрезков NC , NB , NA .

Это значит, что точка N равноудалена от вершин данного треугольника, т. е. она центр описанной около этого треугольника окружности. А т.к. этот треугольник правильный, то точка N – точка пересечения медиан (биссектрис, высот)

Найдите NC , зная сторону правильного треугольника, а затем из треугольника CNM найдите искомую высоту NM

Теорема о трех перпендикулярах.

- 145 Через вершину A прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C проведена прямая AD , перпендикулярная к плоскости треугольника. а) Докажите, что треугольник CBD прямоугольный. б) Найдите BD , если $BC = a$, $DC = b$.



Соберем теорему о трех перпендикулярах:

DA – перпендикуляр к плоскости
 DC – наклонная к плоскости (C – основание наклонной)

AC – проекция наклонной

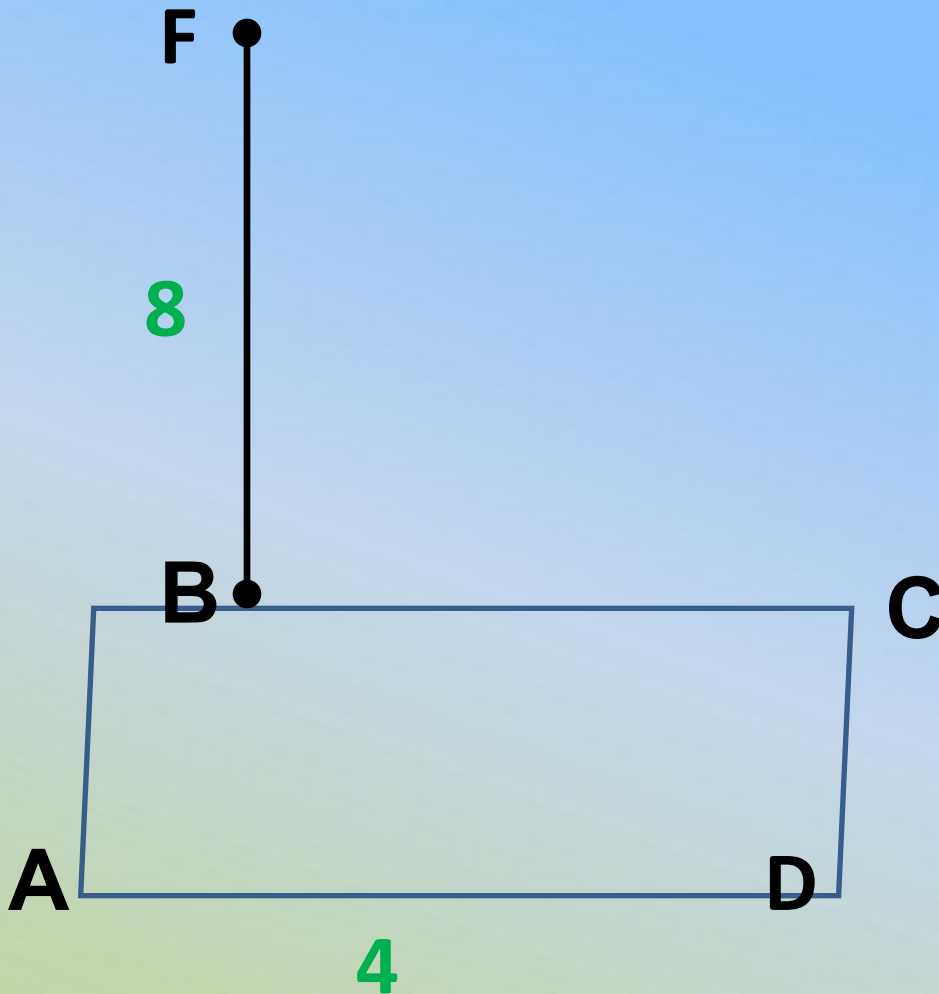
CB – прямая, проходящая через основание наклонной.

Т.к. CB (прямая) перпендикулярна к AC (проекция), то она же по теореме (прямая BC) перпендикулярна и к наклонной (DC).

Т.е. угол BCD – прямой. Значит и треугольник CBD – прямоугольный с прямым углом C .

Решите задание б) задачи самостоятельно.

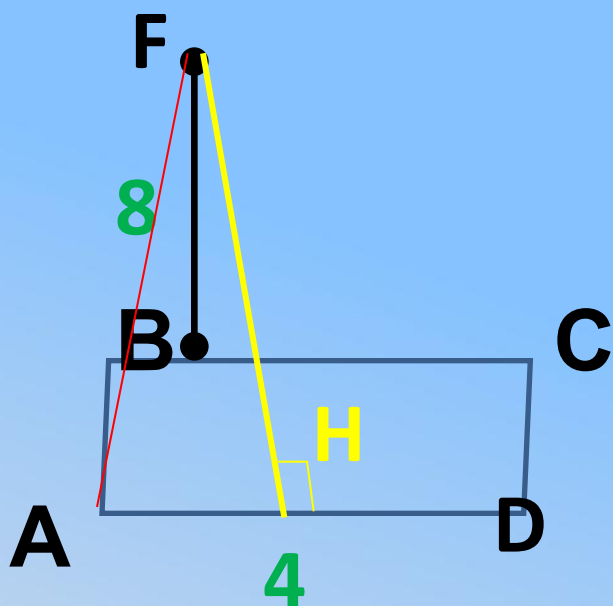
152 Через вершину B квадрата $ABCD$ проведена прямая BF , перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояния от точки F до прямых, содержащих стороны и диагонали квадрата, если $BF = 8$ дм, $AB = 4$ дм.



Найти: расстояния от точки F до прямых содержащих стороны квадрата

- 1) $\rho(F, AB)$
- 2) $\rho(F, BC)$
- 3) $\rho(F, AD)$
- 4) $\rho(F, DC)$

На слайде 4 можно напомнить себе определение расстояния от точки до прямой.



1) $\rho(F, AB)$ 2) $\rho(F, BC)$

Т.к. FB – перпендикуляр к плоскости, то FB перпендикулярен и AB и BC .

Значит $\rho(F, AB) = \rho(F, BC) = FB = 8 \text{ дм}$

3) $\rho(F, AD)$

4) $\rho(F, DC)$ – *сделайте самостоятельно, по аналогии с 3)*

Проведем из точки F перпендикуляр FH к прямой AD .

Соберем теорему о трех перпендикулярах:

FB – перпендикуляр

FH – наклонная

BH – проекция

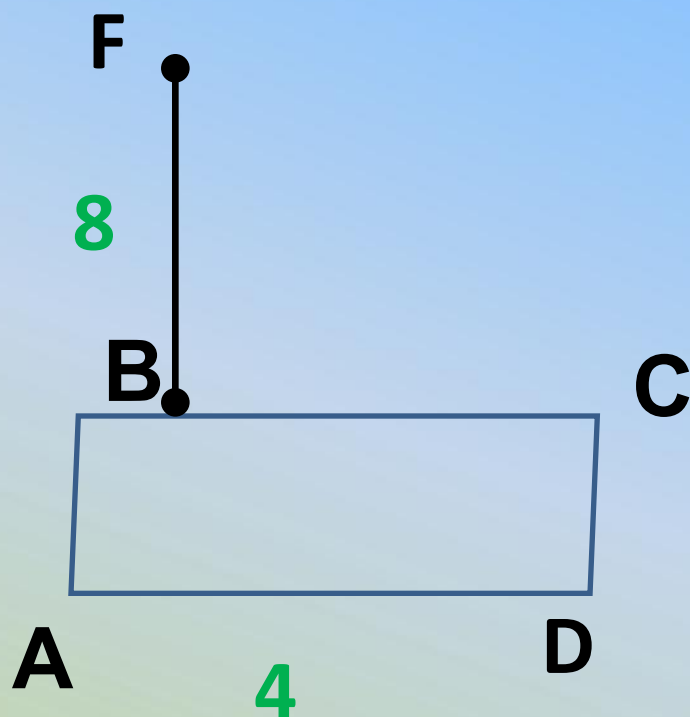
AD – прямая, проходящая через основание наклонной (и ей перпендикулярна по построению)

Значит, по теореме AD перпендикулярна BH .

Но к AD уже есть прямая ей перпендикулярная, это AB , т.к. $ABCD$ – квадрат.

Значит $\rho(F, AD) = AF$. Найдите его из треугольника AFB .

152 Через вершину B квадрата $ABCD$ проведена прямая BF , перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояния от точки F до прямых, содержащих стороны и диагонали квадрата, если $BF = 8$ дм, $AB = 4$ дм.



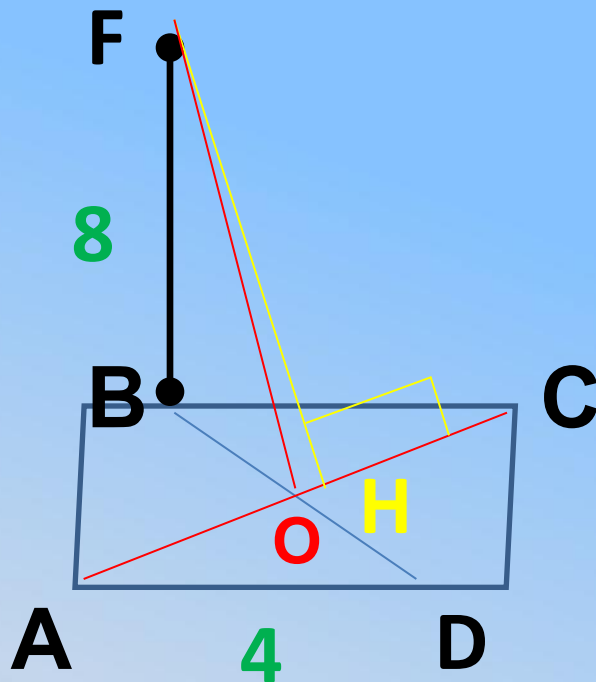
Найти: расстояния от точки F до прямых содержащих диагонали квадрата

- 1) $\rho(F, BD)$
- 2) $\rho(F, AC)$

Обоснование рисунка и построений разберите на следующем слайде, вычислительную часть задачи проведите сами.

1) $\rho(F, BD)$

Т.к. FB – перпендикуляр к плоскости, то FB перпендикулярен к
Значит $\rho(F, BD) = \dots = \dots$ дм



2) $\rho(F, AC)$

Проведем из точки F перпендикуляр FH к прямой AC.

Соберем теорему о трех перпендикулярах:
 FB – перпендикуляр
 FH – наклонная
 BH – проекция
 AC – прямая, проходящая через основание наклонной (и ей перпендикулярна по построению)
Значит, по теореме AC перпендикулярна BH .
Но к AC уже есть прямая ей перпендикулярная, проходящая через точку B , это BD , т.к. BD и AC перпендикулярны как диагонали квадрата.
Т.е. H – это точка пересечения диагоналей.

Т.О. $\rho(F, AC) = FO$,
где O – точка пересечения диагоналей квадрата.