

*Восточноукраинский национальный университет
им. В. Даля
Технологический институт (г. Северодонецк)
Кафедра физики*

*Демонстрационный материал
для практического занятия по теме:*

КИНЕМАТИКА

Разработал: к.т.н., доцент Б.И. Генкин

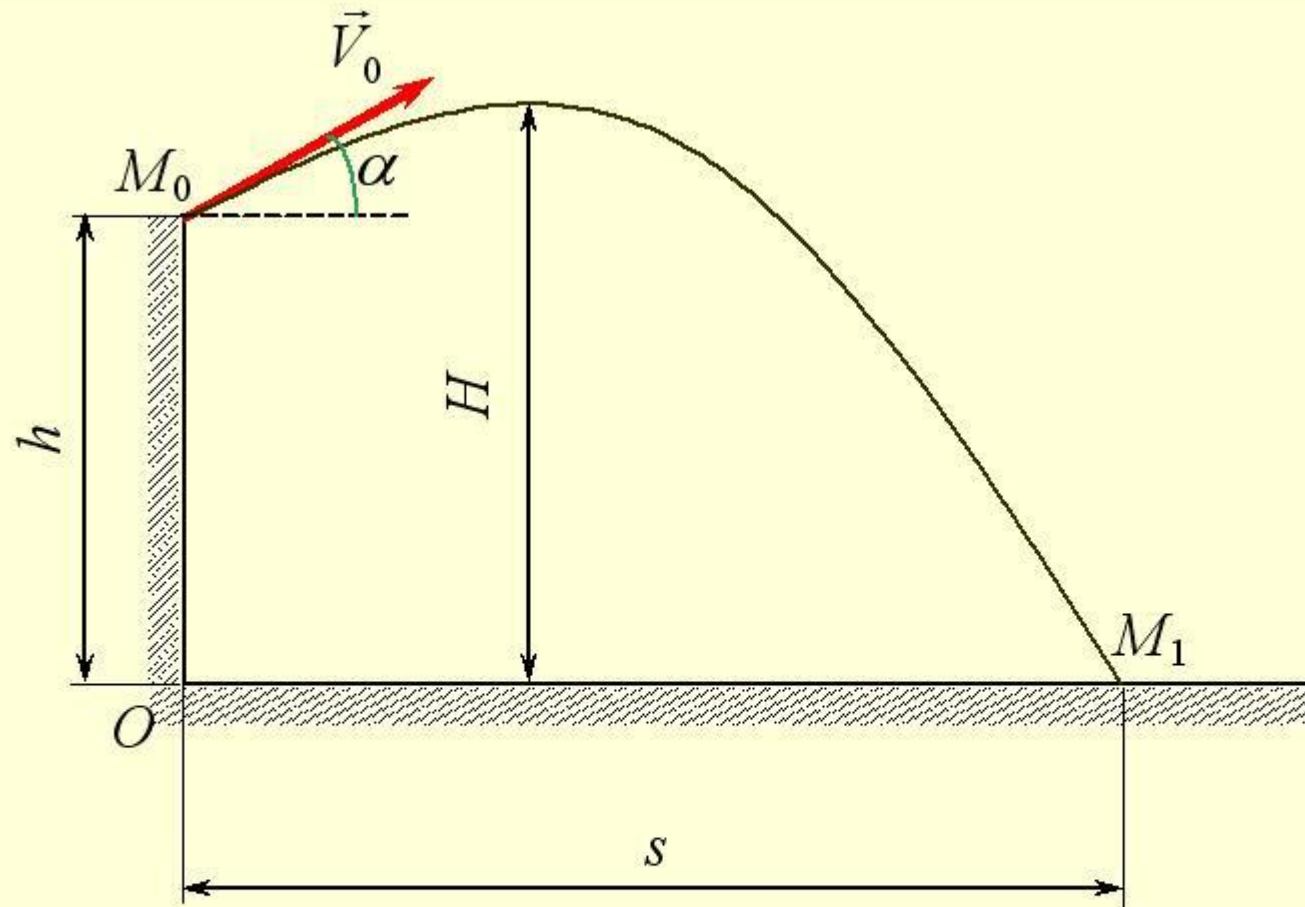
Кинематика движения точки в однородном поле тяжести

Задача. Тело брошено с высоты h над поверхностью земли под углом α к горизонту. Составить уравнения движения тела. Определить зависимость скорости от времени, тангенциальное и нормальное ускорения, параметры траектории и время полета тела.

Методика решения задачи

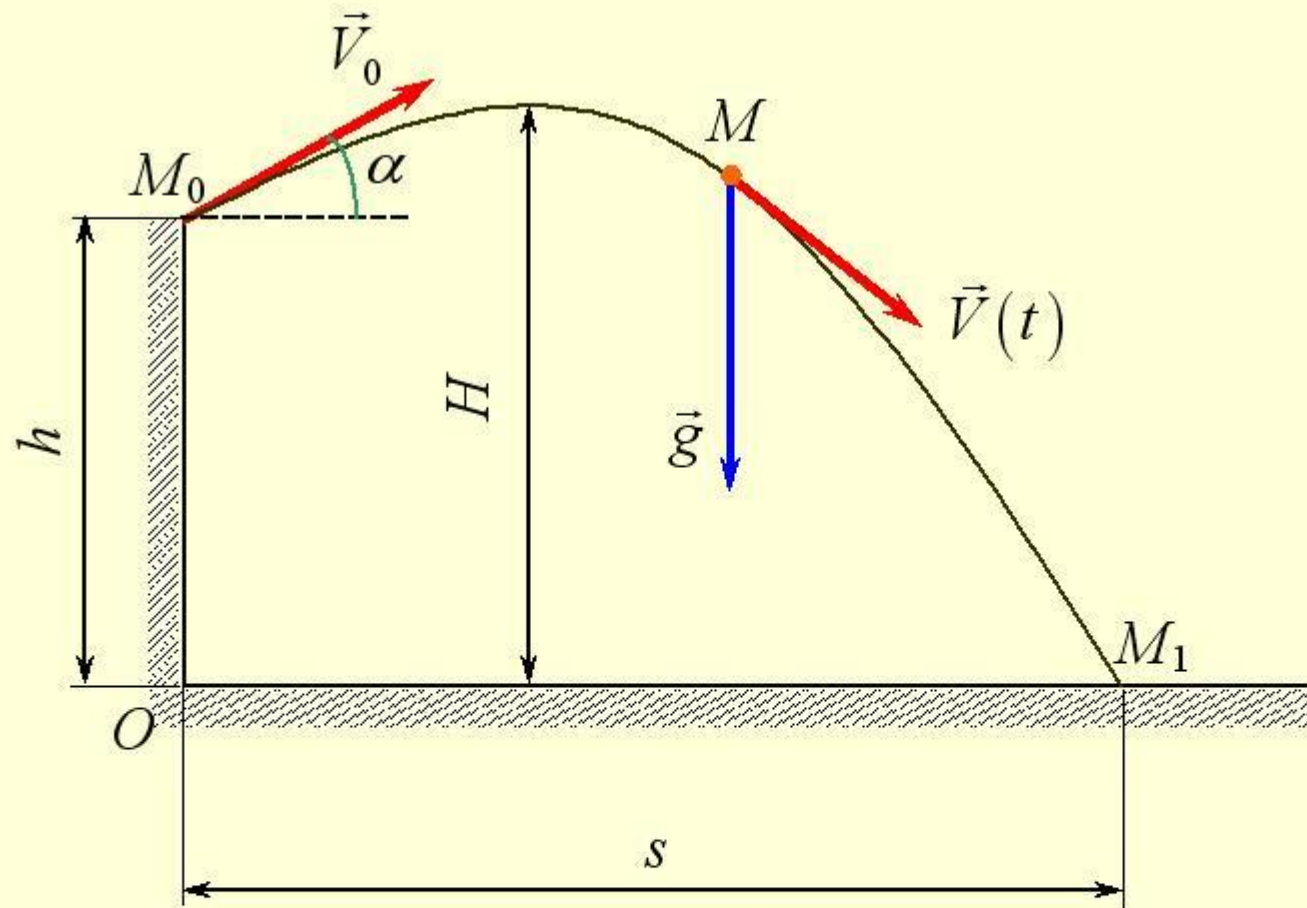
1. Изобразить на чертеже примерный вид траектории тела.





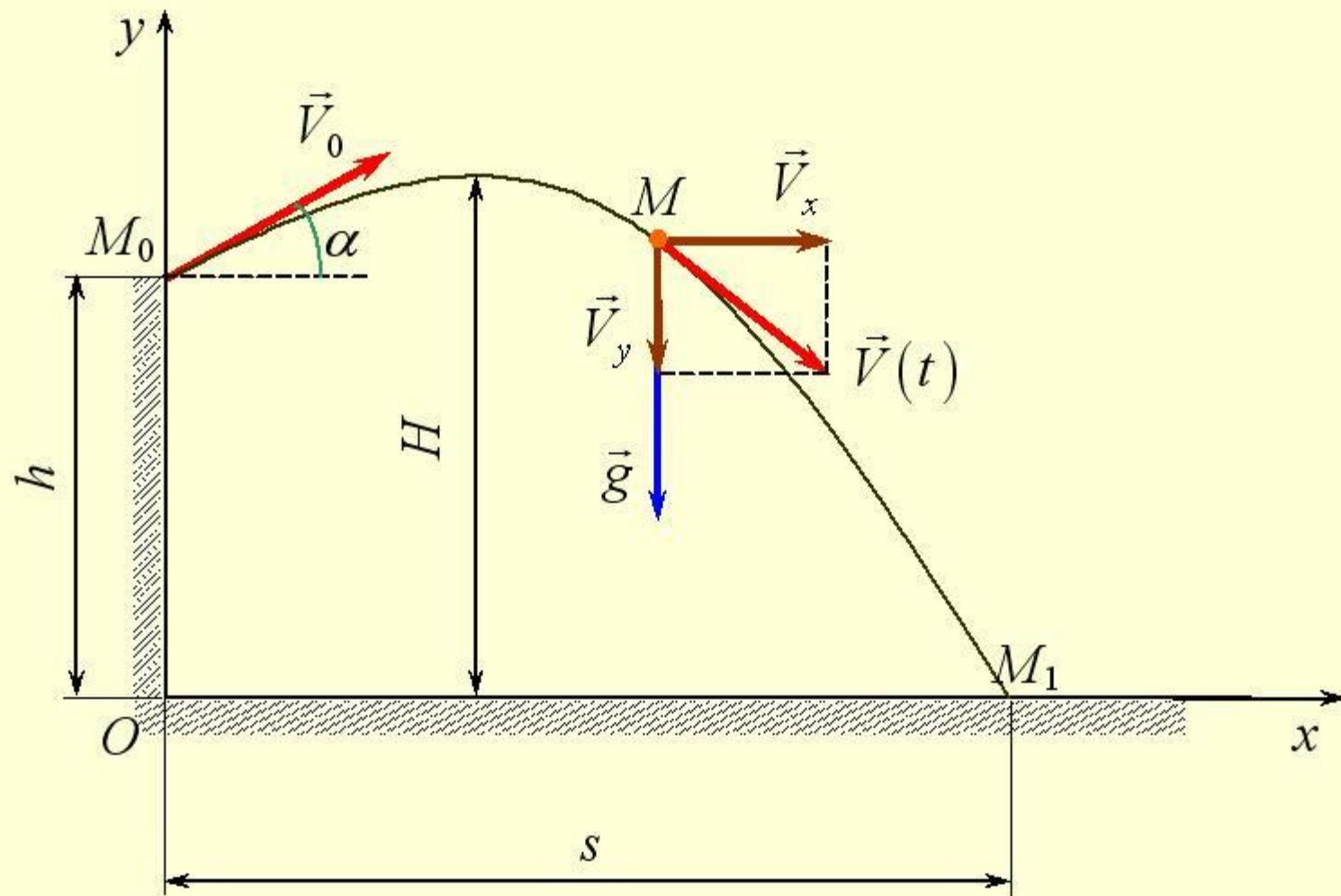
2. Показать на траектории произвольное положение тела.
Изобразить векторы скорости и ускорения тела



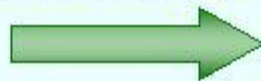


3. Выбрать систему координат. Разложить скорость точки на составляющие по осям координат





4. Показать скорость тела в момент падения на землю.
 Разложить скорость на составляющие по осям координат.



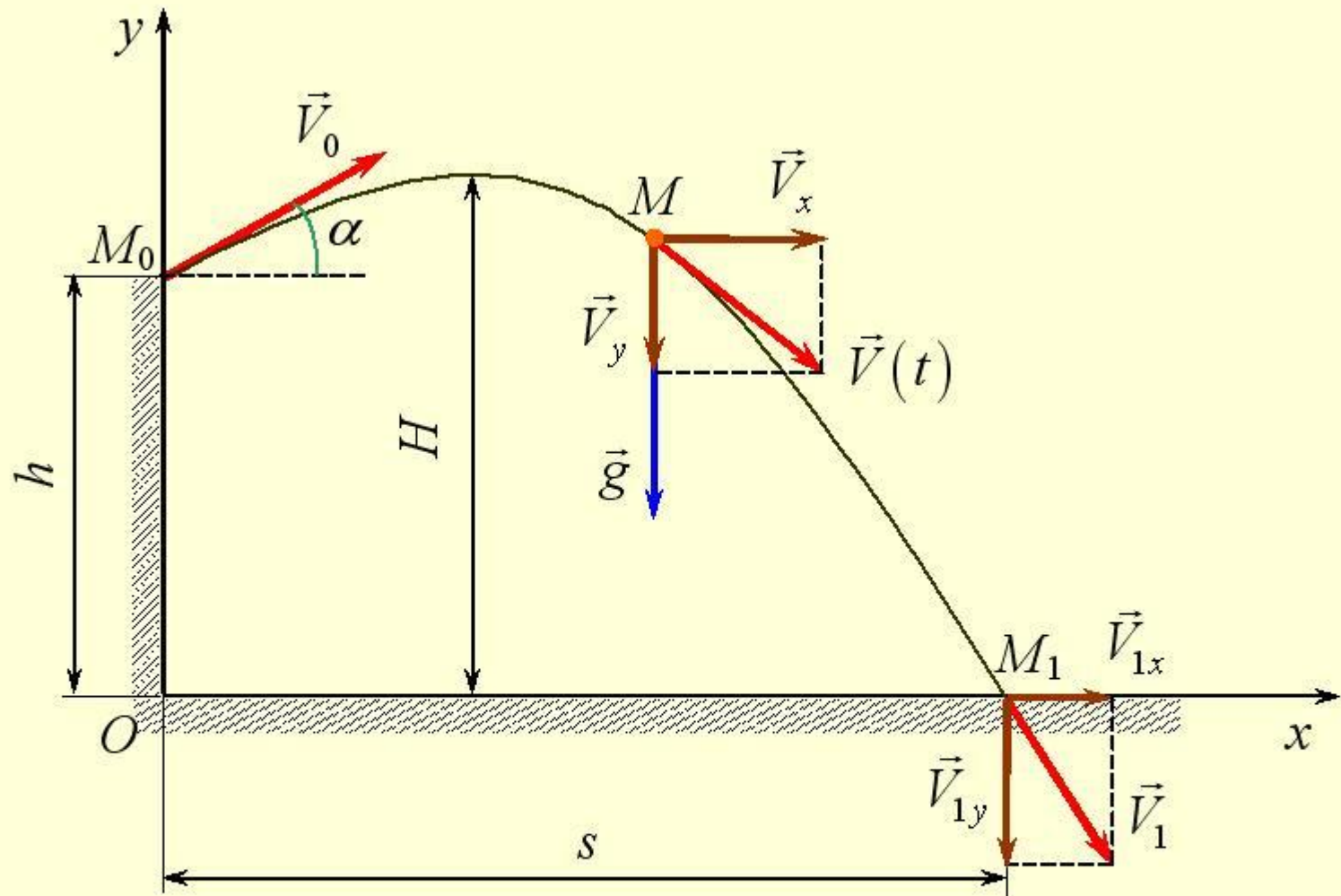


Рис. 1. Схема задачи

5. Составить уравнения движения тела



Общий вид уравнений движения:

$$x = x_0 + V_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}; \quad (1)$$

$$y = y_0 + V_{0y} t - \frac{a_y t^2}{2}.$$

В данной задаче:

$$x_0 = 0; V_{0x} = V_0 \cos \alpha; a_x = 0; \quad (2)$$

$$y_0 = h; V_{0y} = V_0 \sin \alpha; a_y = -g.$$

$$(2) \rightarrow (1)$$



Уравнения движения тела

$$x = V_0 \cos \alpha \cdot t;$$

$$y = h + V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

(3)

6. Определить зависимость скорости тела от времени



Проекции скорости на оси координат:

$$V_x = \dot{x} = V_0 \cos \alpha;$$

$$V_y = \dot{y} = V_0 \sin \alpha - gt.$$

(4)

При подъеме: $V_y > 0$; при спуске: $V_y < 0$

Модуль скорости:

$$V(t) = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(V_0 \cos \alpha)^2 + (V_0 \sin \alpha - gt)^2}. \quad (5)$$

7. Определить тангенциальное и нормальное ускорения тела в момент времени t



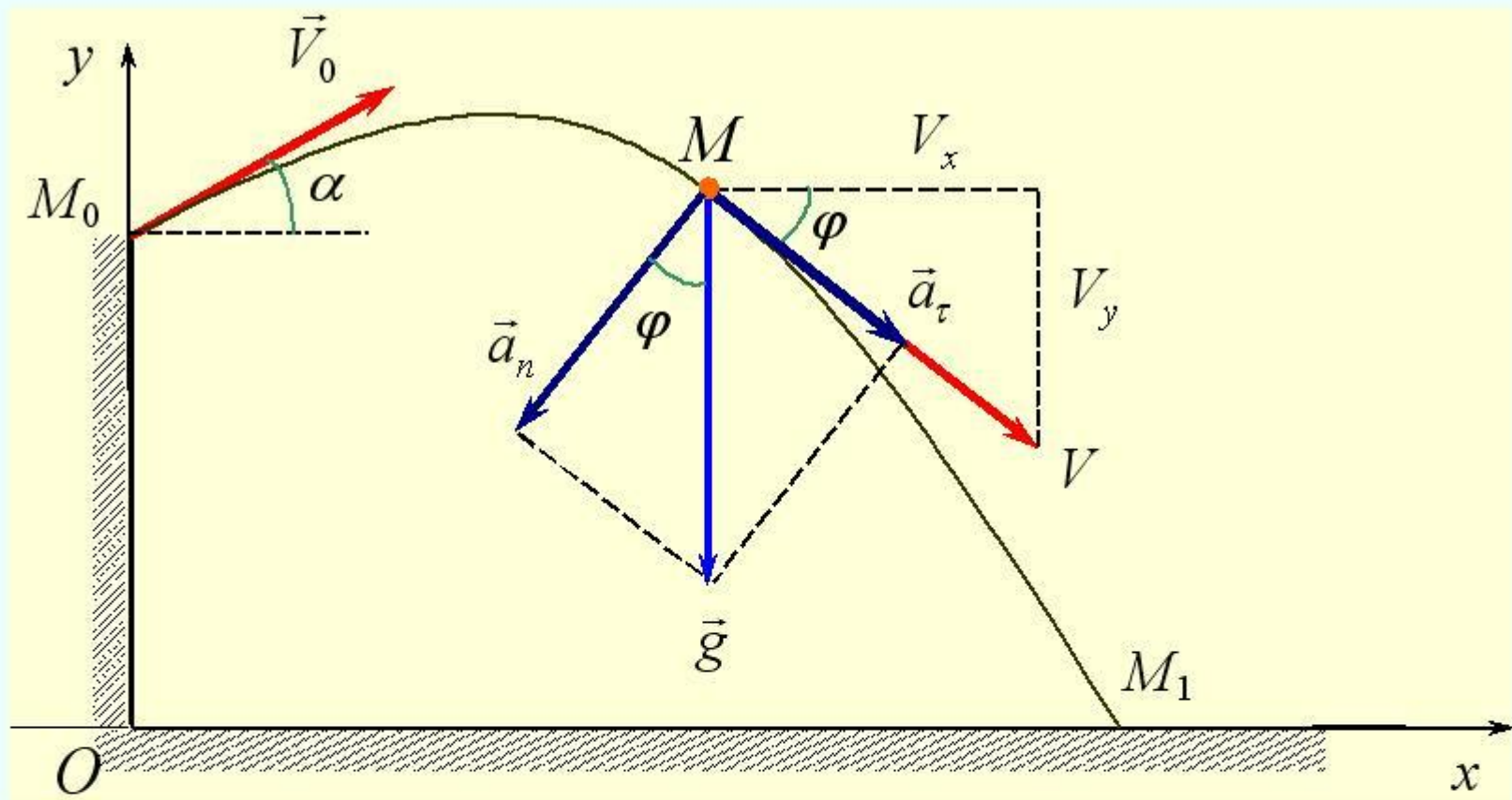


Рис. 2. Разложение ускорения на тангенциальную и нормальную составляющие

С помощью схемы на рис. 2 найти:

$\cos \varphi$; $\sin \varphi$; a_n ; a_τ .



$$\cos \varphi = \frac{|V_x|}{V}; \quad \sin \varphi = \frac{|V_y|}{V}.$$

$$a_n = g \cdot \cos \varphi; \quad a_\tau = g \cdot \sin \varphi. \quad (6)$$

8. Определить максимальную высоту подъема тела

Использовать условие:

$$V_y(t_1) = 0,$$

где t_1 — время подъема.



В момент подъема на максимальную высоту:

$$V_y(t_1) = V_0 \sin \alpha - gt_1 = 0. \quad (7)$$

Из уравнения (7) определяем

$$t_1 = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}.$$

Максимальная высота подъема:

$$H = y(t_1) = h + (V_0 \sin \alpha)t_1 - \frac{gt_1^2}{2}. \quad (8)$$

9. Определить время полета τ

Использовать условие:

В момент $t = \tau$ падения на землю $y(\tau) = 0$.



$$y(\tau) = h + V_0 \sin \alpha \cdot \tau - \frac{g\tau^2}{2} = 0. \quad (9)$$

Решая квадратное уравнение (9), получим

$$\tau = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} + \sqrt{\left(\frac{V_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}}.$$

Или

$$\tau = t_1 + \sqrt{t_1^2 + \frac{2h}{g}}. \quad (10)$$

Второй вариант определения времени полета:

$$\tau = t_1 + \tau_2,$$

τ_2 – время падения из высшей точки траектории:

$$\tau_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

$$\tau = \tau_1 + \sqrt{\frac{2H}{g}}. \quad (11)$$

10. Определить дальность полета:

$$s = x(\tau) = V_0 \cos \alpha \cdot \tau. \quad (12)$$