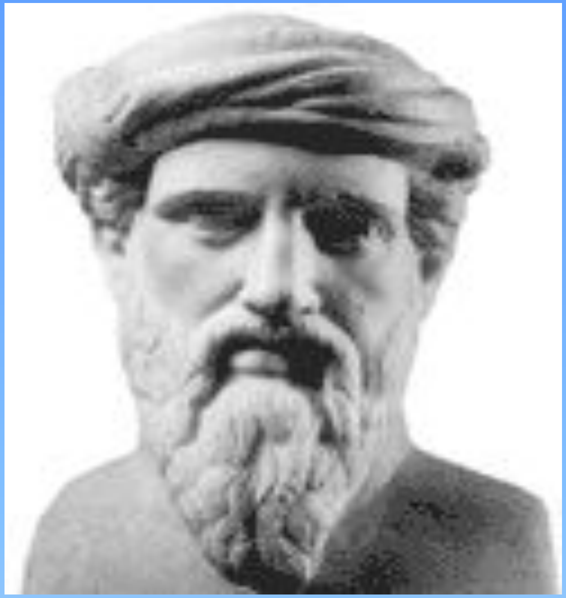
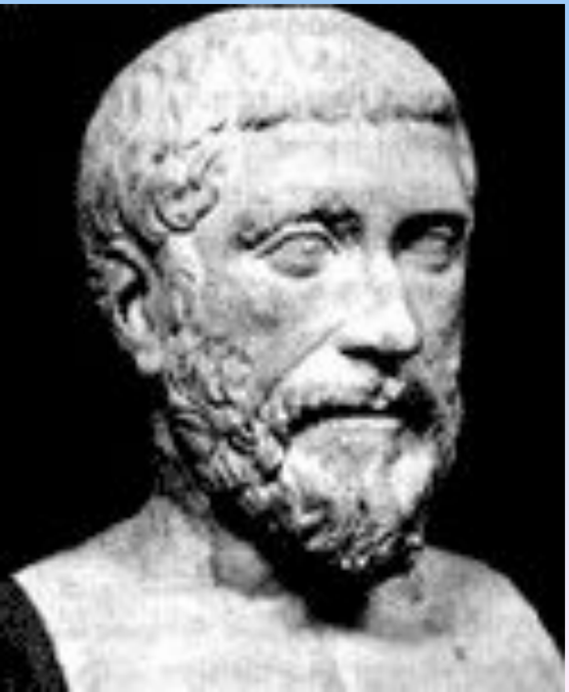


Пифагор! И его достижения в геометрии!

<u>Пифагор</u> – самая загадочная личность, человек-символ, философ, пророк.

Пифагор

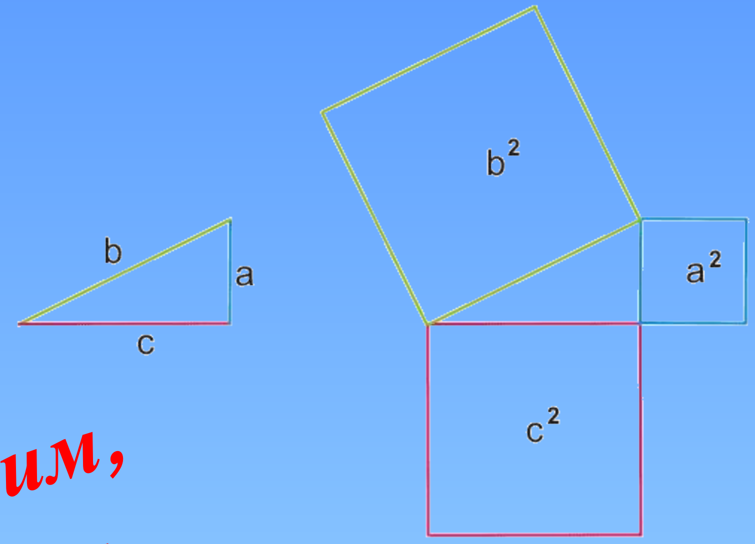


<u>Пифагор</u> – едва ли не самый популярный ученый за всю историю человечества. Ни одно имя ученого не повторяется так часто.

- Великий ученый Пифагор родился около 570 г. до н.э. Отцом Пифагора был Мнесарх, резчик по драгоценным камням. Когда отец Пифагора был в Дельфах по своим торговым делам, он и его жена Партенис решили спросить у Дельфийского оракула, будет ли Судьба благоприятствовать им во время обратного путешествия в Сирию. Пифия (прорицательница Аполлона), сидя на золотом триоде над сияющим отверстием оракула, не ответила на их вопрос, но сказала Мнесарху, что его жена носит в себе дитя и что у них родится сын, который превзойдет всех людей в красоте и мудрости и который много потрудится в жизни на благо человечества.

- По многим античным свидетельствам, родившийся мальчик был сказочно красив, а вскоре проявил и свои незаурядные способности.

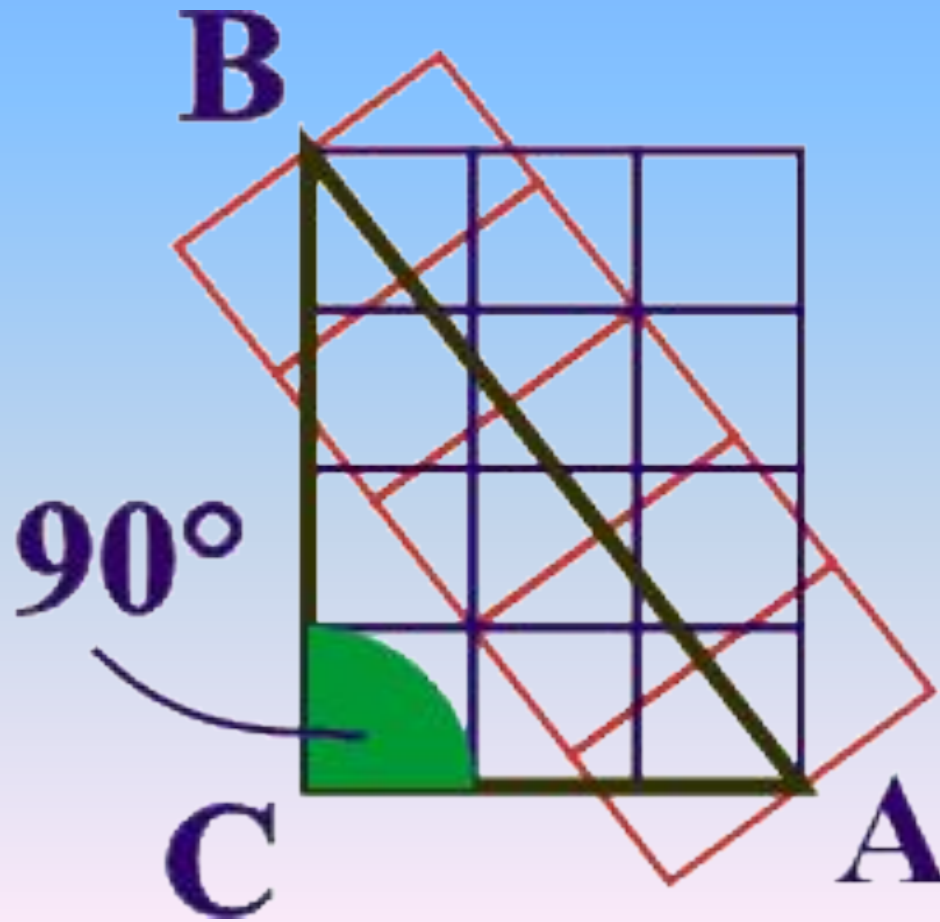
Если дан нам треугольник
И притом с прямым углом,
То квадрат гипотенузы
Мы всегда легко найдем :
Катеты в квадрат возводим,
Сумму степеней находим —
И таким простым путем
К результату мы придем.



- Теорема Пифагора – важнейшее утверждение геометрии. Ее открытие приписывают древнегреческому философу и математику Пифагору Самосскому (VI в. до н.э.). Но изучение вавилонских клинописных таблиц и древних китайских рукописей (копий ещё более древних манускриптов) показало, что знаменитая теорема была известна задолго до Пифагора, возможно, за несколько тысячелетий до него. Заслуга же Пифагора состояла в том, что учёный первым открыл доказательство этой теоремы. Открытие теоремы Пифагором окружено множеством красивых легенд.

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА И СПОСОБЫ ЕЁ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.



Различные способы доказательства теоремы Пифагора

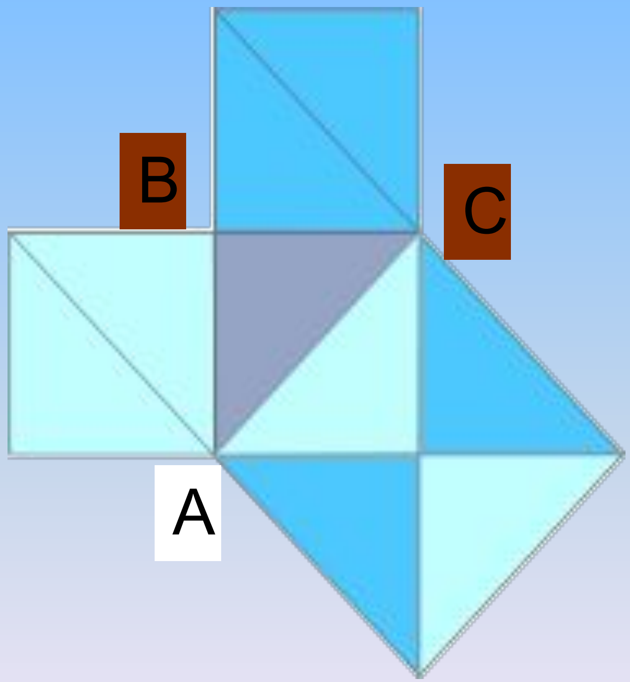
Простейшее доказательство

На рисунке дан простейший равнобедренный прямоугольный треугольник АВС (закрашен серым цветом, АВ и ВС -катеты).

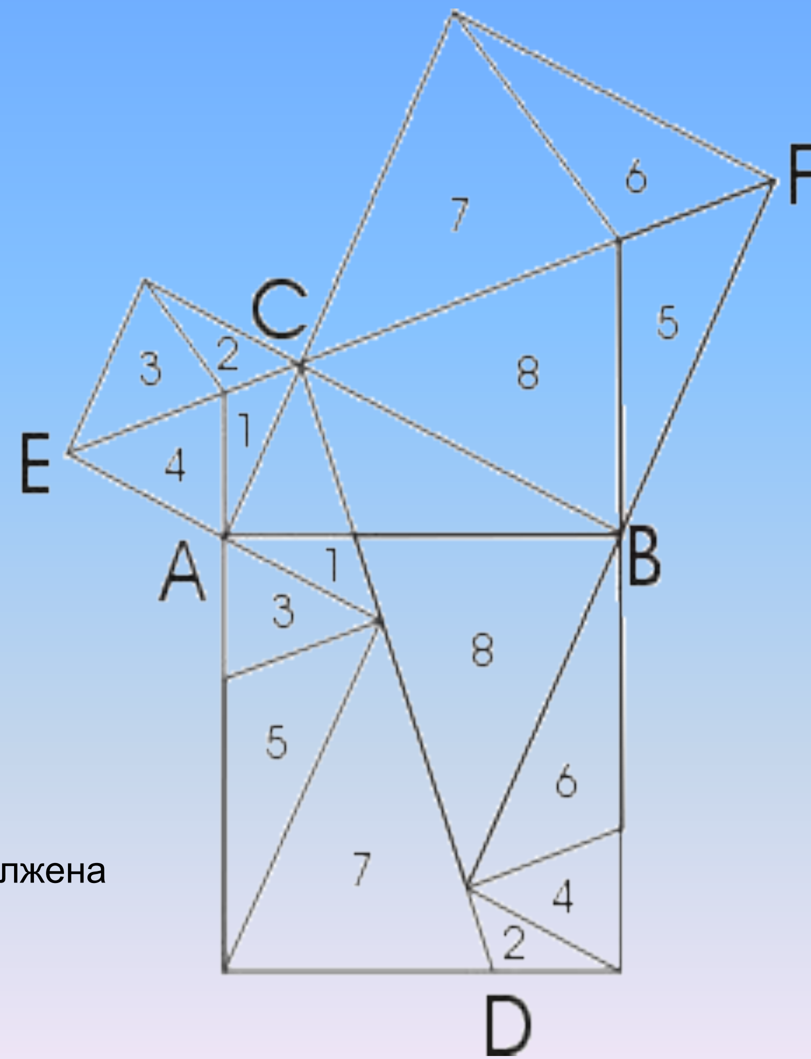
Если квадраты отложить в общую часть полуплоскостей с границами АВ и ВС, то сумма числовых значений площадей квадратов, построенных на катетах, равна 4SАВС (квадраты совпали). Но и площадь квадрата, построенного на гипотенузе, тоже равна 4SАВС

Если же квадраты отложить на сторонах во внешнюю область, то и в этом случае 2+2=4.

Теорема доказана.



Доказательство Эйнштейна



Точки E, C и F лежат на одной прямой; это следует из несложных расчётов градусной меры угла ECF (он развёрнутый).

CD проводим перпендикулярно EF.

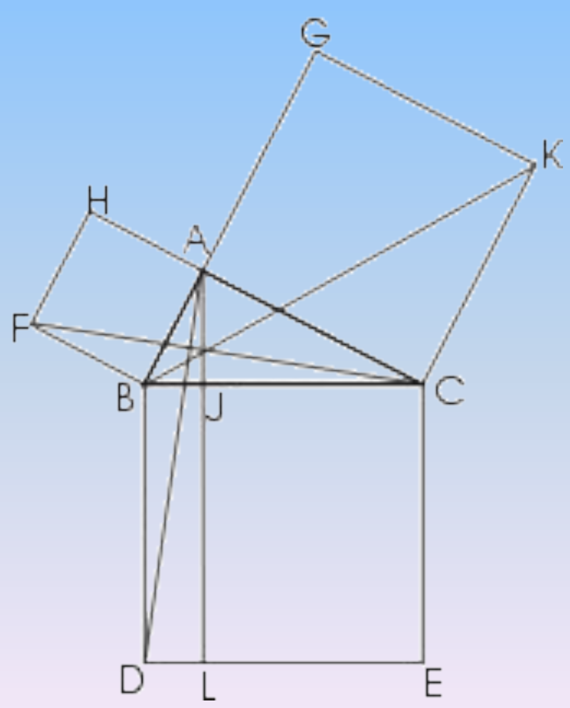
Продолжены вверх левая и правая стороны квадрата, построенного на гипотенузе, до пересечения с EF; продолжена сторона EA до пересечения с CD.

Соответственно равные треугольники одинаково пронумерованы.

Доказательство Евклида

Это доказательство было приведено Евклидом в его "Началах". По свидетельству Прокла (Византия), оно придумано самим Евклидом. Доказательство Евклида приведено в предложении 47 первой книги "Начал".

На гипотенузе и катетах прямоугольного треугольника ABC строятся соответствующие квадраты и доказывается, что прямоугольник BJLD равновелик квадрату ABFH, а прямоугольник JCEL - квадрату AGKC. Тогда сумма площадей квадратов на катетах будет равна площади квадрата на гипотенузе.



В самом деле, треугольники ABD и BFC равны по двум сторонам и углу между ними: FB = AB, BC = BD, а углы между ними равны как тупые углы со взаимно перпендикулярными сторонами.

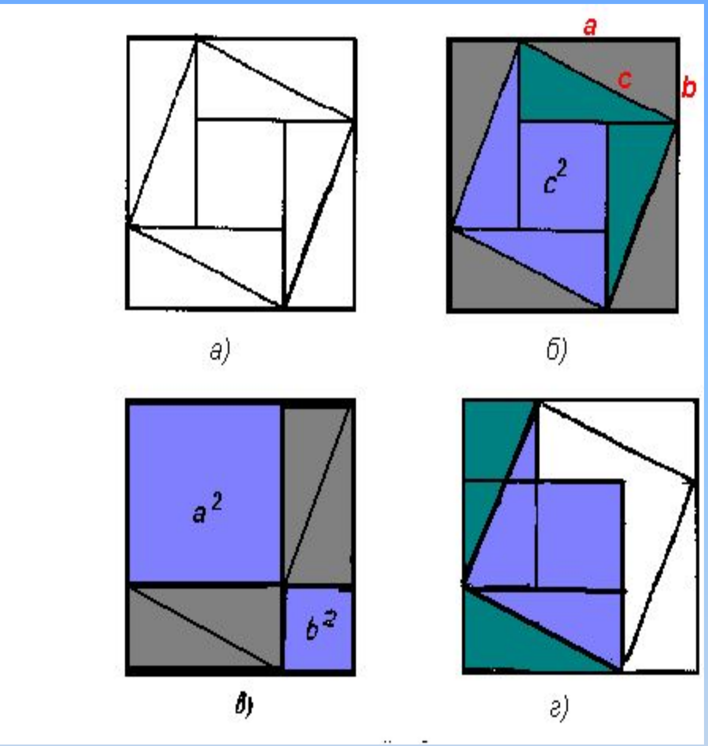
$S_{ABD} = 0{,}5 S_{BJLD}$,

так как у треугольника ABD и прямоугольника BJLD общее основание BD и общая высота LD. Аналогично $S_{FBC} = 0{,}5 S_{ABFH}$

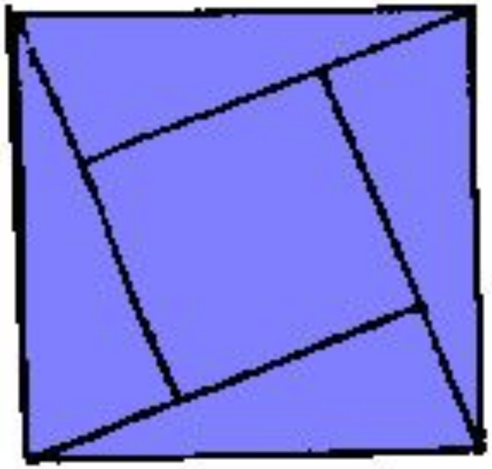
(BF-общее основание, AB-общая высота). Отсюда, учитывая, что $S_{ABD} = S_{FBC}$, имеем $S_{BJLD} = S_{ABFH}$.

Аналогично, если вы проведёте отрезок AE используете равенство треугольников BCK и ACE, то докажете, что $S_{JCEL} = S_{ACKG}$.

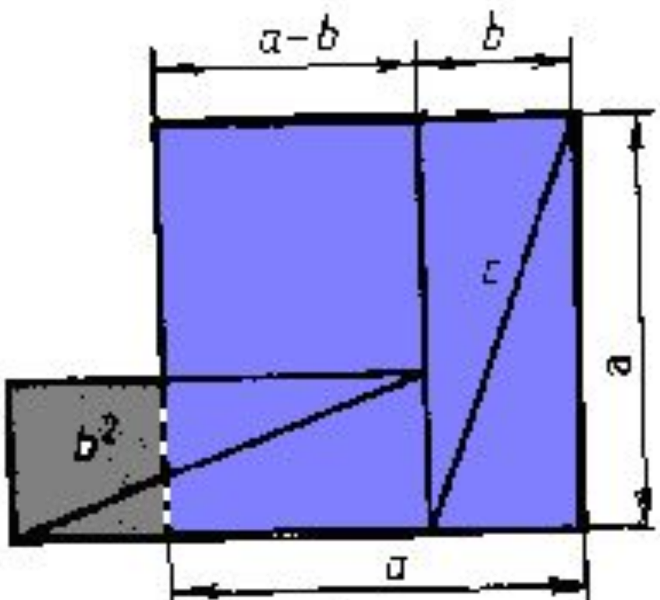
Итак, $S_{ABFH} + S_{ACKG} = S_{BJLD} + S_{JCEL} = S_{BCED}$, что и требовалось доказать.



Древнекитайское доказательство. на древнекитайском чертеже четыре равных прямоугольных треугольника с катетами a, b и гипотенузой с уложены так, что их внешний контур образует квадрат со стороной a+b, а внутренний — квадрат со стороной с, построенный на гипотенузе (б). Если квадрат со стороной с вырезать и оставшиеся 4 затушеванных треугольника уложить в два прямоугольника (в), то ясно, что образовавшаяся пустота, с одной стороны, равна c^2, а с другой — a^2+b^2, т.е. $c^2=a^2+b^2$. Теорема доказана. Заметим, что при таком доказательстве построения внутри квадрата на гипотенузе, которые мы видим на древнекитайском чертеже (а), не используются. По-видимому, древнекитайские математики имели другое доказательство. Именно если в квадрате со стороной с два заштрихованных треугольника (б) отрезать и приложить гипотенузами к двум другим гипотенузам (г), то легко обнаружить, что полученная фигура, которую иногда называют «креслом невесты», состоит из двух квадратов со сторонами a и b, т.е. $c^2=a^2+b^2$.

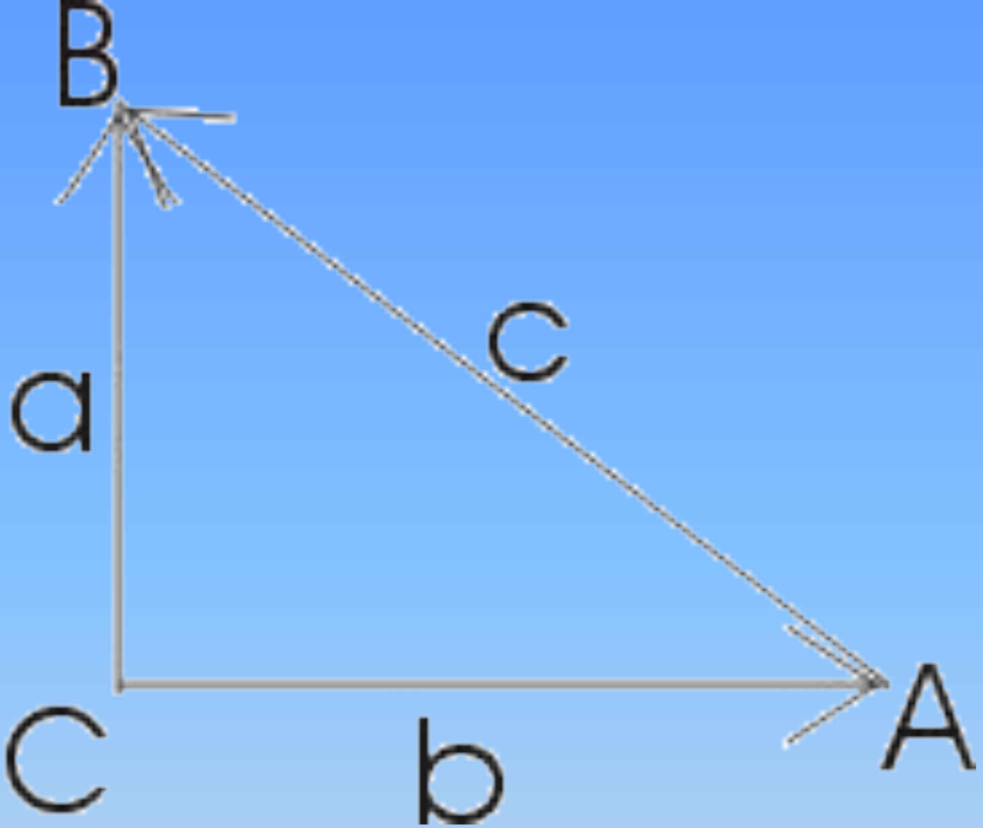


а)



б)

__Древнеиндийское доказательство__.
Математики Древней Индии заметили, что для доказательства теоремы Пифагора достаточно использовать внутреннюю часть древнекитайского чертежа. В написанном на пальмовых листьях трактате «Сиддханта широмани» («Венец знания») крупнейшего индийского математика XII в. Бхаскары помещен чертеж (а) с характерным для индийских доказательств словом «смотри!». Как видим, прямоугольные треугольники уложены здесь гипотенузой наружу и квадрат c^2 перекладывается в «кресло невесты» a^2-b^2 (б). Заметим, что частные случаи теоремы Пифагора (например, построение квадрата, площадь которого вдвое больше площади данного квадрата) встречаются в древнеиндийском трактате «Сульва сутра» (VII —V вв. до н.э.).

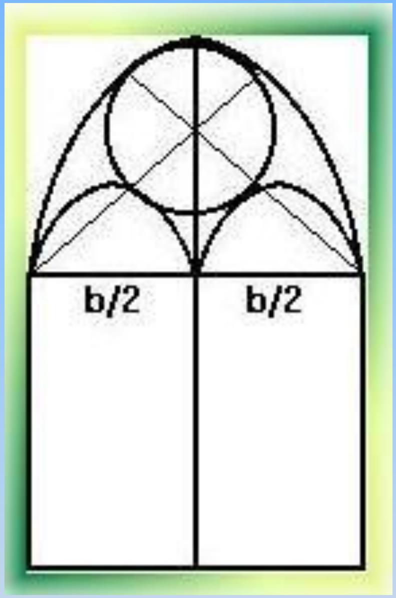


Векторное доказательство.

Пусть ABC - прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине C, построенный на векторах. Тогда справедливо векторное равенство: $b+c=a$ откуда имеем, что $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. Возводя обе части в квадрат, получим $c^2=a^2+b^2-2ab$. Так как a перпендикулярно $\vec{b}$, то $ab=0$, откуда $c^2=a^2+b^2$. Нами снова доказана теорема Пифагора.

Область применения.

Теорема Пифагора всегда имела широкое применение при решении самых разнообразных геометрических задач.



А сколько существует доказательств теоремы Пифагора?

Точно неустановленно количество доказательств знаменитой теоремы Пифагора Самосского. Ну приблизительно существует 250-350 доказательств этой теоремы, поэтому она даже попала в Книгу рекордов Гиннеса

Проект выполнили ученики 8А класса Лихачев Виктор и Межибовский Илья