

Пифагор! И его достижения в геометрии!

Пифагор – самая загадочная личность, человек-символ, философ, пророк.



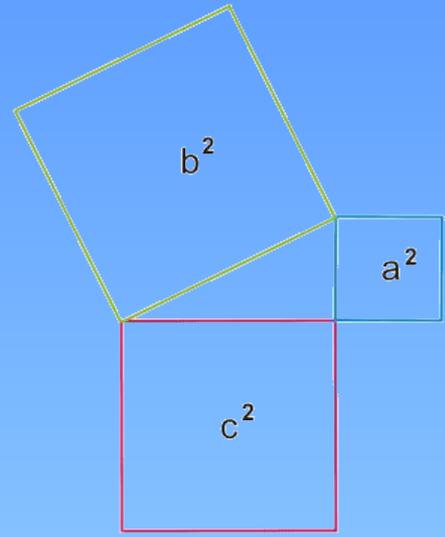
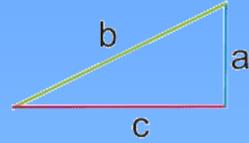
Пифагор



Пифагор – едва ли не самый популярный ученый за всю историю человечества. Ни одно имя ученого не повторяется так часто.

- Великий ученый Пифагор родился около 570 г. до н.э. Отцом Пифагора был Мнесарх, резчик по драгоценным камням. Когда отец Пифагора был в Дельфах по своим торговым делам, он и его жена Партенис решили спросить у Дельфийского оракула, будет ли Судьба благоприятствовать им во время обратного путешествия в Сирию. Пифия (прорицательница Аполлона), сидя на золотом триоде над сияющим отверстием оракула, не ответила на их вопрос, но сказала Мнесарху, что его жена носит в себе дитя и что у них родится сын, который превзойдет всех людей в красоте и мудрости и который много потрудится в жизни на благо человечества.
- По многим античным свидетельствам, родившийся мальчик был сказочно красив, а вскоре проявил и свои незаурядные способности.

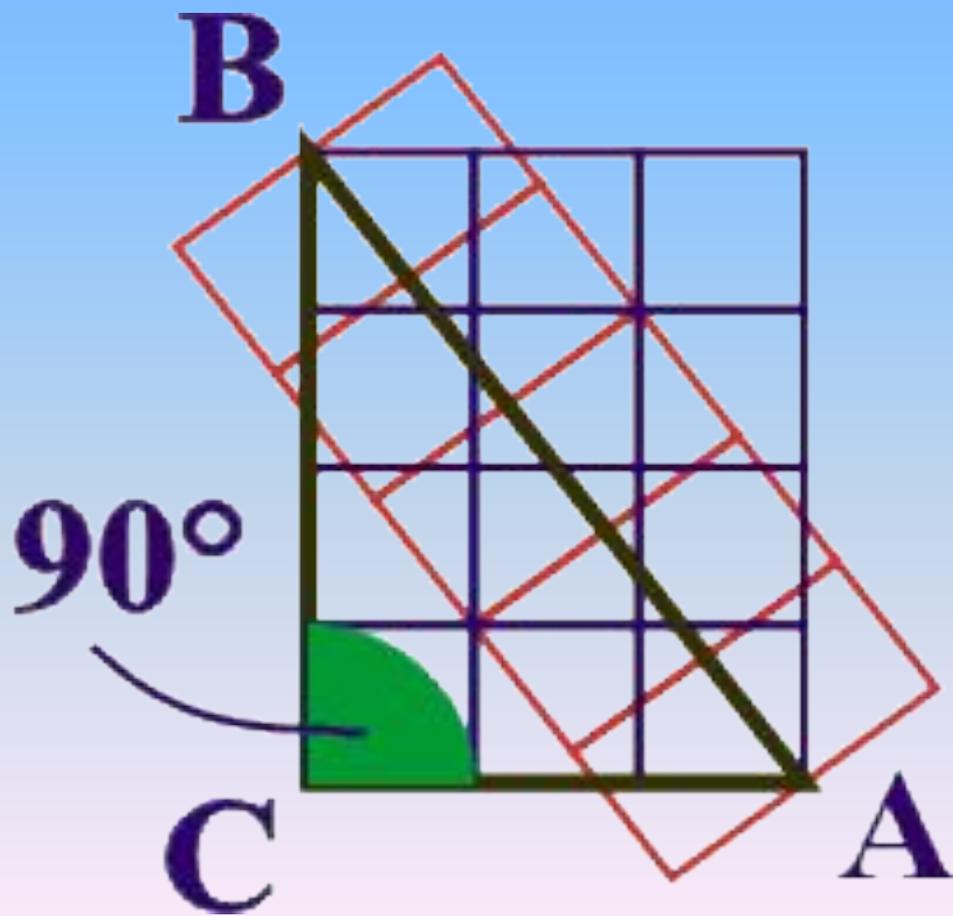
Если дан нам треугольник  
И притом с прямым углом,  
То квадрат гипотенузы  
Мы всегда легко найдем:  
Катеты в квадрат возводим,  
Сумму степеней находим —  
И таким простым путем  
К результату мы придем.



- Теорема Пифагора – важнейшее утверждение геометрии. Ее открытие приписывают древнегреческому философу и математику Пифагору Самосскому (VI в. до н.э.). Но изучение вавилонских клинописных таблиц и древних китайских рукописей (копий ещё более древних манускриптов) показало, что знаменитая теорема была известна задолго до Пифагора, возможно, за несколько тысячелетий до него. Заслуга же Пифагора состояла в том, что учёный первым открыл доказательство этой теоремы. Открытие теоремы Пифагором окружено множеством красивых легенд.

# ТЕОРЕМА ПИФАГОРА И СПОСОБЫ ЕЁ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

В прямоугольном  
треугольнике  
квадрат  
гипотенузы равен  
сумме квадратов  
катетов.



# Различные способы доказательства теоремы Пифагора

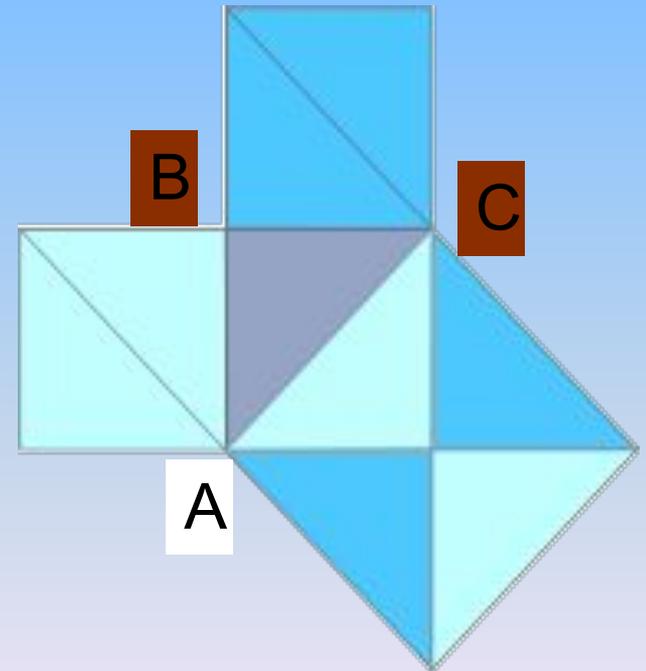
## Простейшее доказательство

На рисунке дан простейший равнобедренный прямоугольный треугольник ABC (закрашен серым цветом, AB и BC - катеты).

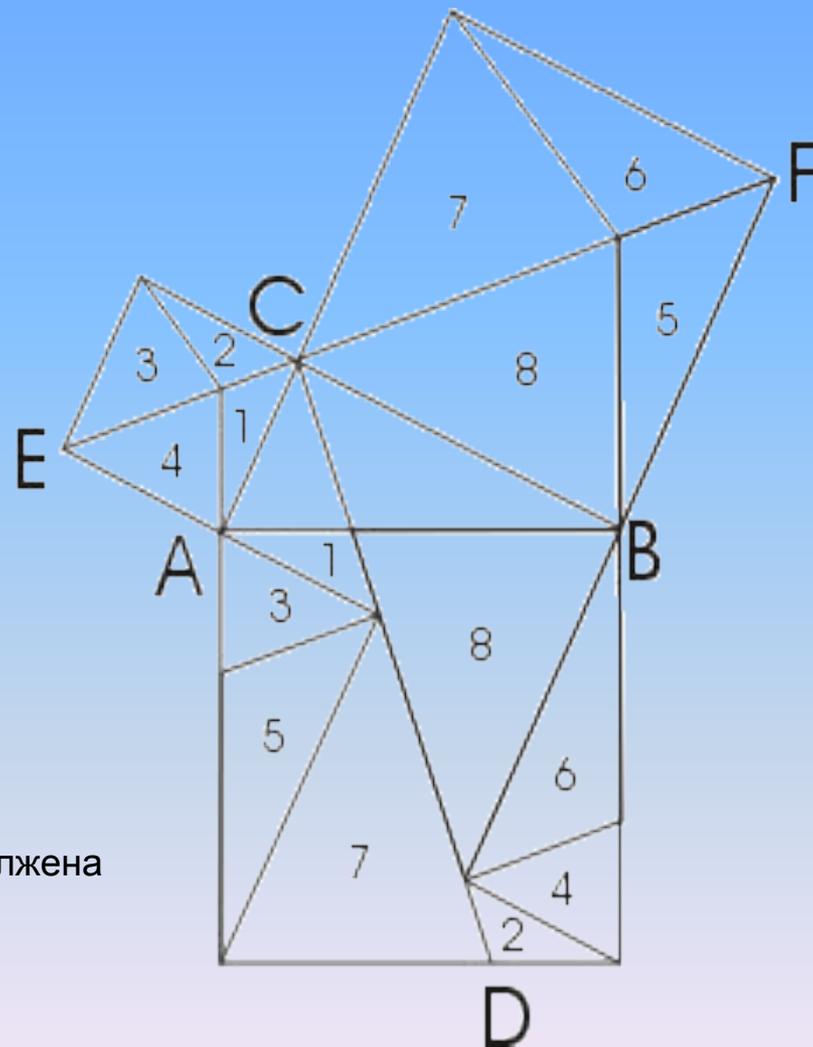
Если квадраты отложить в общую часть полуплоскостей с границами AB и BC, то сумма числовых значений площадей квадратов, построенных на катетах, равна  $4S_{ABC}$  (квадраты совпали). Но и площадь квадрата, построенного на гипотенузе, тоже равна  $4S_{ABC}$

Если же квадраты отложить на сторонах во внешнюю область, то и в этом случае  $2+2=4$ .

Теорема доказана.



# Доказательство Эйнштейна



Точки E, C и F лежат на одной прямой; это следует из несложных расчётов градусной меры угла ECF (он развёрнутый).

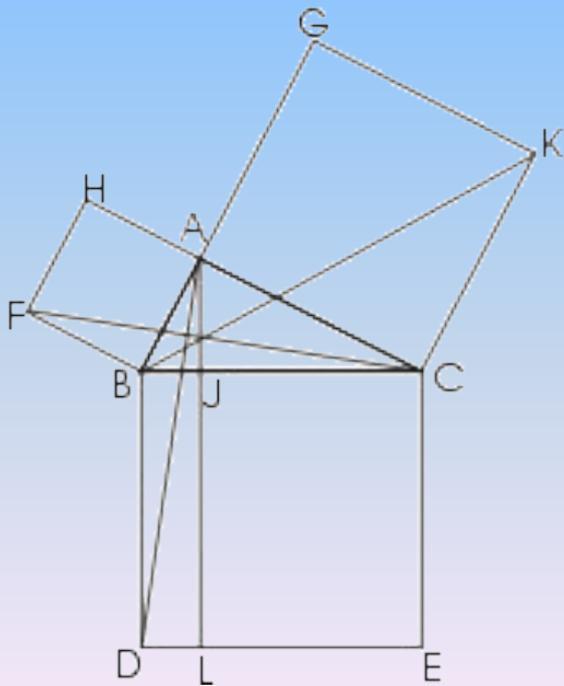
CD проводим перпендикулярно EF.

Продолжены вверх левая и правая стороны квадрата, построенного на гипотенузе, до пересечения с EF; продолжена сторона EA до пересечения с CD.

Соответственно равные треугольники одинаково пронумерованы.

# Доказательство Евклида

Это доказательство было приведено Евклидом в его "Началах". По свидетельству Прокла (Византия), оно придумано самим Евклидом. Доказательство Евклида приведено в предложении 47 первой книги "Начал". На гипотенузе и катетах прямоугольного треугольника ABC строятся соответствующие квадраты и доказывается, что прямоугольник BJLD равновелик квадрату ABFH, а прямоугольник JCEL - квадрату AGKC. Тогда сумма площадей квадратов на катетах будет равна площади квадрата на гипотенузе.



В самом деле, треугольники ABD и BFC равны по двум сторонам и углу между ними:  $FB = AB$ ,  $BC = BD$ , а углы между ними равны как тупые углы со взаимно перпендикулярными сторонами.

$$S_{ABD} = 0,5S_{BJLD},$$

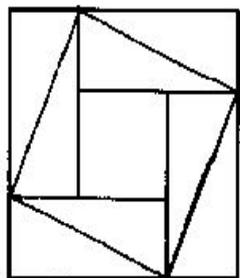
так как у треугольника ABD и прямоугольника BJLD общее основание BD и общая высота LD. Аналогично  $S_{BFC} = 0,5S_{ABFH}$

(BF-общее основание, AB-общая высота). Отсюда, учитывая, что  $S_{ABD} = S_{BFC}$ , имеем  $S_{BJLD} = S_{ABFH}$ .

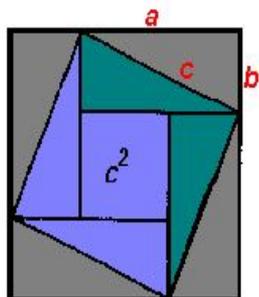
Аналогично, если вы проведёте отрезок AE используйте равенство треугольников BCK и ACE, то докажете, что  $S_{JCEL} = S_{ACKG}$ .

Итак,  $S_{ABFH} + S_{ACKG} = S_{BJLD} + S_{JCEL} = S_{BDEC}$ , что и требовалось доказать.

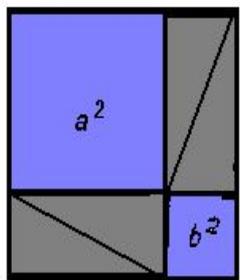




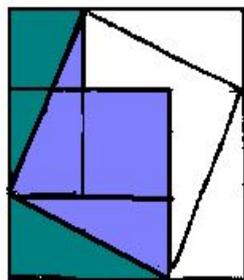
а)



б)

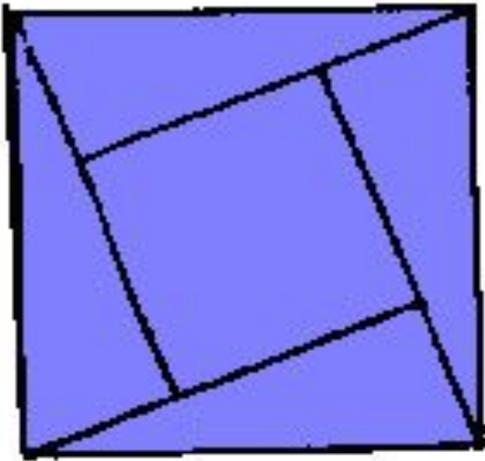


в)

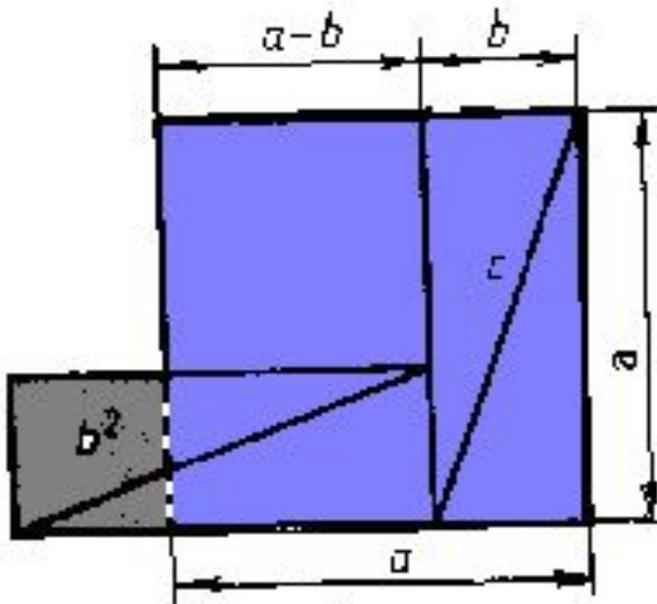


г)

**Древнекитайское доказательство.** на древнекитайском чертеже четыре равных прямоугольных треугольника с катетами  $a$ ,  $b$  и гипотенузой  $c$  уложены так, что их внешний контур образует квадрат со стороной  $a+b$ , а внутренний — квадрат со стороной  $c$ , построенный на гипотенузе (б). Если квадрат со стороной  $c$  вырезать и оставшиеся 4 затушеванных треугольника уложить в два прямоугольника (в), то ясно, что образовавшаяся пустота, с одной стороны, равна  $c^2$ , а с другой —  $a^2+b^2$ , т.е.  $c^2=a^2+b^2$ . Теорема доказана. Заметим, что при таком доказательстве построения внутри квадрата на гипотенузе, которые мы видим на древнекитайском чертеже (а), не используются. По-видимому, древнекитайские математики имели другое доказательство. Именно если в квадрате со стороной  $c$  два заштрихованных треугольника (б) отрезать и приложить гипотенузами к двум другим гипотенузам (г), то легко обнаружить, что полученная фигура, которую иногда называют «креслом невесты», состоит из двух квадратов со сторонами  $a$  и  $b$ , т.е.  $c^2=a^2+b^2$ .



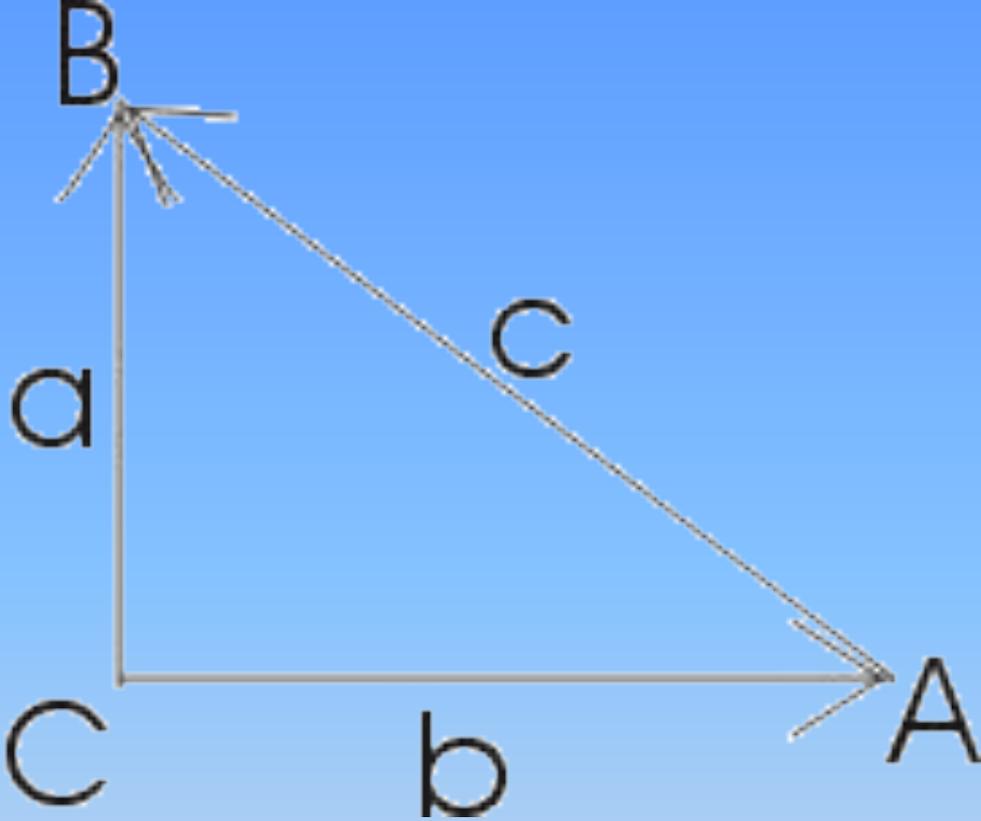
а)



б)

### Древнеиндийское доказательство.

Математики Древней Индии заметили, что для доказательства теоремы Пифагора достаточно использовать внутреннюю часть древнекитайского чертежа. В написанном на пальмовых листьях трактате «Сиддханта широмани» («Венец знания») крупнейшего индийского математика XII в. Бхаскары помещен чертеж (а) с характерным для индийских доказательств словом «смотри!». Как видим, прямоугольные треугольники уложены здесь гипотенузой наружу и квадрат  $c^2$  перекладывается в «кресло невесты»  $a^2 - b^2$  (б). Заметим, что частные случаи теоремы Пифагора (например, построение квадрата, площадь которого вдвое больше площади данного квадрата) встречаются в древнеиндийском трактате «Сульва сутра» (VII — V вв. до н.э.).

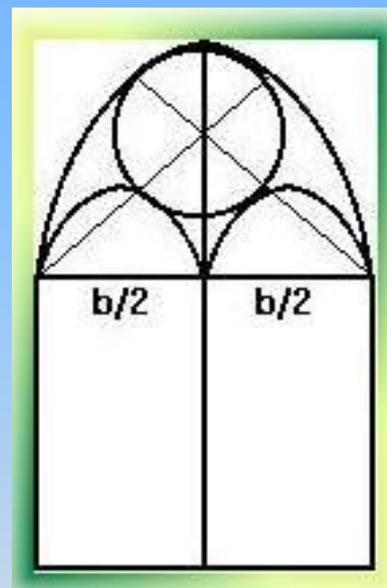


### Векторное доказательство.

Пусть  $ABC$  - прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $C$ , построенный на векторах. Тогда справедливо векторное равенство:  $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$  откуда имеем, что  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ . Возводя обе части в квадрат, получим  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ . Так как  $\vec{a}$  перпендикулярно  $\vec{b}$ , то  $ab = 0$ , откуда  $c^2 = a^2 + b^2$ . Нами снова доказана теорема Пифагора.

## Область применения.

Теорема Пифагора всегда имела широкое применение при решении самых разнообразных геометрических задач.



# А сколько существует доказательств теоремы Пифагора?

Точно не установлено количество доказательств знаменитой теоремы Пифагора Самосского. Ну приблизительно существует 250-350 доказательств этой теоремы, поэтому она даже попала в Книгу рекордов Гиннеса



Проект  
выполнили  
ученики 8А  
класса  
Лихачев  
Виктор и  
Межибовский  
Илья