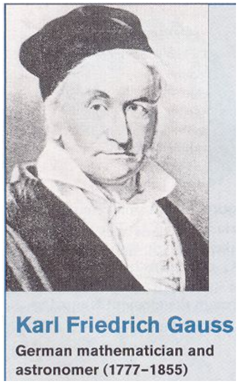
Обзор законов электромагнетизма

Закон Гаусса

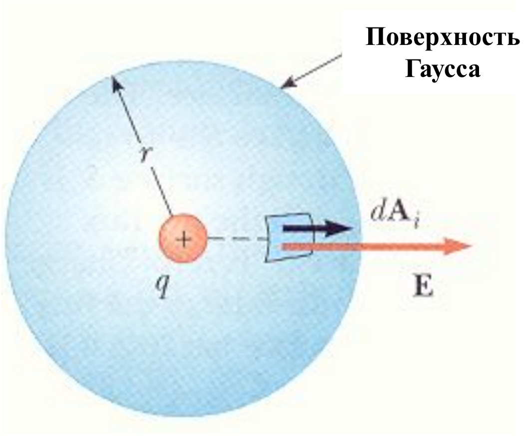


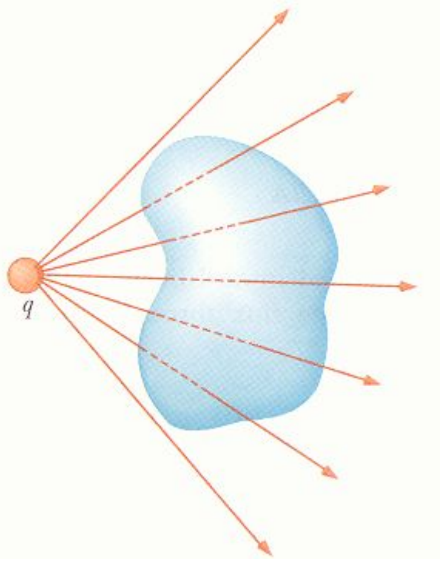
Суммарный электрический поток через произвольную замкнутую поверхность

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{(V)} \rho dV$$

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\boxed{\oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = q = \int_{(V)} \rho dV}$$





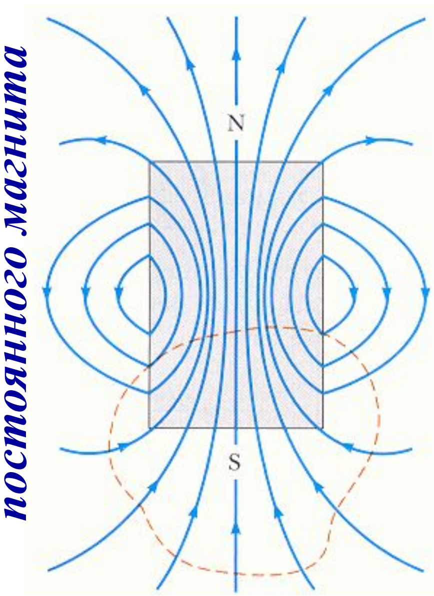
<u>Первый закон</u>: ***поток Φ_E вектора E через произвольную замкнутую поверхность S пропорционален заряду заключенному внутри нее***

Закон Гаусса в магнетизме

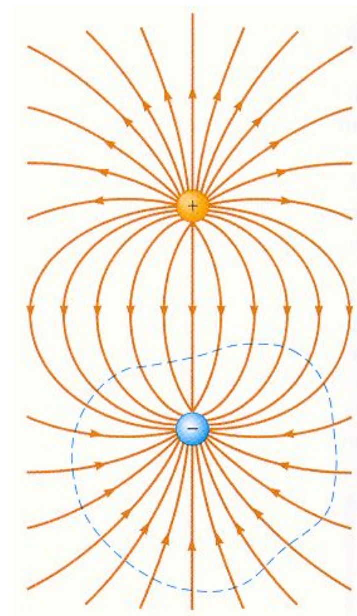
Силовые линии магнитного поля всегда непрерывны и замкнуты.

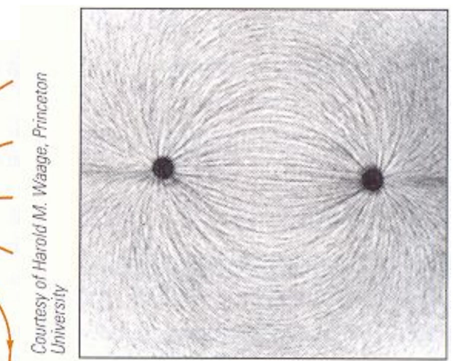
Силовые линии магнитного поля не начинаются и не обрываются ни в какой точке.

Силовые линии магнитного поля постоянного магнита



Силовые линии электрического поля электрического диполя



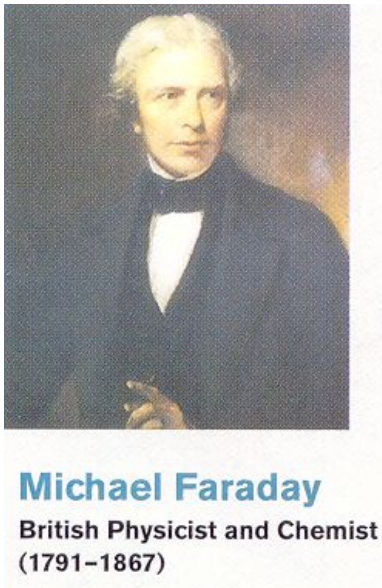


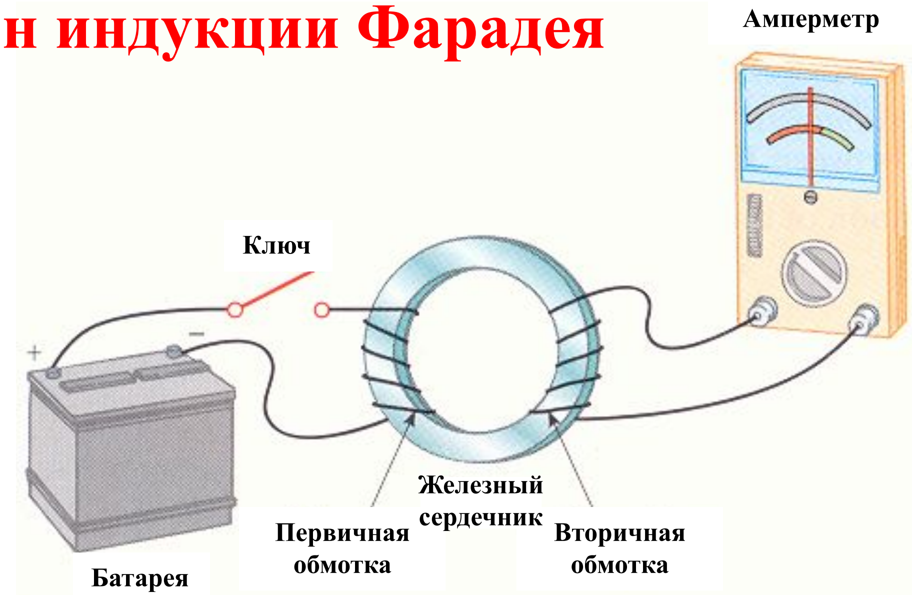
Второй закон: ***поток Φ_B вектора B через произвольную замкнутую поверхность S всегда равен нулю***

$$\Phi_B = 0$$

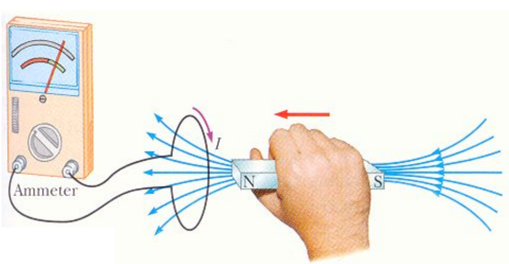
$$\boxed{\oint_S \vec{B}\, d\vec{S} = 0}$$

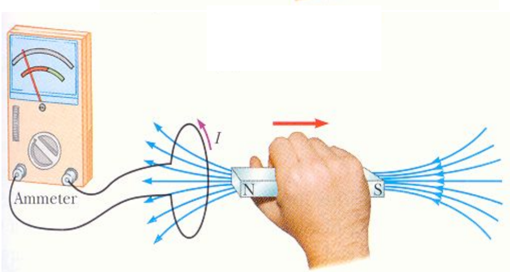
Закон индукции Фарадея





ЭДС, **индуцированная в контуре, прямо пропорциональна скорости изменения во времени** ***магнитного потока***, **пронизывающего контур.**





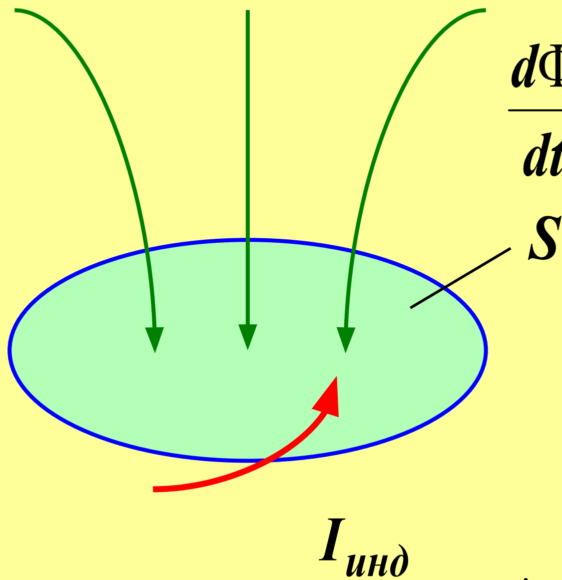
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\boxed{\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{A_{12}}{q} = \int_1^2 E^* dl = \oint \vec{E} d\vec{l}}$$

$$\boxed{\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_{(S)} \vec{B} d\vec{S}}$$

Третий закон, открытый **Фарадеем**, описывает динамический способ возникновения электрического поля: ***меняющийся поток магнитного поля Φ_B через площадь замкнутого проводника наводит в нем э.д.с., величина которой пропорциональна скорости изменения Φ_B.***



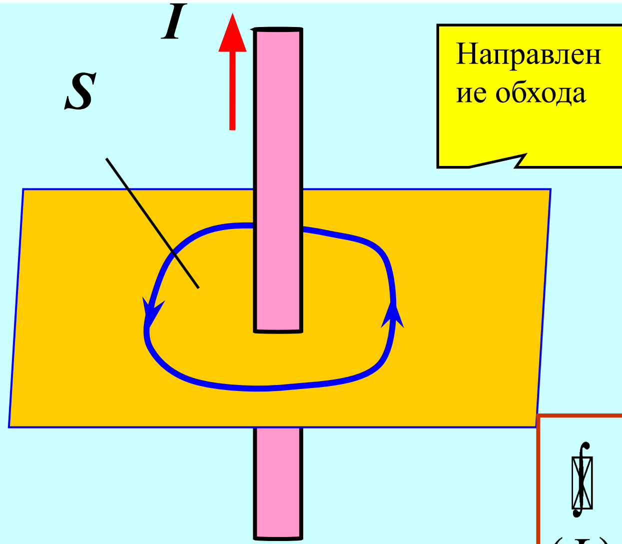
$$\frac{d\Phi}{dt} > 0$$

$$\varepsilon_0 = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

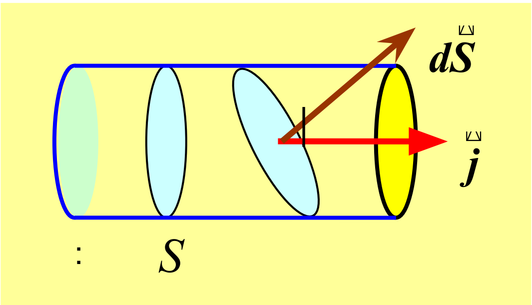
$$\oint\limits_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int\limits_{(S)} \vec{B} d\vec{S}$$

$$\boxed{\oint\limits_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = -\int\limits_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}}$$

<u>четвертый закон</u> (закон полного тока, Ампер): ***циркуляция вектора магнитной индукции B вдоль любой замкнутой линии L пропорциональна алгебраической сумме токов, которые пересекают охватываемую ею поверхность S***



$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$



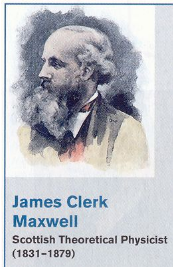
$$\oint_{(L)} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I = \mu_0 \int_{(S)} \vec{j} d\vec{S}$$

$$j = \frac{dI}{dS_\perp}$$

$$dI = j dS_\perp = j dS \cos\alpha = \vec{j} d\vec{S}$$

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = I = \int_{(S)} \vec{j} d\vec{S}$$



Уравнения Максвелла

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Закон Гаусса в электричестве

Результирующий электрический поток через произвольную замкнутую поверхность равен величине суммарного заряда, заключенного внутри этой поверхности, деленной на ε_0.

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Закон Гаусса в магнетизме

Результирующий магнитный поток через произвольную замкнутую поверхность равен нулю.

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_{(S)} \vec{B} d\vec{S}$$

Циркуляция вектора напряженности электри-ческого поля вдоль контура равна скорости изменения магнитного потока через произвольную поверхность, опирающуюся на этот контур.

Закон Фарадея

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

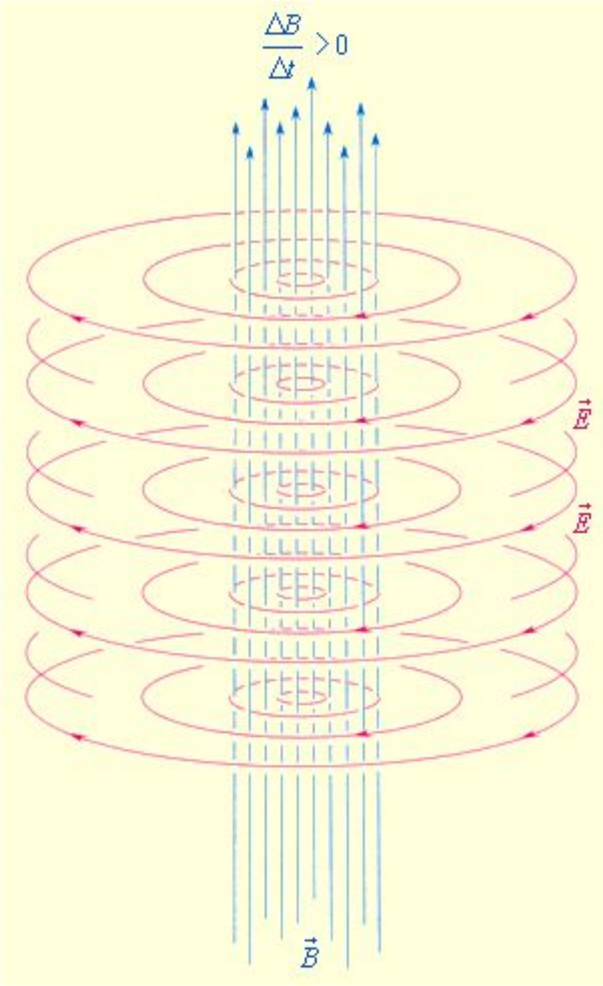
$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = I = \int_{(S)} \vec{j} d\vec{S}$$

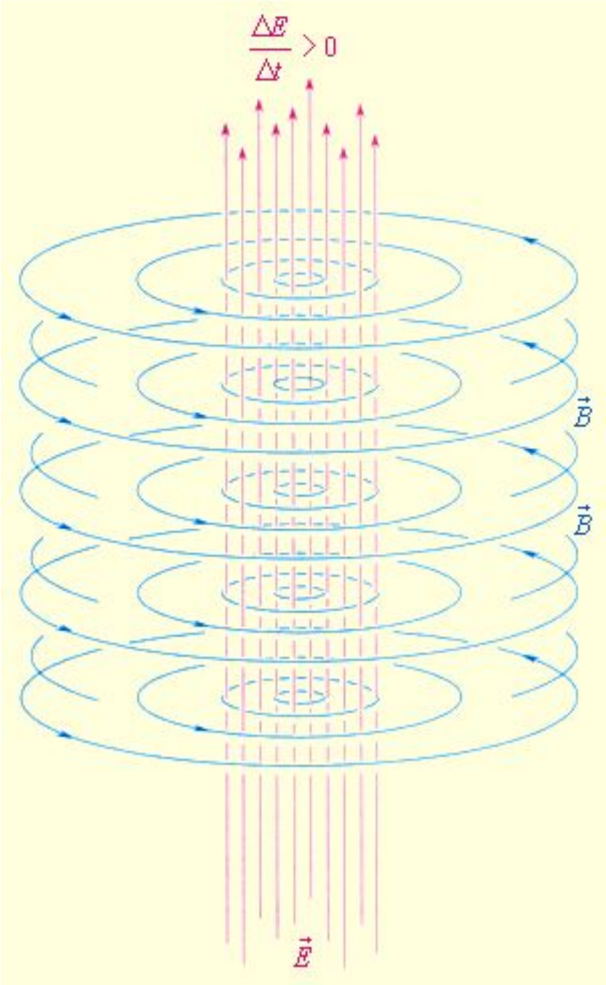
Закон Ампера

Циркуляция вектора магнитной индукции вдоль контура равна произведению тока, охватываемого этим контуром

Гипотеза Максвелла.

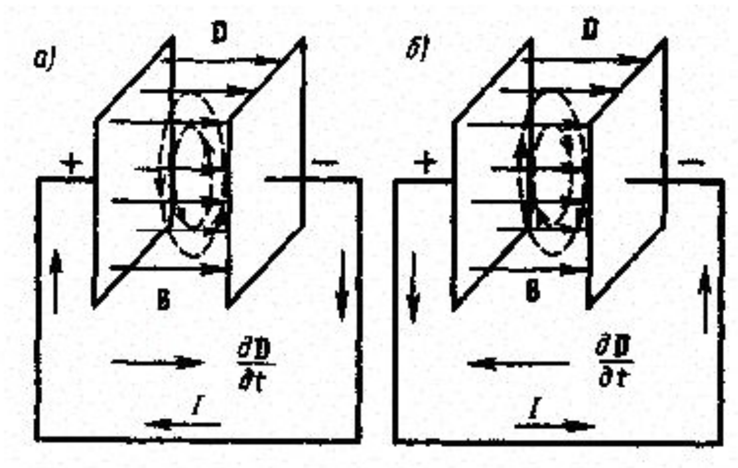
если всякое изменяющееся во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое поле, **то** ***должно существовать и обратное явление: изменяющееся электрическое поле, создает в окружающем пространстве вихревое магнитное поле***





Ток смещения

Изменяющееся электрическое поле в конденсаторе в любой момент времени создает такое же магнитное поле, как если бы м/у обкладками существовал ток проводимости, имеющий силу, равную силе тока в металлических проводах



Поверхностная плотность заряда на обкладках:

$$\sigma = \varepsilon\varepsilon_0 E = D$$

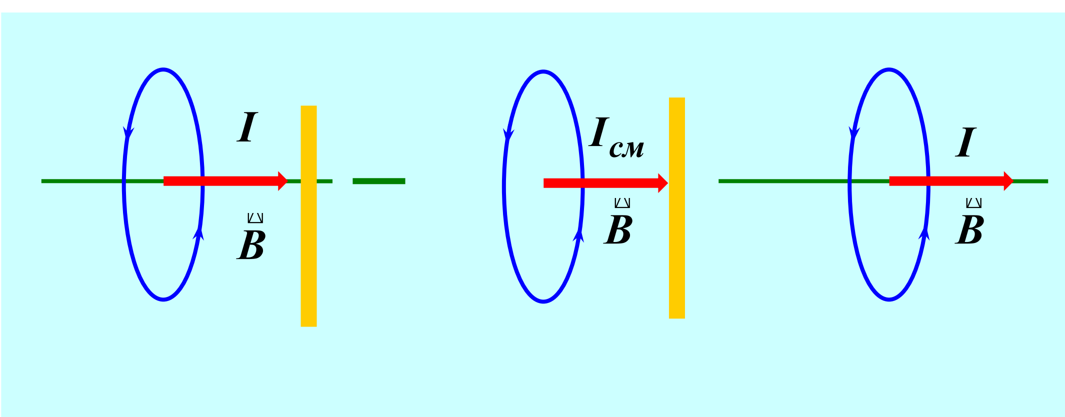
Заряд на обкладках:

$$q = \sigma S = \varepsilon\varepsilon_0 ES = DS$$

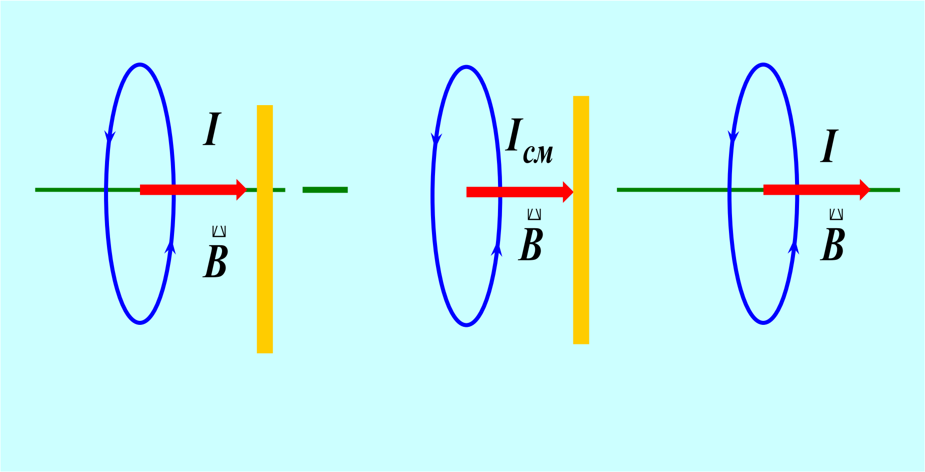
$$I_c = \frac{dq}{dt} = S\frac{d(\varepsilon\varepsilon_0 E)}{dt} = S\frac{dD}{dt}$$

Переменное во времени ЭП вызывает такое же МП, как и ток проводимости с плотностью j_c

$$\boxed{j_c = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{dE}{dt} = \frac{dD}{dt}}$$



Ток смещения



$$\oint\limits_{(L)} \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \int\limits_{(S)} \vec{j}d\vec{S}$$

Закон полного тока (теорема о циркуляции вектора *B*) согласно теории Максвелла, должен быть, записан в виде:

$$\oint\limits_{(L)} \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 (I + I_{см})$$

$$I = I_{см} = \int\limits_{(S)} \vec{j}_{см} d\vec{S}$$

$$\vec{j}_{см} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\oint\limits_{(L)} \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \left(\int\limits_{(S)} \vec{j}d\vec{S} + \varepsilon\varepsilon_0 \int\limits_{(S)} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} d\vec{S} \right)$$

$$\oint\limits_{(L)} \vec{H}d\vec{l} = \int\limits_{(S)} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S}$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

Полная система уравнений Максвелла

Объединив четыре закона электромагнетизма и добавив слагаемое (ток смещения) в закон полного тока Максвелл получил систему уравнений, с помощью которых ему удалось предсказать целый ряд новых явлений. Поэтому эти уравнения носят его имя, несмотря на то, что они включают законы, связанные с именами Гаусса, Ампера и Фарадея.

1. $$\oint_{(S)} \vec{D}d\vec{S} = q = \int_{(V)} \rho dV$$

2. $$\oint_{(S)} \vec{B}d\vec{S} = 0$$

$$\boxed{\oint_{(S)} \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{(V)} \rho dV}$$

3. $$\oint_{(L)} \vec{E}d\vec{l} = -\int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

$$\boxed{\oint_{(L)} \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \left(\int_{(S)} \vec{j}d\vec{S} + \varepsilon\varepsilon_0 \int_{(S)} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} d\vec{S} \right)}$$

4. $$\oint_{(L)} \vec{H}d\vec{l} = \int_{(S)} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S}$$

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}}$$

Для стационарных полей (E=const, B=const):

$$\oint_{(S)} \vec{D}d\vec{S} = q \qquad \oint_{(S)} \vec{B}d\vec{S} = 0 \qquad \oint_{(L)} \vec{E}d\vec{l} = 0 \qquad \oint_{(L)} \vec{H}d\vec{l} = \int_{(S)} \vec{j}d\vec{S} = I$$

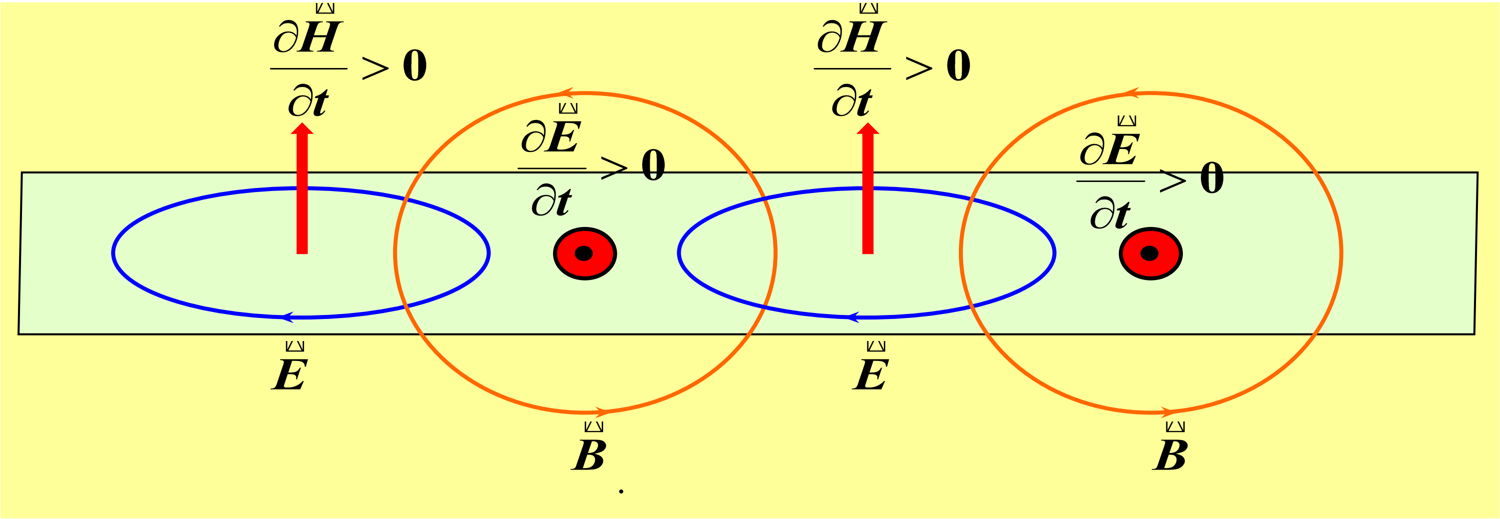
Излучение электромагнитных волн

Распространение электромагнитных колебаний в пространстве

Вакуум - отсутствие диэлектрических и магнитных материалов

$$\oint\limits_{(L)} \vec{E}d\vec{l} = -\mu_0 \int\limits_{(S)} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} d\vec{S} \qquad \oint\limits_{(L)} \vec{H}d\vec{l} = \varepsilon_0 \int\limits_{(S)} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} d\vec{S}$$

Появление *изменяющегося* магнитного поля тут же вызывает появление электрического поля. Поскольку ранее электрическое поле отсутствовало, то процесс его *появления,* согласно второму уравнению, порождает магнитное поле, которое в свою очередь создает электрическое и т.д. Эта круговая последовательность событий генерирует электрические поля от изменяющихся магнитных полей и магнитные поля от последующих изменений электрических полей

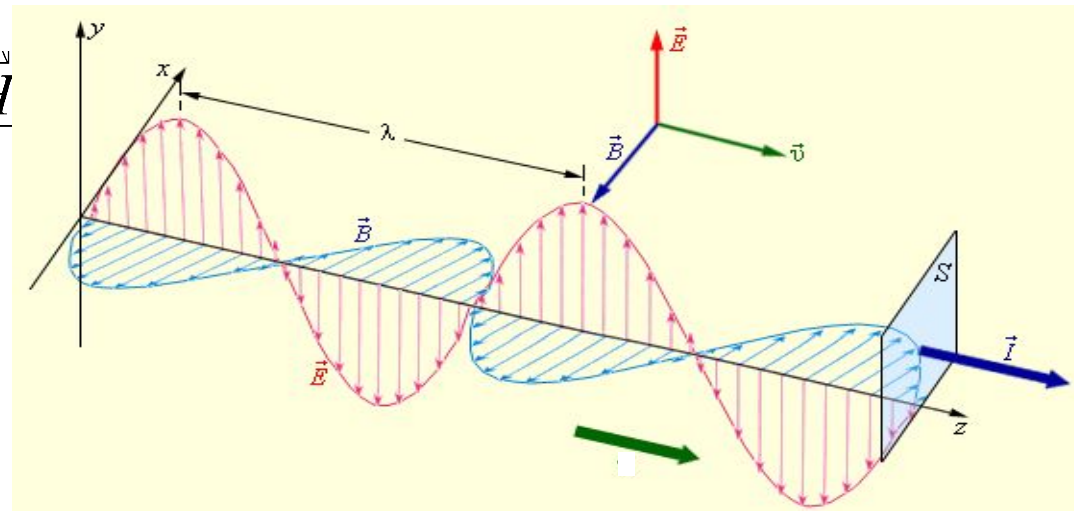


При распространении электромагнитных колебаний в пространстве, т.е. электромагнитной волны, векторы E и B всегда перпендикулярны друг другу, а также скорости движения фронта волны

Дифференциальные уравнения электромагнитных волн

Следствием уравнений Максвелла является то, что векторы ***E*** и ***H*** переменного электромагнитного поля *для **однородной** и **изотропной** среды* вдали от зарядов и токов удовлетворяют волновым уравнениям

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \qquad \Delta\vec{H} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}$$



$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

υ фазовая скорость

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = c = 2.99792458 \approx 3\cdot 10^8\, м/с$$

$$\mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}\ \text{Тл}\cdot\text{м/А}$$

$$\varepsilon_0 = 8.85419\times 10^{-12}\ \text{Кл}^2/\text{Н}\cdot\text{м}^2$$

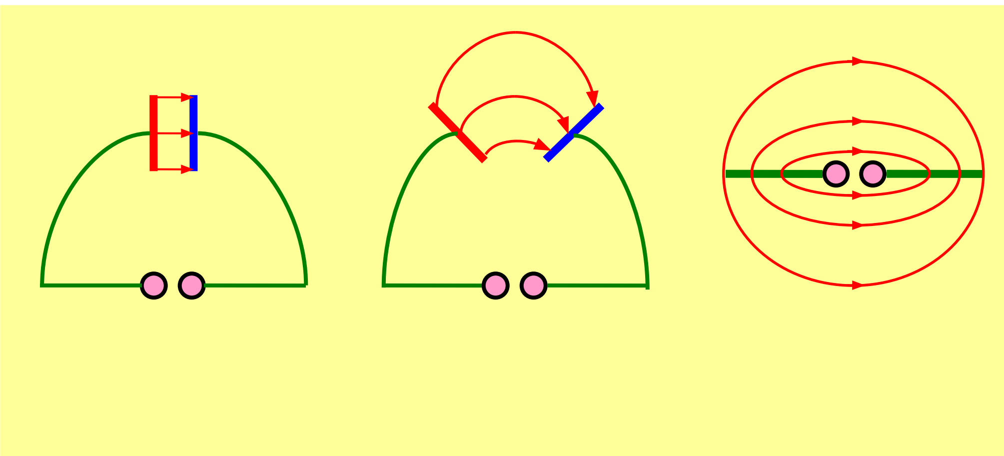
$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \qquad \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2}$$

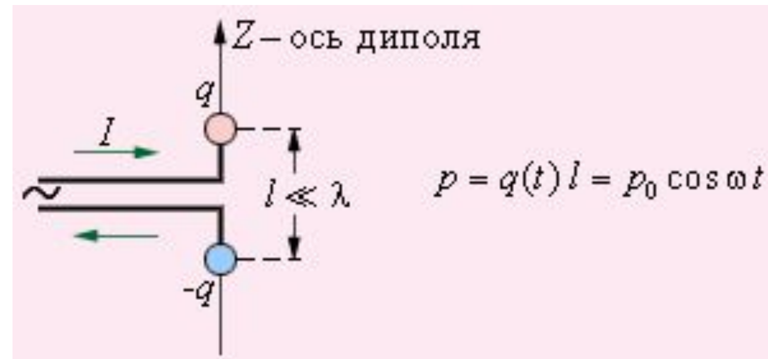
$$E_y = E_0\cos(\omega t - kz)$$

$$H_x = H_0\cos(\omega t - kz)$$

$$k = \omega/\upsilon = 2\pi/\lambda$$

Открытый колебательный контур (вибратор Герца 1888г.) (*а, б, в*). Вибратор Герца представляет собой два стержня, разделенные искровым промежутком (*в*). При подключении генератора переменного тока в нем возникают колебания электрических зарядов, что и приводит излучению электромагнитных волн, точно так же как это происходит при колебаниях диполя.

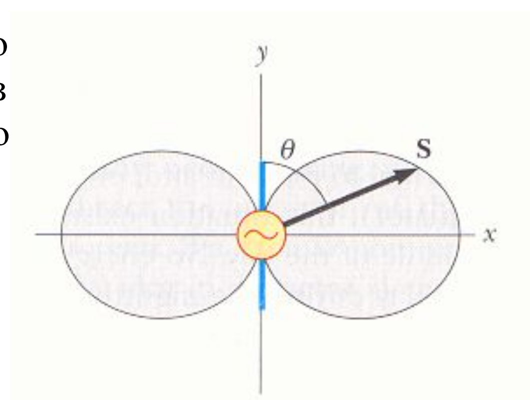


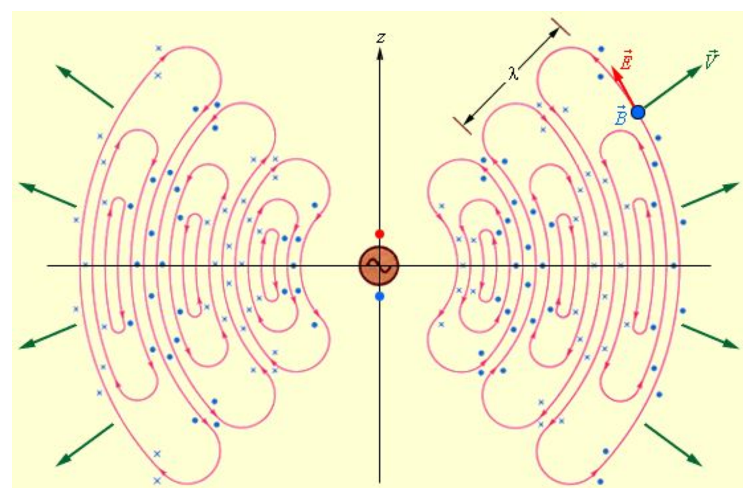


Элементарный диполь, совершающий гармонические колебания. Излучение диполя.

Расстояние от центра диполя до точки на краю одного из эллипсов пропорционально интенсивности излучения

$$I \sim (\sin^2\theta \,/\, r^2).$$





Энергия, переносимая электромагнитной волной

Электромагнитные волны переносят энергию.

Эта энергия может быть передана объектам, встречающимся на пути распространения электромагнитных волн.

Вакуум - отсутствие диэлектрических и магнитных материалов

Мгновенная плотность энергии, связанная с электрическим полем

$$\omega_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Мгновенная плотность энергии, связанная с магнитным полем

$$\omega_H = \frac{\mu_0 H^2}{2}$$

$$\omega_H = \omega_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{\mu_0 H^2}{2}$$

Мгновенная плотность энергии, связанная с магнитным полем электромагнитной волны, *равна* мгновенной плотности энергии, связанной с ее электрическим полем.

Мгновенная плотность суммарной энергии

$$w_{эм} = w_э + w_м = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2} = \varepsilon_0 E^2 = \mu_0 H^2$$

Поток электромагнитной энергии переносимый через площадку *S*, ориентированную перпендикулярно направлению распространения волны, за время *Δt* со скоростью *c* будет равен

$$\Delta W_{эм} = (w_э + w_м)\cdot(Sc\Delta t)$$

Плотностью потока или *интенсивностью J* называют электромагнитную энергию, переносимую волной за единицу времени через поверхность единичной площади:

$$J = \frac{\Delta W_{\acute{y}\grave{\imath}}}{S\Delta t} = (w_{\acute{y}} + w_{\grave{\imath}})c = \varepsilon_0 E^2 c = EH$$

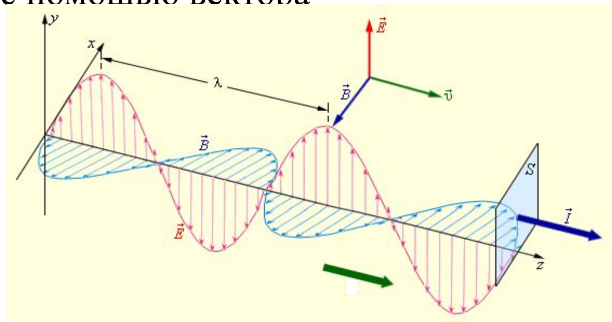
$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

$$\varepsilon_0 E = (1/c)H$$

Плотность потока электромагнитной энергии можно представить с помощью вектора

вектора Пойнтинга.

$$\vec{J} = [\vec{E} \times \vec{H}]$$



В синусоидальной (гармонической) волне в вакууме среднее значение J_{CP} плотности потока электромагнитной энергии равно:

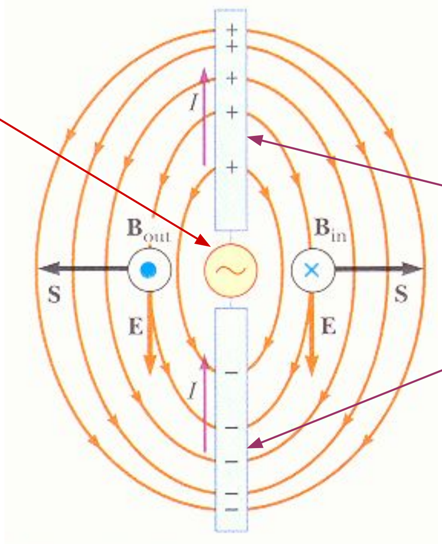
$$J_{ср} = \langle J \rangle = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} E \cdot H$$

Генерирование электромагнитных волн с помощью антенны

Неподвижные заряды и постоянные токи не могут служить источниками электромагнитных волн.

Излучение создается ускоренными заряженными частицами.

Источник переменного напряжения (*LC* осциллятор)



Два металлических стержня

Антенна

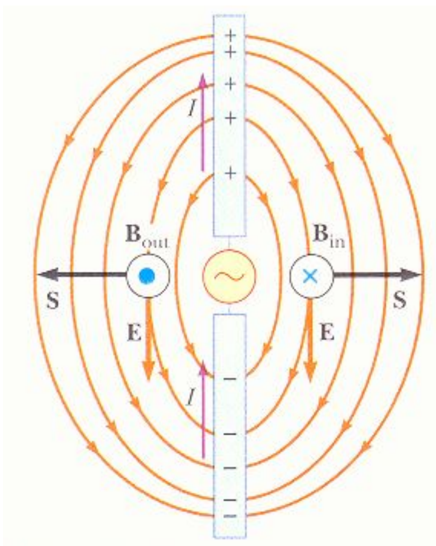
Генерирование электромагнитных волн с помощью антенны

Длина **каждого из** **стержней** $= \lambda/4$ эмитированной **волны**.

Частота осциллятора **равна** f.

Осциллятор **заставляет** **заряды** **в стержнях** **двигаться** **ускоренно** **вверх вниз**.

Силовые линии **создаваемого** **электрического поля** **напоминают таковые для** **электрического диполя.**



Антенна

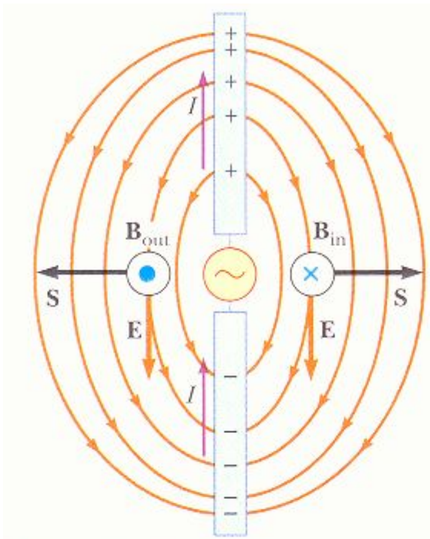
Осциллирующий электрический диполь - дипольная антенна.

Ток, вызванный движением зарядов между концами антенны, создает **магнитное поле.**

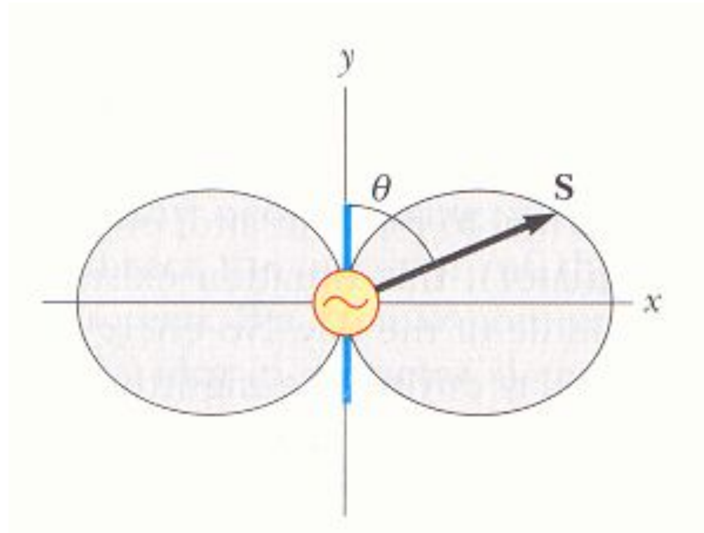
Силовые линии **магнитного поля** **– концентрические окружности,** **перпедикулярные оси антенны.**

Силовые линии **магнитного поля** ***перпендикулярны*** **силовым линиям** **электрического поля.**

Генерирование электромагнитных волн с помощью антенны



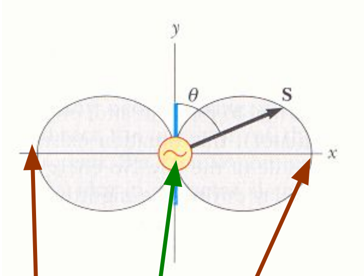
Антенна



Угловая зависимость интенсивности излучения, сгенерированного осциллирующим электрическим диполем

Расстояние от центра диполя до точки на краю одного из эллипсов пропорционально интенсивности излучения

$I \sim (\sin^2\theta \,/\, r^2)$.



Генерирование электромагнитных волн с помощью антенны

Электромагнитные волны могут индуцировать токи в дипольной приемной антенне.

Если ось антенны *параллельна* вектору напряженности электрического поля электромагнитной волны, то отклик максимален.

Если ось антенны *перпендикулярна* вектору напряженности электрического поля электромагнитной волны, то отклик равен нулю.