



*В гонках
участвуют
черепахи.*

Использование симметрии при
решении задач

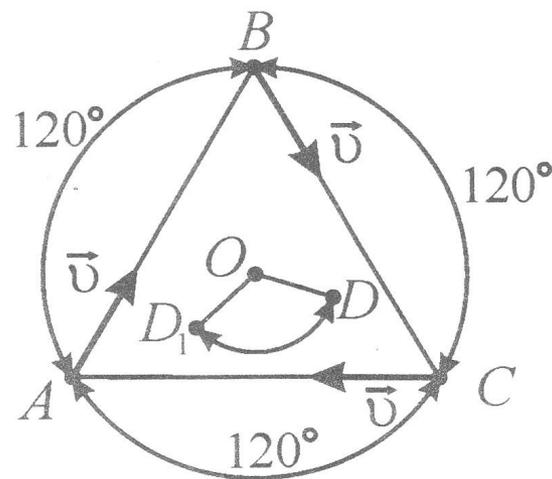
Условие задачи с тремя черепахами

- Имеется равносторонний треугольник со стороной a , в вершинах которого сидят три черепахи. В некоторый момент времени все три черепахи начинают ползти с одинаковыми скоростями v , причём каждая из них ползёт точно к своей соседке справа. Вопрос: Через какое время они встретятся?



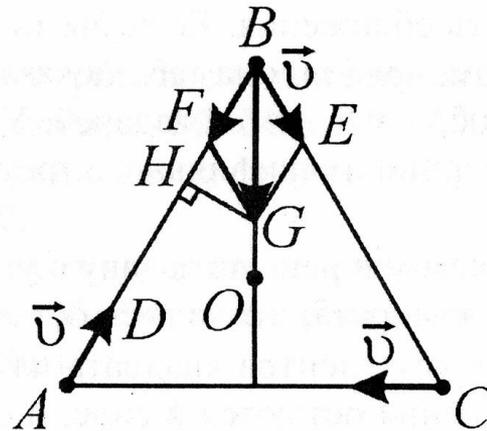
Гипотеза: из соображений симметрии ясно, что они встретятся в центре треугольника.

При повороте на 120° вокруг оси система переходит в себя. Осью является центр треугольника. При повороте не меняется не только положение черепах, но и направление их скоростей.



Решим задачу аналитически...

Найдём скорость сближения черепах. Поскольку задача симметрична достаточно найти время сближения любых двух. Сделаем чертёж и отложим скорости черепах. Перейдём в систему отсчёта $|BG| = 2|BE| \cos(\alpha/2) = 2v \cos(\alpha/2)$.



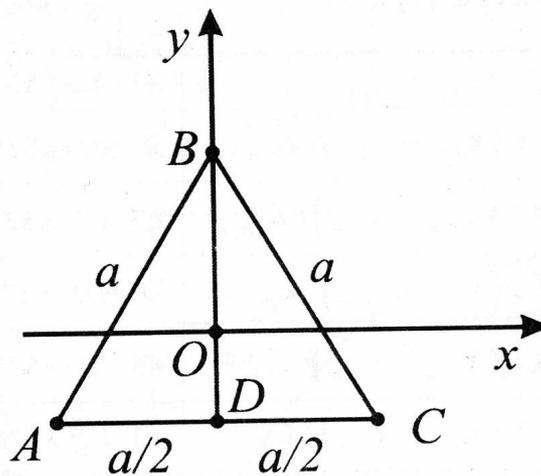
$$v_L = v_1 \cos(\alpha/2) = 2v \cos^2(\alpha/2).$$

$$t = \frac{a}{v_L} = \frac{a}{2v \cos^2(\alpha/2)}.$$

Решение задачи с помощью Excel

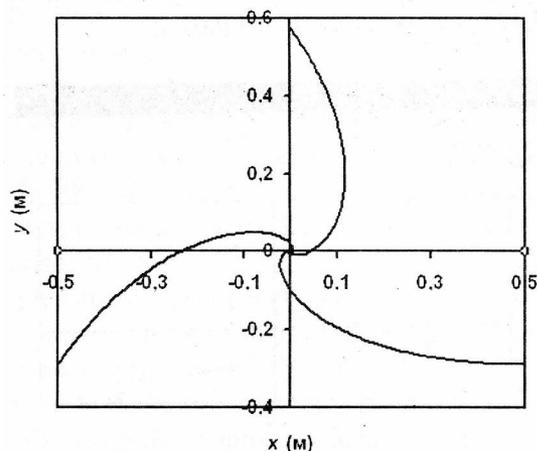
Поскольку задача симметрична относительно центра треугольника, поместим туда начало координат, и пусть черепаха В находится на оси Y.

Скорость черепахи примем 1 см/с, а сторону треугольника 1 м. Поскольку черепахи движутся медленно, то интервал времени Δt возьмём побольше – 1с.





Вычислим координаты вершин. Они будут координатами черепах. Занесём в Excel координаты и формулы для вычисления расстояний между черепахами. Построим траекторию сразу трёх черепах. Анализ таблицы показывает, что Траектории сходятся через 66,6 с. Видимо время движения черепах составляет именно столько.



- Если в аналитическую формулу подставить исходные данные, то полученный результат будет равен 66,6 с! Сошлось, лучше не придумаешь. Но аналитический способ не позволяет получить траекторию движения. Значит, решение с помощью численных методов более наглядно и удобно.