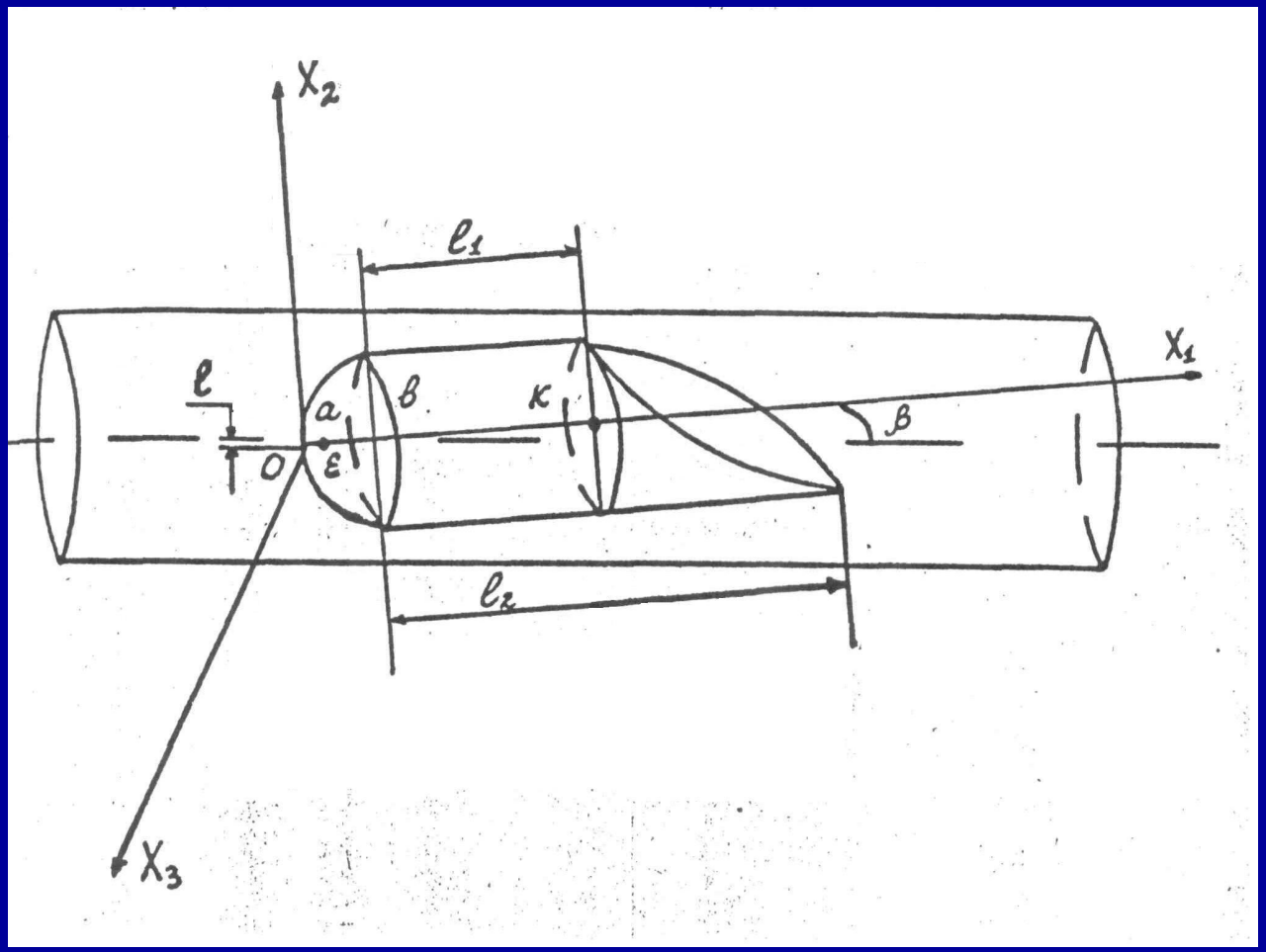
ДВИЖЕНИЕ ЭРИТРОЦИТА В КАПИЛЛЯРЕ

А.В. Копыльцов

Эритроцит в капилляре



Уравнения Рейнольдса для смазочного слоя

$$\frac{\partial P}{\partial X_1} = \frac{\mu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial u}{\partial r}\right] \qquad \frac{\partial P}{\partial \varphi} = \mu\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial w}{\partial r}\right] \qquad \frac{\partial P}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{\partial (ru)}{\partial X_1} + \frac{\partial (rv)}{\partial r} = 0$$

Граничные условия

u = W1 w = 0 при r = R

u = U1 w = 0 при r = R + h

Кинематические условия

$$v = \frac{w}{r}\frac{\partial r}{\partial \varphi} + u\frac{\partial r}{\partial X_1}$$

Решение уравнений Рейнольдса

$$\mathbf{u} = \frac{1}{4\mu}\frac{\partial P}{\partial X_1}\left[r^2 - R^2 - \frac{\ln(r/R)\left(h^2 + 2Rh\right)}{\ln(1 + h/R)}\right] + W_1 + (U_1 - W_1)\frac{\ln(r/R)}{\ln(1 + h/R)}$$

$$w = \frac{1}{\mu}\frac{\partial P}{\partial \varphi}\left[r - R - h\frac{\ln(r/R)}{\ln(1 + h/R)}\right]$$

Решение уравнений Рейнольдса

$$\mathbf{A}_1 \frac{\partial^2 \mathrm{P}}{\partial \mathrm{X}_1{}^2} + \mathbf{A}_2 \frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \mathrm{X}_1} + \mathbf{A}_3 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial \varphi^2} + \mathbf{A}_4 \frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \varphi} + \mathbf{A}_5 = 0$$

Параметры

- Диаметр капилляра (D)
- Вязкость плазмы (μ)
- Объем (V) эритроцита
- Площадь поверхности (S) эритроцита

- Форма эритроцита (a, b, V, S)
- Положение в капилляре (l, β)
- Частота вращения мембраны (f)

Условия

Мембрана:

- Сумма приложенных сил равна нулю.
- Частота вращения - постоянная.

Эритроцит:

- Сумма приложенных сил равна нулю.
- Сумма моментов равна нулю.
- Эритроцит - несжимаемое твердое деформируемое тело с постоянными V и S.

Средние значения параметров

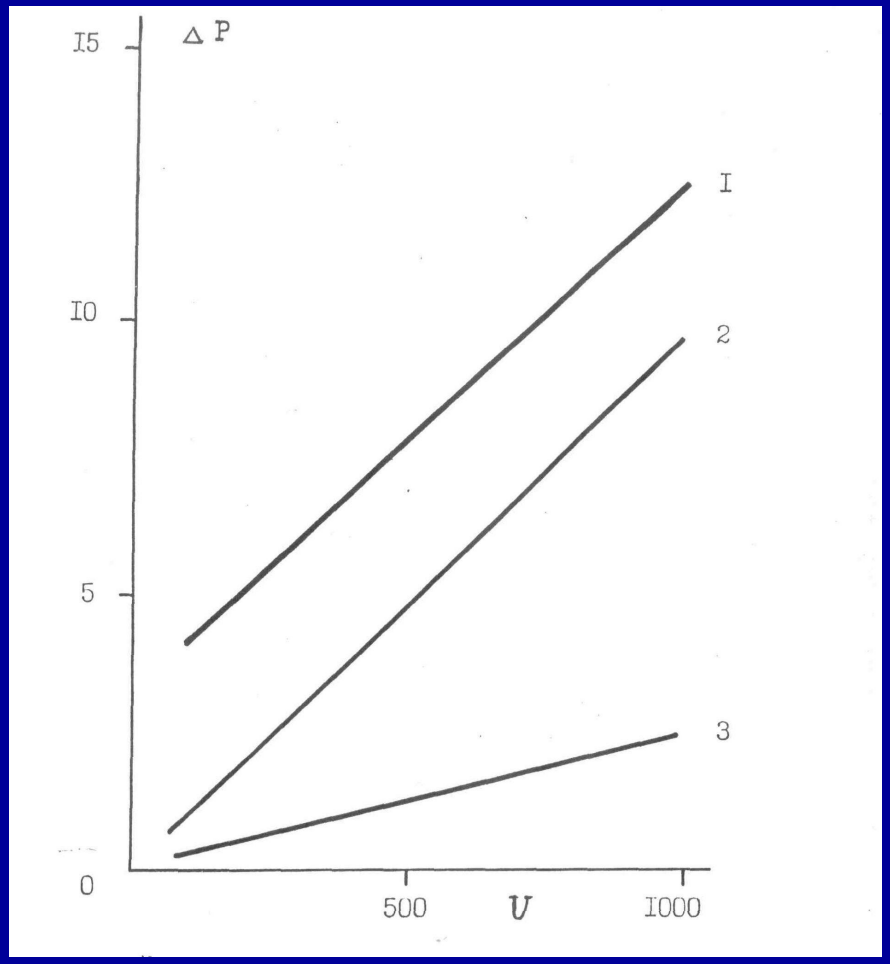
- Вязкость плазмы 1-2 сПз
- Скорость эритроцитов 0,3-1,0 мм/с
- Диаметр капилляров 3-10 мкм
- Длина капилляров 50-1000 мкм
- Гематокрит в капиллярах 0-20 %
- Объем эритроцита 80-110 мкм3
- Площадь поверхности 120-150 мкм2

Разность давлений

$$\Delta P = \frac{32\mu U}{D}\left[\frac{1}{D\,\alpha} + \frac{V^2}{S^3} + \frac{\beta E}{\mu f + \gamma}\right]$$

Зависимость разности давлений (Н/м2) на концах эритроцита от U (мкм/с).

1 – Lighthill, 2 – Secomb, 3 – Копыльцов



Постоянство V и S является причиной

- несимметричности формы и положения эритроцита в капилляре,
- перекатывания мембраны эритроцита по капилляру,
- снижения сопротивления продвижению эритроцита на 10-20%.

Мембрана эритроцита вращается с некоторой частотой, увеличение которой приводит к:

- Снижению величины сопротивления оказываемого эритроциту на 10-20%.
- Понижению вероятности разрушения мембраны эритроцита при прохождении его по узким капиллярам.
- Ускорению отдачи эритроцитом кислорода окружающим тканям.
- Изменению поля скоростей плазмы в окрестности эритроцита.

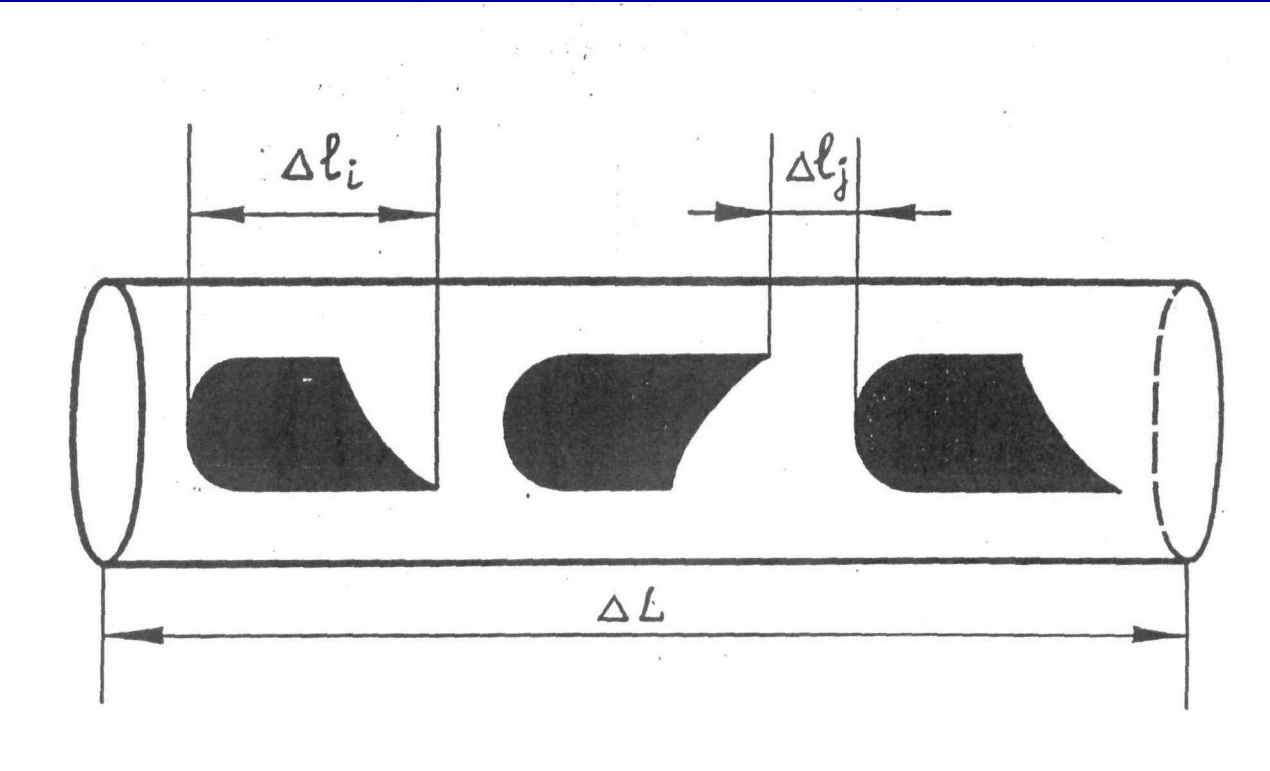
Построена 3-мерная модель эритроцита, учитывающая:

объем, площадь поверхности, упругие характеристики эритроцита, вязкость плазмы и его содержимого

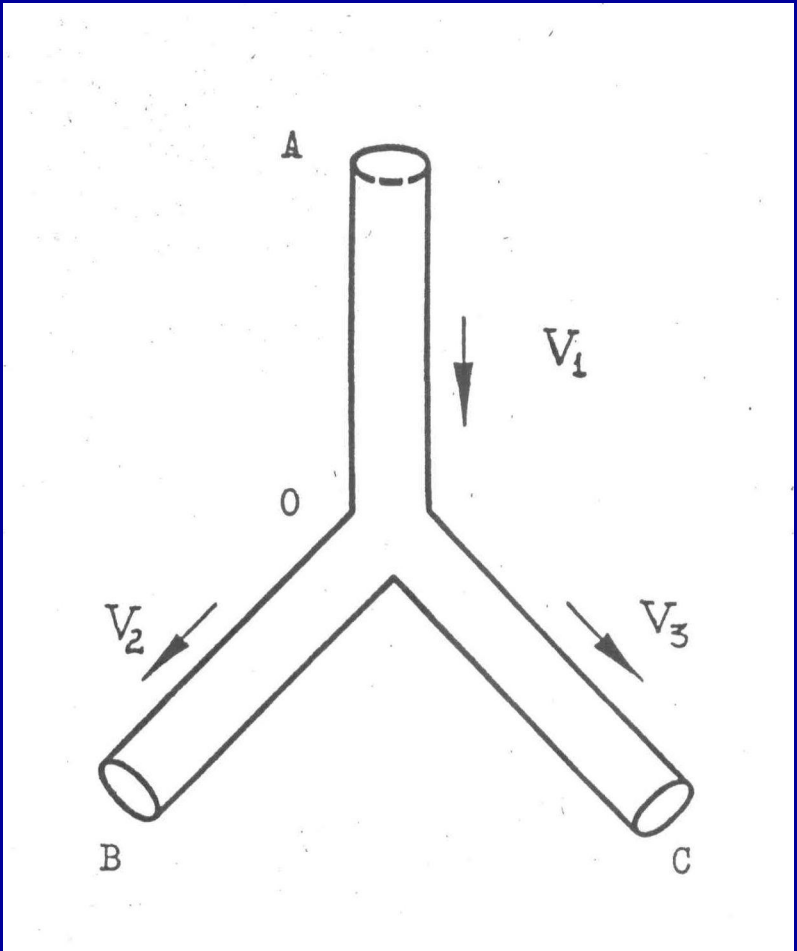
и позволяющая описать:

форму и положение эритроцита в капилляре, а также его перемещение по капилляру и движение мембраны эритроцита.

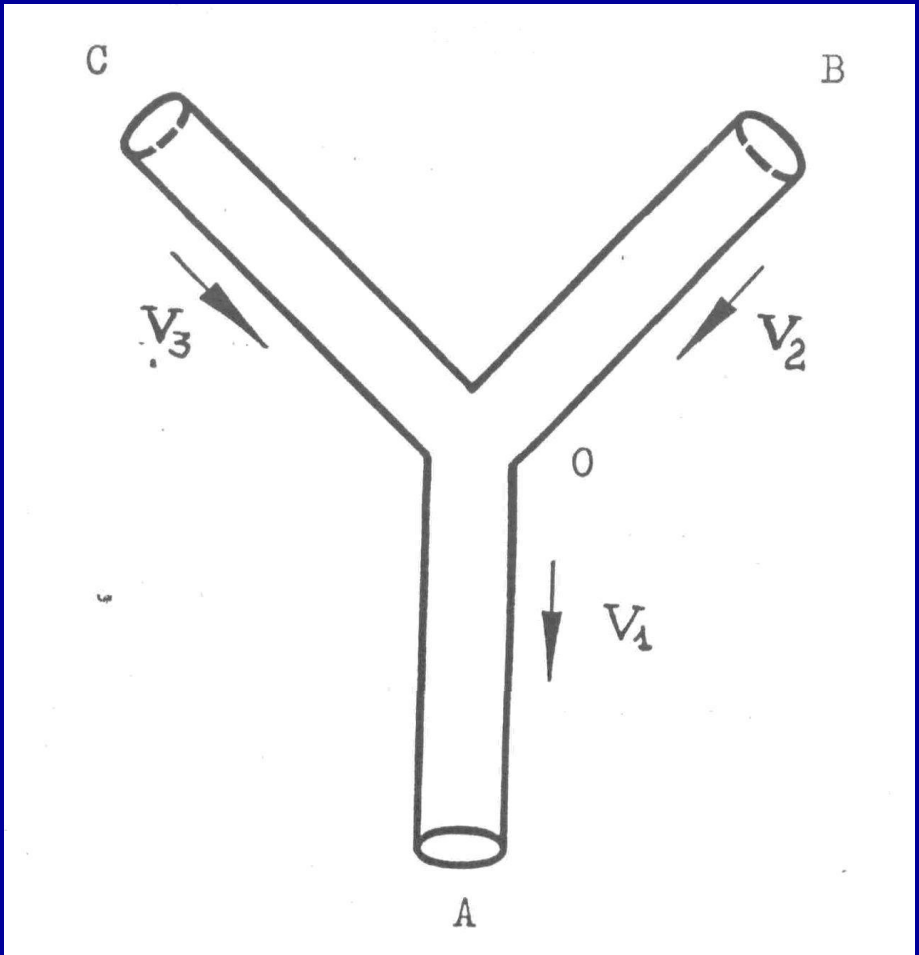
Последовательность эритроцитов в капилляре



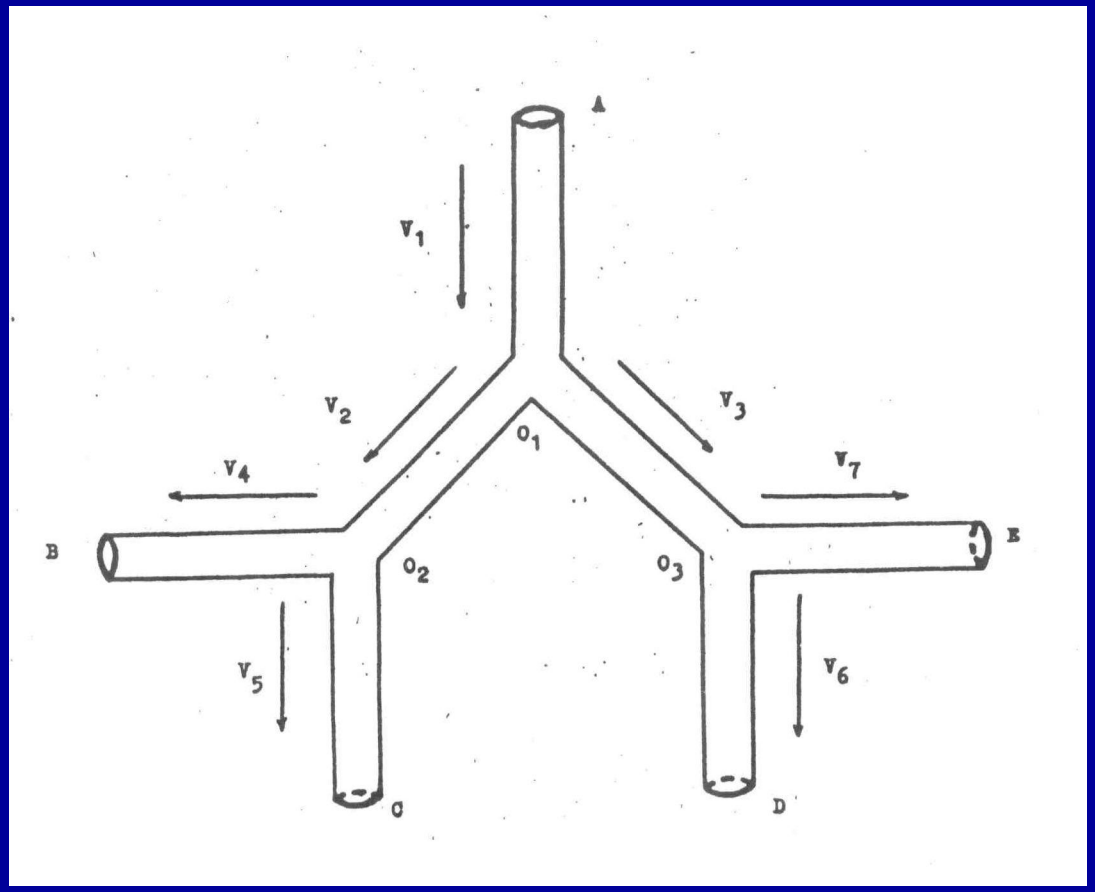
Тройник



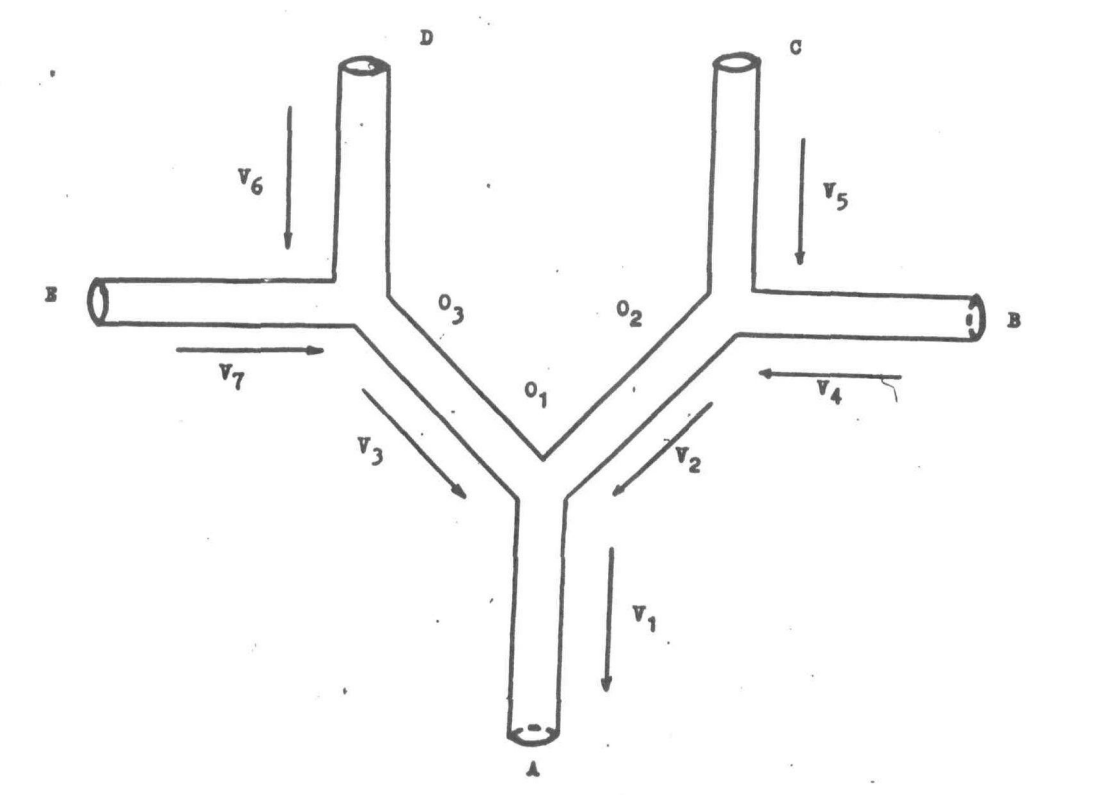
Тройник



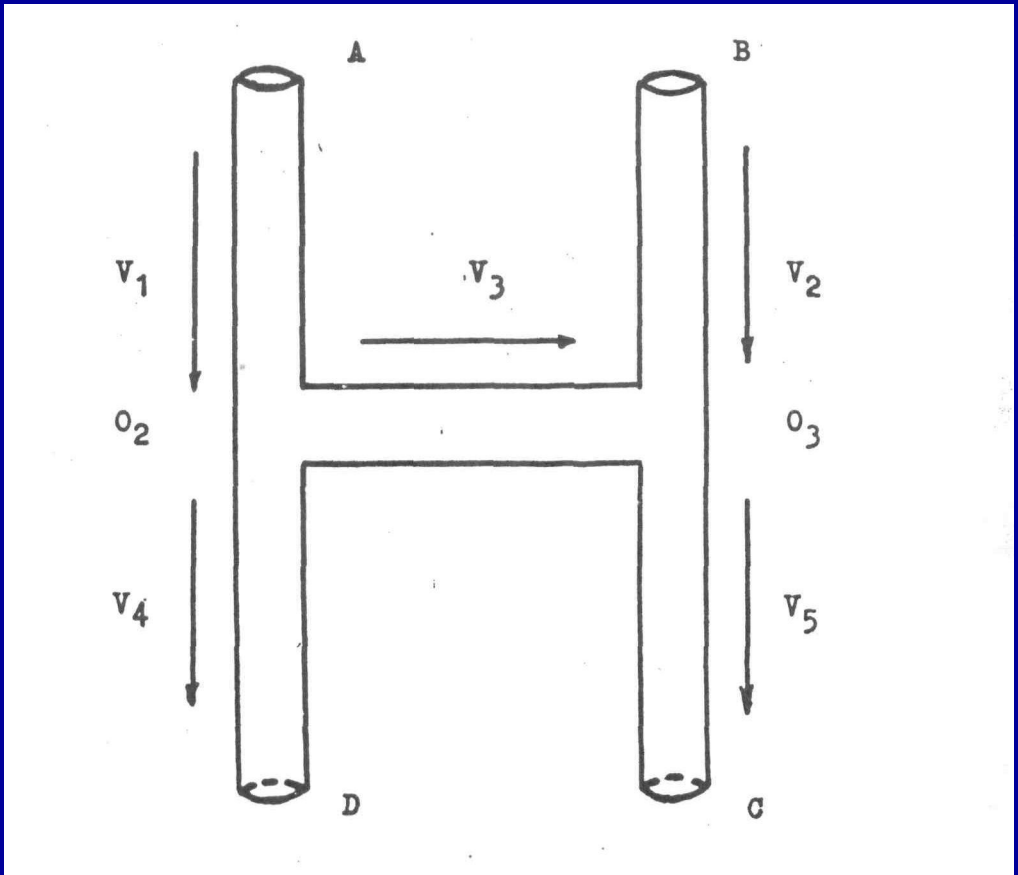
Капиллярная сеть



Капиллярная сеть



Капиллярная сеть



Разность давлений

$$\Delta P = \frac{32\mu U}{D}\left[\frac{L}{D\,\alpha} + \frac{V^2}{S^3} + \frac{\beta\,E\,n}{\mu\,f + \gamma}\right]$$

$$\Delta P = \frac{32\mu UL}{D}\left[\frac{1}{D\alpha} + \frac{V}{S^3}\frac{\beta E}{\mu f + \gamma}\frac{\pi D^2 H}{4}\right]$$

$$\Delta P = \frac{32\,\mu UL}{D}\left[\frac{1}{D\alpha} + \frac{V^2}{S^3}\frac{\beta E}{\mu f + \gamma}\frac{1}{U\varsigma}\right]$$

Кажущаяся вязкость крови

$$\varsigma_a = \frac{\pi\, r^2 \Delta P}{8 Q l}$$

Нормированная вязкость крови

$$\varsigma_n = 1 + \frac{a\, l\, \mu}{D\, \Delta P\, \xi}$$

Сравнительный анализ влияния ΔP, ς, D, L, V и S на кровоток

При увеличении ς, D, S и уменьшении V скорость кровотока растет, а амплитуда ее колебаний убывает.

При увеличении ΔP или уменьшении L скорость и амплитуда ее колебаний увеличиваются.

Сравнительный анализ влияния ΔP, ς, D, L, V и S на кровоток

В порядке убывания влияния на кровоток основные параметры располагаются в следующей последовательности:

ΔP, D, S, V, L, ς.

СПАСИБО