Немецкий математик

Дирихле

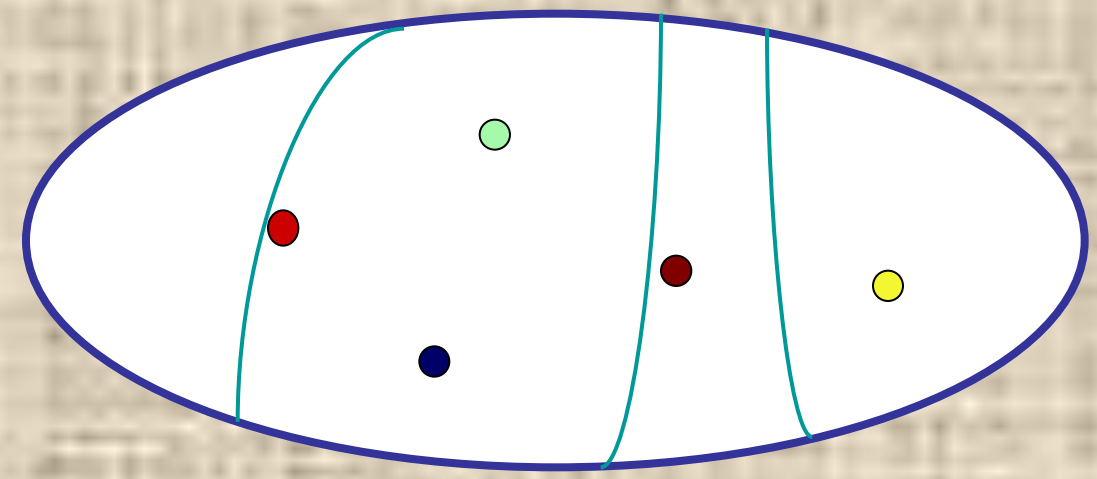
(1805-1859)

«Многие вещи нам непонятны не потому, что наши понятия слабы; но потому, что сии вещи не входят в круг наших понятий»

Козьма Прутков

Формулировка принципа Дирихле

«Если множество из k элементов разбито на n непересекающихся частей, не имеющих общих элементов, где k>n то, по крайней мере, в одной части будет более одного элемента»



Кролики и клетки

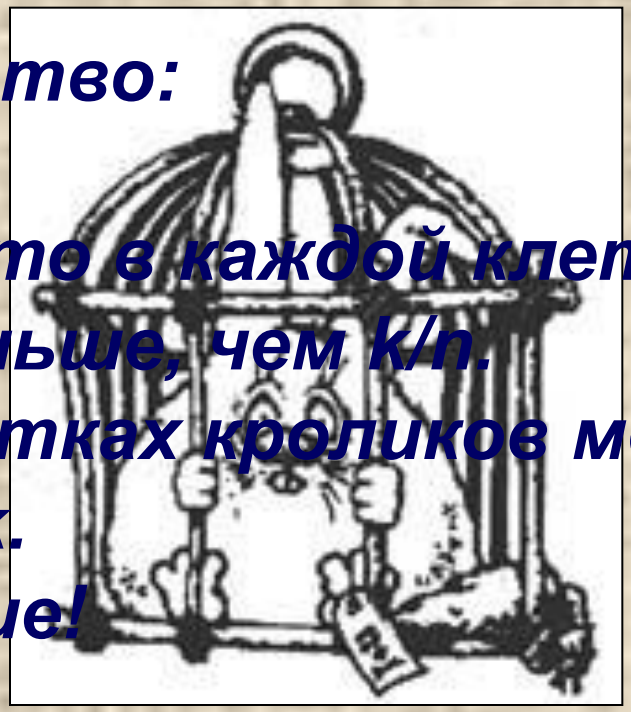
"Если в *n* клетках сидит *n*+1 или больше кроликов, то найдётся клетка, в которой сидят по крайней мере два кролика".

Более общая формулировка принципа Дирихле:

«Если k кроликов сидят в n клетках (k>n), то найдётся клетка, в которой не менее k/n кроликов»

Доказательство:

Допустим, что в каждой клетке число кроликов меньше, чем k/n.
Тогда в n клетках кроликов меньше, чем n · k/n = k.
Противоречие!



Задача 1:

Докажите, что в любой футбольной команде есть два игрока, которые родились в один и тот же день недели.

Задача 2:

Имеется 25 конфет трех сортов. Верно ли, что не менее девяти из них будут какого-то одного сорта?

Задача 3:

В классе 30 человек. Паша сделал 13 ошибок, а остальные меньше. Докажите, что какие-то три ученика сделали одинаковое количество ошибок.

Задача 4:

Каждый из 10 участников переговоров послал по их окончании поздравительные открытки пятерым другим участникам. Докажите, что какие-то двое послали открытки друг другу.

Задачи
для самостоятельного решения

1. **В квадратном ковре со стороной 1 м моль проела 51 дырку (дырка - точка). Докажите, что некоторой квадратной заплаткой со стороной 20 см можно закрыть не менее трёх дырок.**

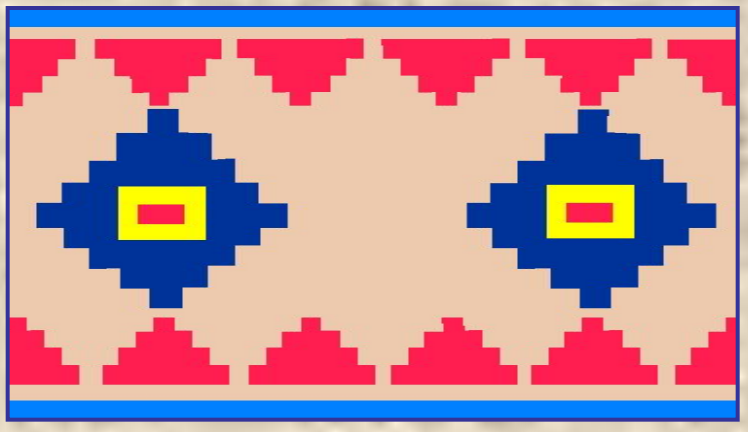
   Проверить решение

2. **В классе 40 учеников. Найдётся ли такой месяц в году, в котором отмечают свой день рождения не меньше чем 4 ученика этого класса?**

   Проверить решение

3. **На плоскости нарисовали 5 прямых. Докажите, что угол между какими-то двумя из них не больше 36°. (Если какие-нибудь прямые параллельны, считайте, что угол между ними равен 0°.)**

   Проверить решение



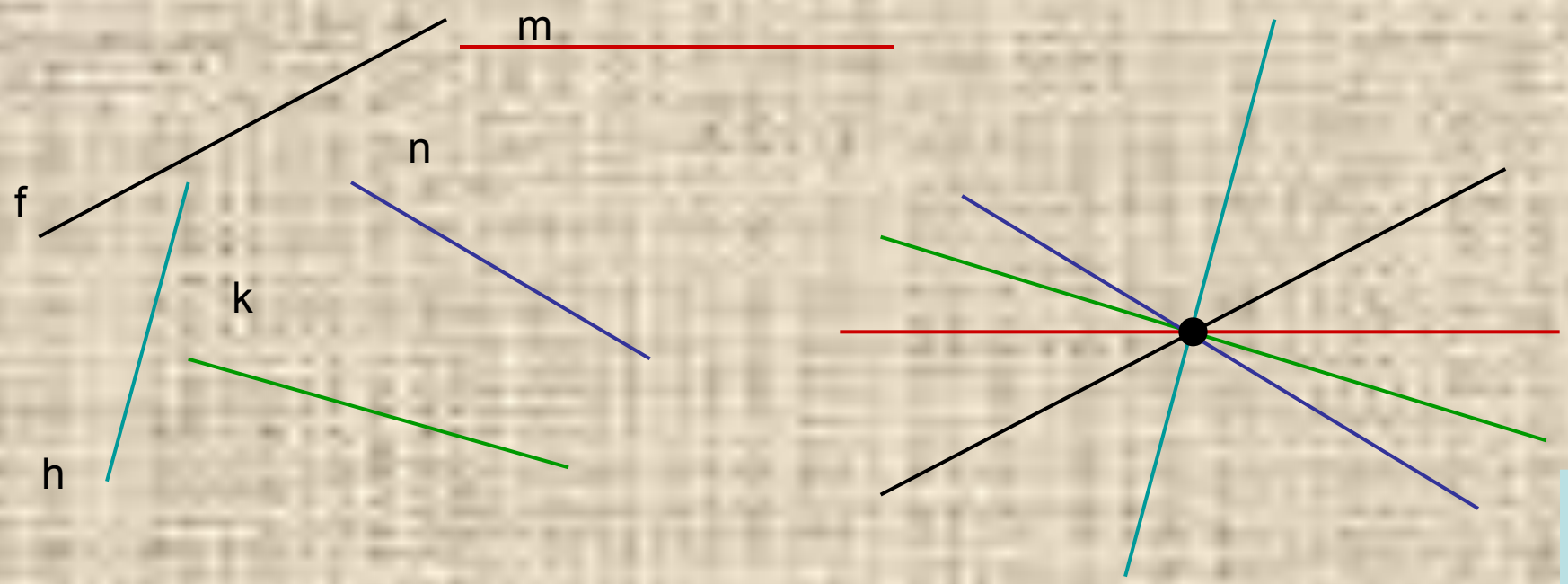
Весь ковер можно накрыть такими 25-ю заплатами.

По принципу Дирихле какая-то из этих заплат накроет не менее трех дырок.

Рассуждаем от противного. Если бы такого месяца не нашлось, то в каждом из 12 месяцев день рождения отмечали бы не более трёх учеников. Значит, всего учеников было бы не более 12 3. Но 40 > 36.

Противоречие.

Отметим на плоскости произвольную точку и переместим параллельными переносами все прямые так, чтобы они проходили через эту точку. Величины углов между прямыми при этом не изменятся. Теперь мы получили пять прямых, проходящих через одну точку, которые образовали 10 углов (внутренние области которых не пересекаются). Сумма величин этих углов равна 360°. Если бы все эти величины были больше 36°, то их сумма была бы больше 360°. Следовательно, величина хотя бы одного из этих десяти углов не превышает 36°.



Итоги занятия