

Системы счисления

Тема 1. Введение

Определения

Система счисления – это способ записи чисел с помощью специальных знаков – **цифр**.

Числа:

123, 45678, 1010011, CXL

Цифры:

0, 1, 2, ... I, V, X, L, ...

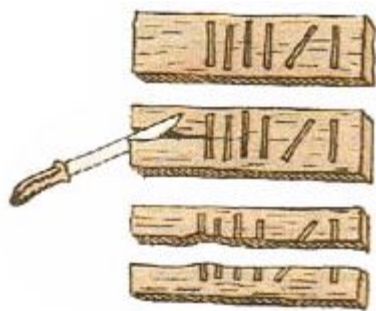
Алфавит – это набор **цифр**. {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Типы систем счисления:

- **непозиционные** – значение цифры не зависит от ее места (*позиции*) в записи числа;
- **позиционные** – зависит...

Непозиционные системы

Унарная – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, ...)



Римская:

I – 1 (палец), **V** – 5 (раскрытая ладонь, 5 пальцев),
X – 10 (две ладони), **L** – 50,
C – 100 (*Centum*), **D** – 500 (*Demimille*),
M – 1000 (*Mille*)

Римская система счисления

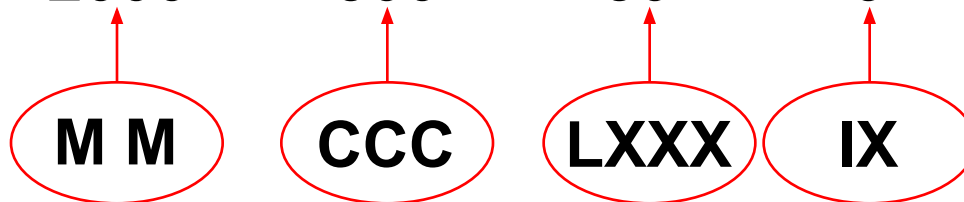
Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна!**) стоит **слева** от старшей, она вычитается из суммы (*частично непозиционная!*)

Примеры:

$$\text{MDCXLIV} = 1000 + 500 + 100 - 10 + 50 - 1 + 5 = 1644$$

$$2389 = 2000 + 300 + 80 + 9$$



$$2389 = \text{М М С С С L X X X I X}$$

Римская система счисления

Недостатки:

- для записи **больших чисел** (>3999) надо вводить новые знаки-цифры (**V**, **X**, **L**, **C**, **D**, **M**)
- как записать дробные числа?
- как выполнять арифметические действия:
СССLIX + CLXXIV = ?

Где используется:

- номера глав в книгах:
- обозначение веков: «**Пираты XX века**»
- циферблат часов



Славянская система счисления

алфавитная система счисления (непозиционная)

Ѧ

аз
1

Ѣ

вѣди
2

Ѧ

глаголь
3

Ѧ

добро
4

Ѧ

есть
5

Ѧ

зелѣ
6

Ѧ

земля
7

Ѧ

иже
8

Ѧ

фита
9

Ѧ

и
10

Ѧ

како
20

Ѧ

люди
30

Ѧ

мыслѣте
40

Ѧ

наш
50

Ѧ

кси
60

Ѧ

ом
70

Ѧ

покой
80

Ѧ

червь
90

Ѧ

рцы
100

Ѧ

слово
200

Ѧ

твёрдо
300

Ѧ

ук
400

Ѧ

ферт
500

Ѧ

хер
600

Ѧ

пси
700

Ѧ

о
800

Ѧ

цы
900

Позиционные системы

Позиционная система: значение цифры определяется ее позицией в записи числа.

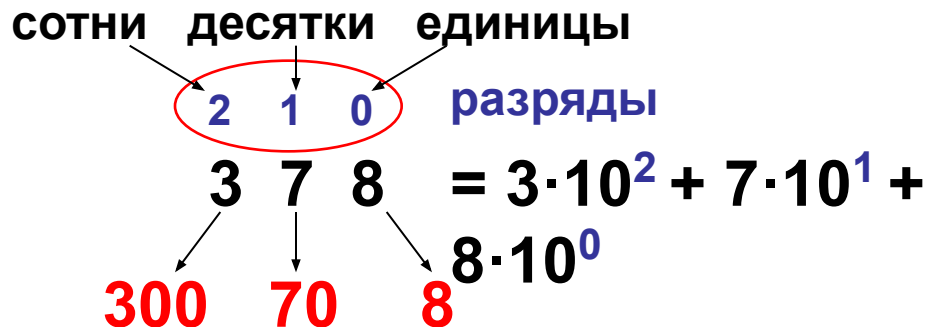
Десятичная система:

первоначально – счет на пальцах

изобретена в Индии, заимствована арабами, завезена в Европу

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Основание (количество цифр): 10



Другие позиционные системы:

- двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная (информатика)
- двенадцатеричная (1 фут = 12 дюймов, 1 шиллинг = 12 пенсов)
- двадцатеричная (1 франк = 20 су)
- шестидесятеричная (1 минута = 60 секунд, 1 час = 60 минут)

Системы счисления

Тема 2. Двоичная система счисления

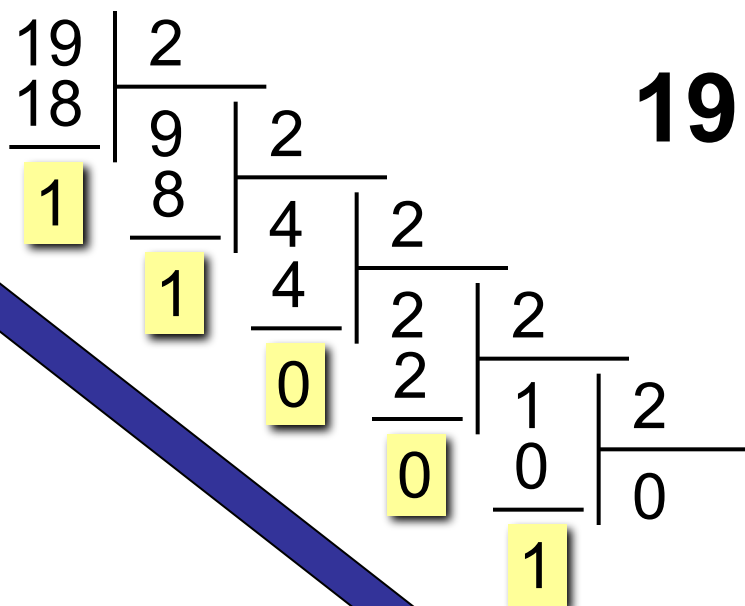
Перевод целых чисел

Двоичная система:

Алфавит: 0, 1

Основание (количество цифр): 2

10 → 2



$$19 = 10011_2$$

система
счисления



2 → 10

4 3 2 1 0 разряды

$$10011_2 = 1 \cdot 2^4 + \cancel{0 \cdot 2^3} + \cancel{0 \cdot 2^2} + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

$$= 16 + 2 + 1 = 19$$

Плюсы и минусы двоичной системы

-  нужны технические устройства только с **двумя устойчивыми состояниями** (есть ток — нет тока, намагничен — не намагничен и т.п.);
 - **надежность** и помехоустойчивость двоичных кодов;
 - выполнение операций с двоичными числами для компьютера намного проще, чем с десятичными.
-
-  простые десятичные числа записываются в виде **бесконечных** двоичных дробей;
 - двоичные числа имеют **много разрядов**;
 - запись числа в двоичной системе **однородна**, то есть содержит только нули и единицы; поэтому человеку сложно ее воспринимать.



Системы счисления

Тема 3. Восьмеричная система счисления

Восьмеричная система

Основание (количество цифр): 8

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

10 → 8

$$\begin{array}{r|l} 100 & 8 \\ \hline 96 & 12 \\ \hline 4 & 8 \\ & \hline & 8 \\ & \hline & 1 \\ & \hline & 0 \\ & \hline & 0 \\ & \hline & 1 \end{array}$$

$$100 = 144_8$$

система
счисления

8 → 10

2 1 0 разряды

$$\begin{aligned} 144_8 &= 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 \\ &= 64 + 32 + 4 = 100 \end{aligned}$$

Системы счисления

Тема 4. Шестнадцатеричная системы счисления

Шестнадцатеричная система

Основание (количество цифр): 16

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**
10 11 12 13 14 15

10 → 16

$$\begin{array}{r|l} 107 & 16 \\ \hline 96 & 6 \\ \hline & 0 \\ \hline & 0 \end{array}$$

6

$$107 = 6B_{16}$$

система
счисления

16 → 10

2 1 0 разряды

$$1C5_{16} = 1 \cdot 16^2 + 12 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0$$

$$= 256 + 192 + 5 = 453$$

14