

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра теоретической и прикладной механики

Шпортько Владимир Валерьевич

ДВИЖЕНИЕ СЛОЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ НА
ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ
ЦИЛИНДРА

Руководитель

*Конон Павел Николаевич
доцент кафедры ТПМ
канд. физ.-мат. наук*

Содержание

- Актуальность 1. Актуальность
- Поставленные задачи 2. Поставленные задачи
- Объект исследования 3. Объект исследования
- Научные допущения 4. Научные допущения
- Основные результаты 5. Основные результаты
- Научная новизна 6. Научная новизна
- Положения, выносимые на защиту 7. Положения, выносимые на защиту
- Спасибо за внимание 8. Спасибо за внимание



Актуальность

- В химической, строительной, пищевой и других отраслях промышленности находят широкое применение процессы, использующие движение слоя жидкости на внутренней поверхности вращающегося цилиндра
- Получение уравнений эволюции слоя жидкости на поверхности вращающегося с постоянной угловой скоростью цилиндра и исследование их решений представляет определенный научный интерес

Актуальность
Поставленные задачи
Объект исследования
Научные допущения
Основные результаты
Научная новизна
Положения, выносимые на защиту
Спасибо за внимание



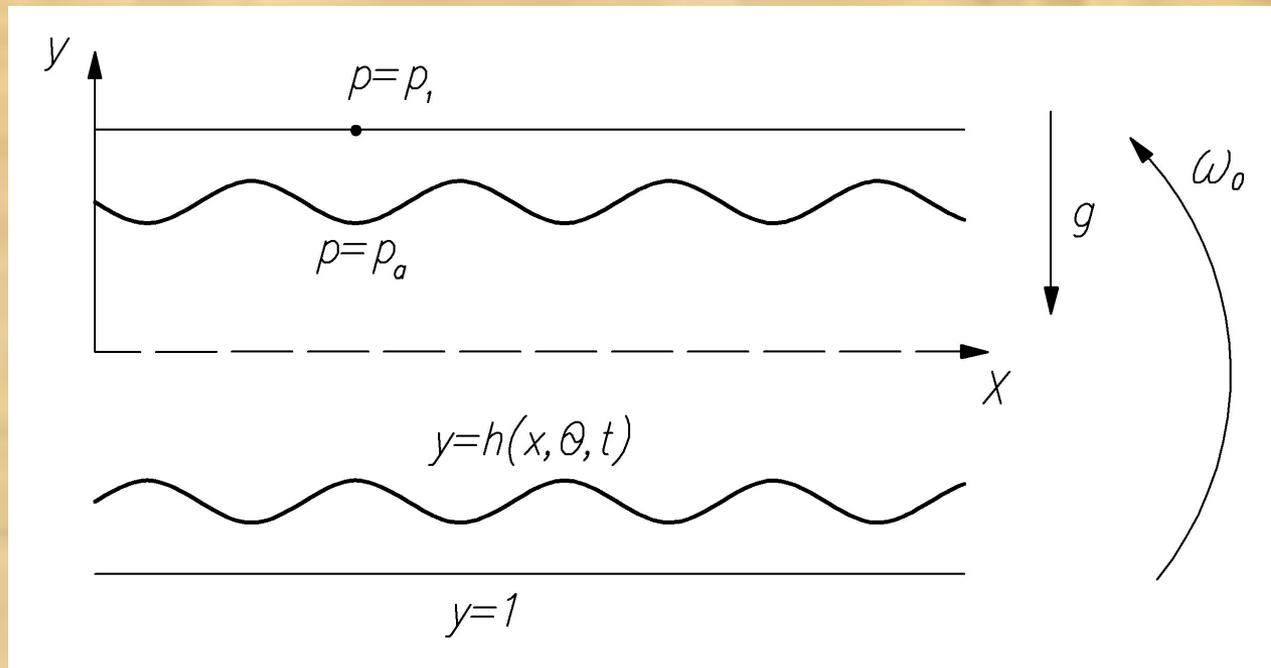
Поставленные задачи

- ❖ Получение уравнения относительного равновесия слоя жидкости на внутренней поверхности вращающегося цилиндра
- ❖ Исследование плоских и осесимметричных слоев при помощи первых интегралов соответствующих уравнений равновесия
- ❖ Проведение линейного анализа ветвления решений
- ❖ Вывод системы уравнений для определения эволюции свободной поверхности плоского слоя вязкой жидкости конечной толщины



Объект исследования

Изучается движение слоя вязкой несжимаемой жидкости на внутренней поверхности вращающегося с постоянной угловой скоростью горизонтально расположенного цилиндра



Актуаль-
ность
Поставлен-
ные
задачи
Объект
иссле-
дова-
ния
Научные
допу-
щения
Основные
результы-
таты
Научная
новизна
Положения,
выноси-
мые на
защиту
Спасибо за
внима-
ние



Научные допущения

- Уравнение относительного равновесия получено в предположении отсутствия вязкого взаимодействия с окружающей средой и массовых сил
- При рассмотрении эволюции плоского слоя полностью учтено влияние физических факторов на течение жидкости и не ставится условие тонкости слоя

[Актуаль-](#)
[ность](#)
[Поставлен-](#)
[ные](#)
[задачи](#)
[Объект](#)
[иссле-](#)
[дова-](#)
[ния](#)
[Научные](#)
[допу-](#)
[щения](#)
[Основные](#)
[результаты](#)
[Научная](#)
[новизна](#)
[Положения,](#)
[выноси-](#)
[мые на](#)
[защиту](#)
[Спасибо за](#)
[внима-](#)
[ние](#)



Основные результаты

Из граничного условия на нормальные напряжения в относительной системе координат, связанной с вращающимся цилиндром, выведено уравнение для определения свободной поверхности неподвижного стационарного слоя:

$$\frac{2}{R_s} = -\frac{1}{2} We(2Eu + h^2 - 1)$$



Основные результаты

Получены первые интегралы уравнений относительного равновесия плоских и осесимметричных слоев жидкости:

$$h'^2 = -h^2 \frac{Q_1(h, B) \cdot Q_2(h, B)}{Q_0^2(h, B)}$$

и, соответственно,

$$h'^2 = -\frac{Q_1(h, B) \cdot Q_2(h, B)}{Q_0^2(h, B)}$$



Основные результаты

Проведено численное интегрирование уравнения равновесия плоского слоя и построены графики полученных решений:

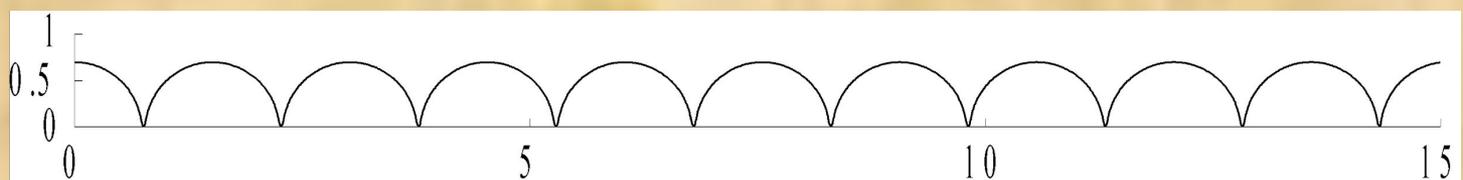
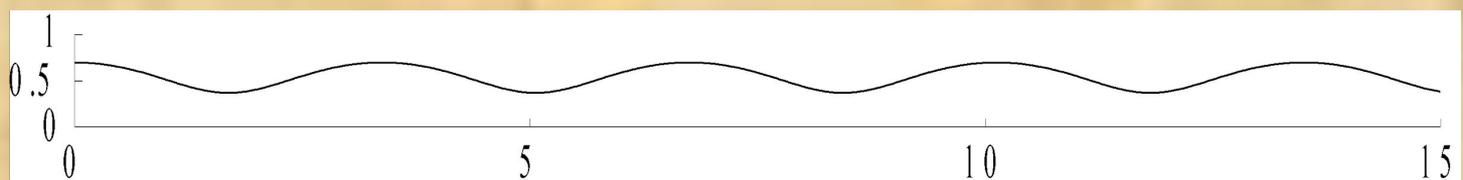
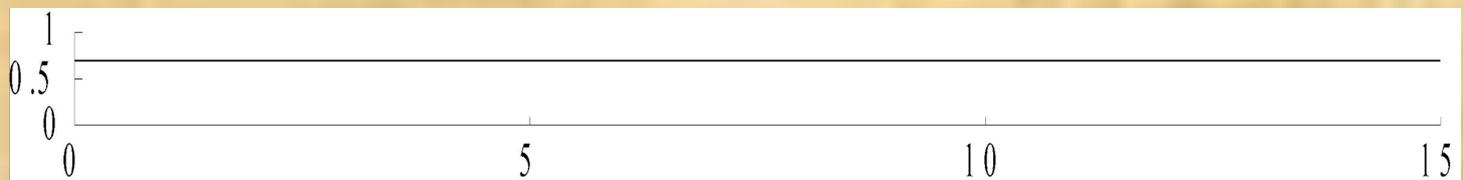
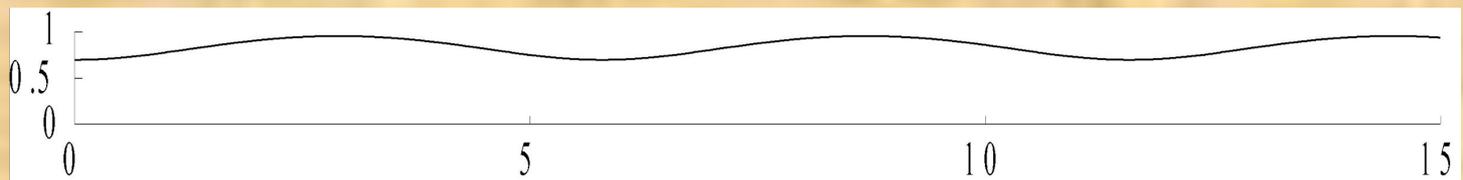
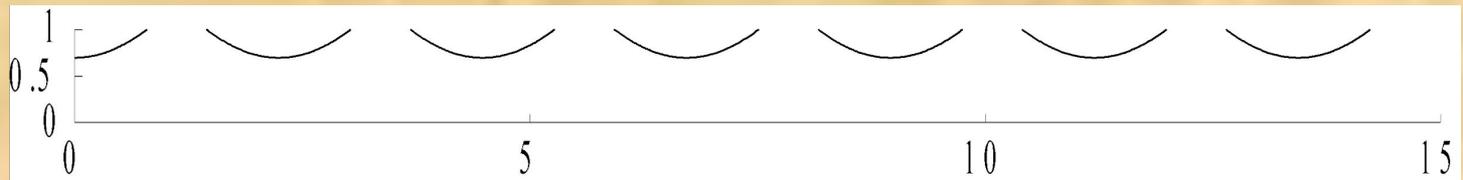
[Актуаль-](#)
[ность](#)
[Поставлен-](#)
[ные](#)
[задачи](#)
[Объект](#)
[иссле-](#)
[дова-](#)
[ния](#)
[Научные](#)
[допу-](#)
[щения](#)
[Основные](#)
[результы-](#)
[таты](#)
[Научная](#)
[новизна](#)
[Положения,](#)
[выноси-](#)
[мые на](#)
[защиту](#)
[Спасибо за](#)
[внима-](#)
[ние](#)



Показано, что существование волнообразных поверхностей неподвижных плоских слоёв жидкости является невозможным

Основные результаты

Получены все характерные формы осесимметричной свободной поверхности:



Актуальность
Поставленные задачи
Объект исследования
Научные допущения
Основные результаты
Научная новизна
Положения, выносимые на защиту
Спасибо за внимание



Основные результаты

- Для плоских слоев показано, что в линейной постановке бифуркации решений не происходит
- В осесимметричном случае ветвление решений определяется двумя бифуркационными параметрами:

$$We_k = \frac{1 - (k\alpha h_0)^2}{h_0^3} > 0; \quad \chi_k = \frac{[3 - (k\alpha h_0)^2] h_0^2}{2[(k\alpha h_0)^2 - 1]}$$



Основные результаты

Для достаточно быстрого вращения цилиндра получена система уравнений для определения эволюции свободной поверхности плоского слоя жидкости конечной толщины в поле сил инерции, поверхностного натяжения и тяжести

$$\delta_\tau = H(\delta)T_\varphi + R(\delta, T)\delta_\varphi;$$

$$T_\tau = -\frac{60}{\delta E_0(\delta)} \sum_{n=1}^5 I_n(\delta, \delta_\varphi, T, T_\varphi) + \frac{1}{We} \frac{60}{(1-\delta)^4 E_0(\delta)} \left(6\delta_\varphi^3 + 6(1-\delta)\delta_\varphi\delta_{\varphi\varphi} + (1-\delta)^2(\delta_\varphi + \delta_{\varphi\varphi\varphi}) \right) + \frac{1}{Fr} \frac{30(\delta-2)\cos(\varphi+\tau)}{E_0(\delta)} + \frac{1}{Re} \frac{10T}{\delta^2 E_0(\delta)} (6+3\delta-\delta^2)$$



Основные результаты

В последних уравнениях введены следующие обозначения:

$$H(\delta) = \frac{\delta(5\delta - 8)}{24(\delta - 1)}, \quad R(\delta, T) = \frac{T(5\delta - 4)}{12(\delta - 1)},$$

$$-\frac{60}{\delta E_0(\delta)} \sum_{n=1}^5 I_n(\delta, \delta_\varphi, T, T_\varphi) = U\delta_\varphi + VT_\varphi;$$

$$U(\delta, T) = T^2 U_2(\delta) + T U_1(\delta) + U_0(\delta); \quad V(\delta, T) = T V_1(\delta) + V_0(\delta);$$

$$U_2(\delta) = \frac{1}{\delta E_0(\delta)} \left(\frac{1}{42} (-336 + 553\delta - 38\delta^2) + \frac{5\delta - 4}{12(\delta - 1)} (20 - 50\delta + 27\delta^2) \right);$$

$$U_1(\delta) = \frac{40 - 50\delta}{E_0(\delta)}; \quad U_0(\delta) = \frac{60(\delta - 1)}{E_0(\delta)};$$

$$V_1(\delta) = \frac{1}{E_0(\delta)} \left(\frac{1}{21} (-336 + 161\delta + 34\delta^2) + \frac{5\delta - 8}{24(\delta - 1)} (20 - 50\delta + 27\delta^2) \right);$$

$$V_0(\delta) = \frac{\delta(40 - 25\delta)}{E_0(\delta)}; \quad E_0(\delta) = -20 + 25\delta - 9\delta^2.$$

Актуаль-
ность
Поставлен-
ные
задачи
Объект
иссле-
дова-
ния
Научные
допу-
щения
Основные
результы-
таты
Научная
новизна
Положения,
выноси-
мые на
защиту
Спасибо за
внима-
ние



Научная новизна

- Получение уравнения равновесия слоя жидкости внутри вращающегося цилиндра и его исследование при помощи первого интеграла
- Доказательство невозможности существования волнообразных поверхностей плоских слоёв жидкости
- Вывод уравнений эволюции плоского слоя жидкости при достаточно быстром вращении цилиндра

[Актуальность](#)
[Поставленные задачи](#)
[Объект исследования](#)
[Научные допущения](#)
[Основные результаты](#)
[Научная новизна](#)
[Положения, выносимые на защиту](#)
[Спасибо за внимание](#)



Положения, выносимые на защиту

- Равновесие слоя жидкости на внутренней поверхности вращающегося цилиндра
- Первые интегралы уравнений равновесия плоских и осесимметричных слоев жидкости
- Эволюция поверхности в случае плоского движения

Актуальность
Поставленные задачи
Объект исследования
Научные допущения
Основные результаты
Научная новизна
Положения, выносимые на защиту
Спасибо за внимание



СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!

[Актуаль-](#)
[ность](#)
[Поставлен-](#)
[ные](#)
[задачи](#)
[Объект](#)
[иссле-](#)
[дова-](#)
[ния](#)
[Научные](#)
[допу-](#)
[щения](#)
[Основные](#)
[результ-](#)
[таты](#)
[Научная](#)
[новизна](#)
[Положения,](#)
[выноси-](#)
[мые на](#)
[защиту](#)
[Спасибо за](#)
[внима-](#)
[ние](#)

