

Меры, инвариантные относительно отображения

$$z \rightarrow z^2$$

Лапин М.В.

Белорусский государственный
университет

Компоненты динамической системы

- *Фазовое пространство X* , элементы которого (“точки”) представляют собой возможные состояния системы.
- “*Время*”, которое может быть дискретным или непрерывным.
- *Закон эволюции системы.*

Динамическая система – математическая модель некоторого мира

- В начале XX века Пуанкаре обнаружил невозможность явного описания форм траекторий точек пространства в общем случае
- Это означает, что в общем случае динамическая система может вести себя «слишком» хаотично.

Инвариантные меры

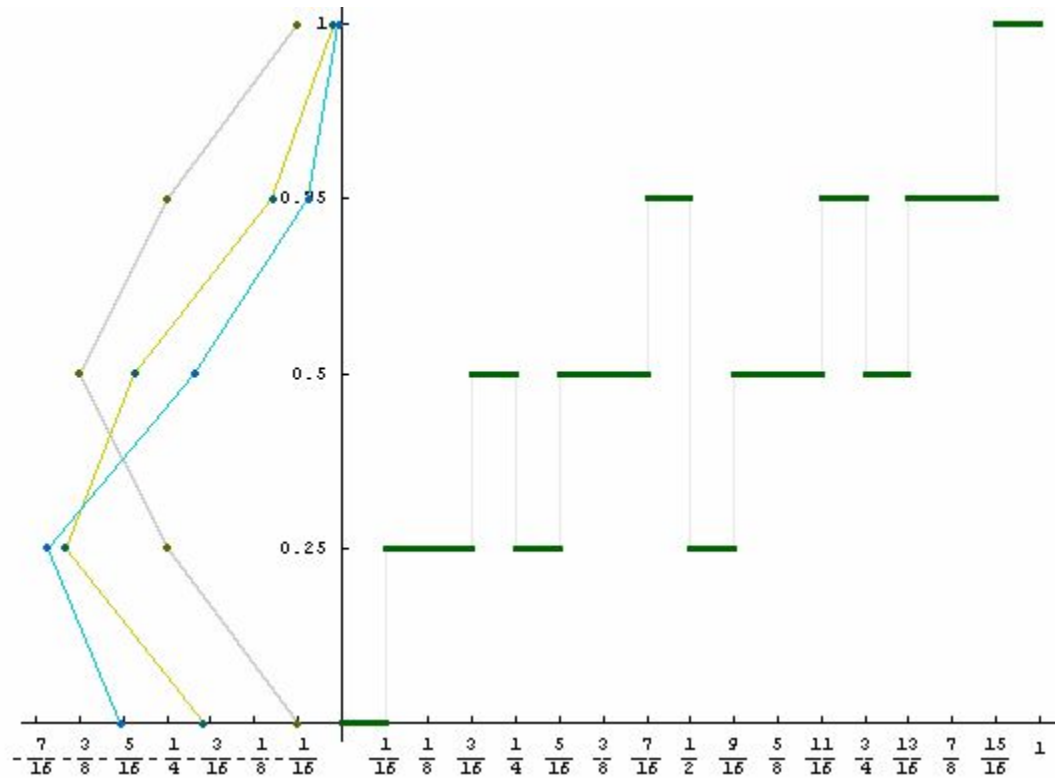
- Вместо описания орбиты каждой точки можно попытаться описать, как орбиты ведут себя в среднем или изучать их асимптотическое поведение при устремлении времени к бесконечности.
- Инвариантные меры представляют собой один из мощных способов описания асимптотических свойств систем со сложными структурами.

Компьютерное моделирование первых приближений плотностей

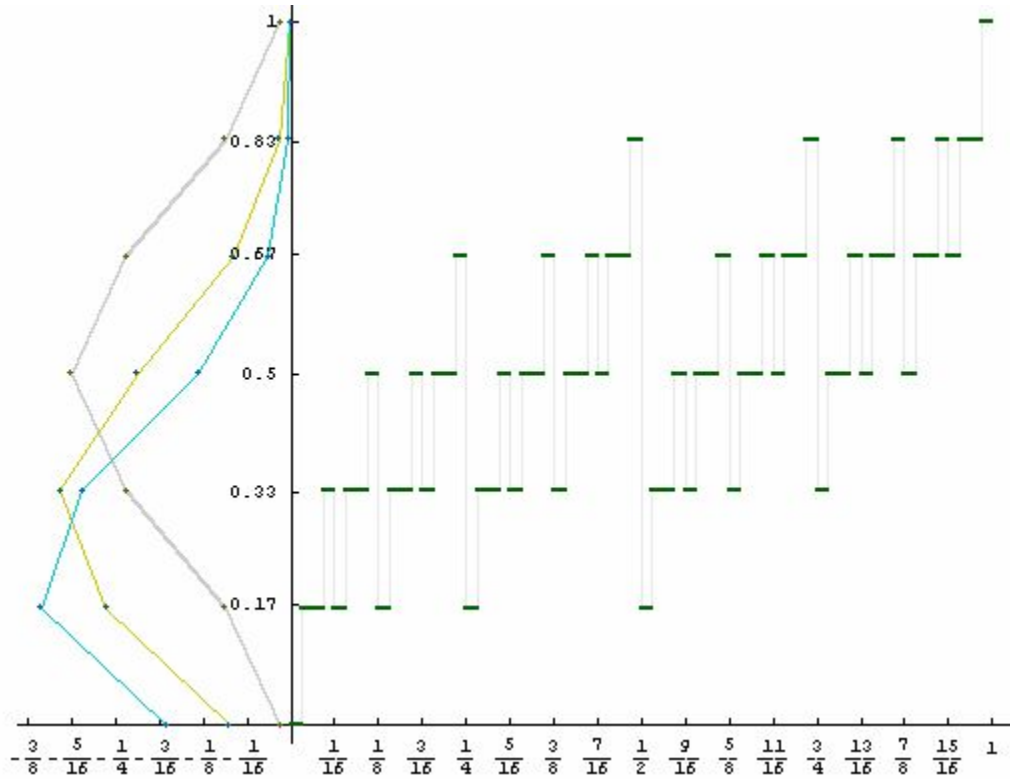
мер μ_p

- На графиках изображено распределение частоты единиц в первых n знаках двоичного разложения чисел из отрезка $[0, 1]$, а также первые приближения плотностей мер μ_p .

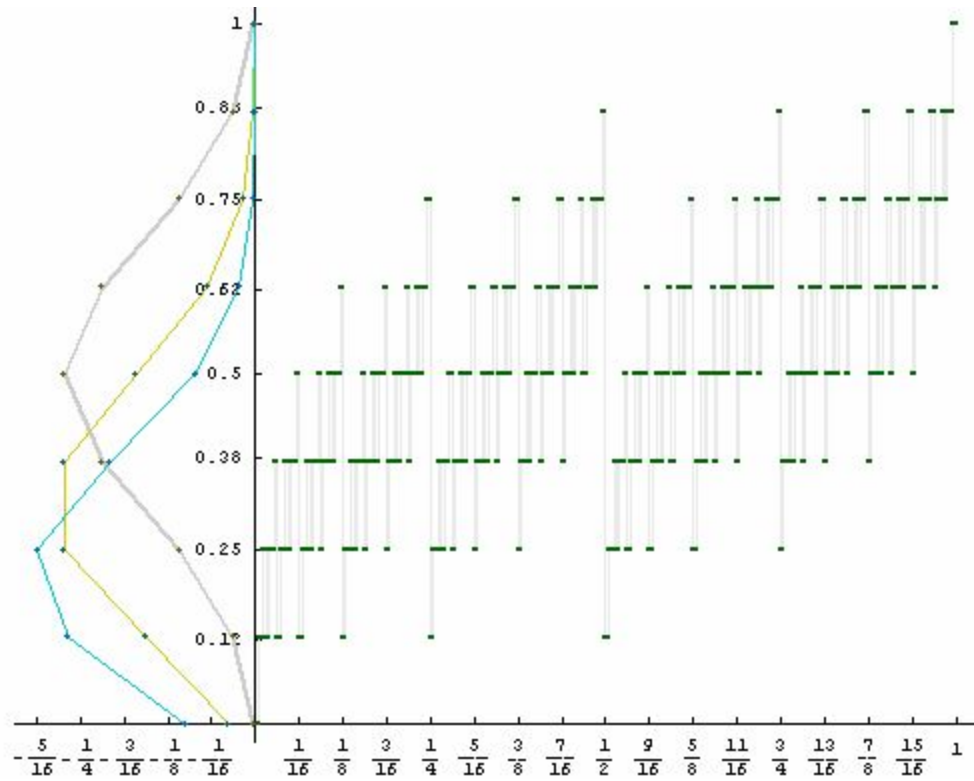
$N = 4$



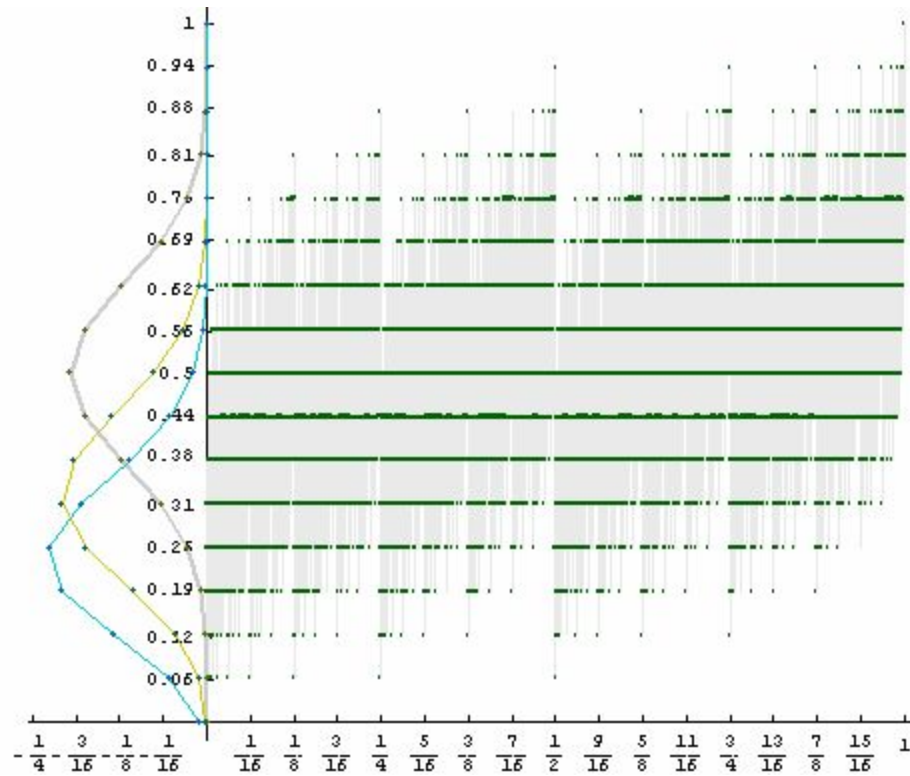
$$N = 6$$



$$N = 8$$



N = 16



Литература

1. Антоневи́ч А. Б., Радыно́ Я. В., Функциональный анализ и интегральные уравнения, 2-е изд., Мн.: БГУ, 2003
2. Каток А. Б., Хасселблатт Б., Введение в современную теорию динамических систем, М.: Факториал, 1999
3. Лазакович Н. В., Сташуленок С. П., Теория вероятностей, Мн.: БГУ, 2003
4. Феллер В., Введение в теорию вероятностей и ее приложения, в двух томах, т. 1, М.: Мир, 1984
5. Халмош П.Р., Лекции по эргодической теории, Библиотека «Регулярная и хаотическая динамика», т. 12, Ижевск.: Удмуртский университет, 1999
6. Brin M., Stuck G., Introduction to Dynamical Systems, Cambridge University Press, 2002
7. Luzzatto S., Determinism and randomness in dynamical systems, <http://www.ma.ic.ac.uk/~luzzatto/StefIC/>
8. Springer Online Reference Works, Invariant measure, <http://eom.springer.de/I/i052250.htm>