

НОД И НОК ЧИСЕЛ



**учитель математики МОУ лицея №1
Бугаева Вера Михайловна
г.Комсомольска-на-Амуре**

НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ

Наибольшее натуральное число на которое делятся без остатка числа a и b , называют *наибольшим общим делителем* чисел a и b .

Например: НОД чисел 48 и 36 равен 12, т.е. наибольшему из натуральных чисел, которое делит нацело и 48, и 36.

$$\text{НОД}(48;36)=12.$$



ПОМНИ!

Чтобы найти наибольший общий делитель нескольких натуральных чисел, надо:

- ❖ разложить их на простые множители;
- ❖ из множителей, входящих в разложение одного из этих чисел, вычеркнуть те, которые не входят в разложение других чисел;
- ❖ найти произведение оставшихся множителей.

Например: НОД (96, 72)=24

$$96=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3, \quad 72=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\text{Остались множители: } 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3=24.$$



ДАВАЙТЕ ПОПРАКТИКУЕМСЯ

№1. Найдите НОД чисел: а) 108 и 72; б) 150 и 225.

Решение. Разложим числа на простые множители:

$$\begin{array}{l|l} 108 & 72 \\ \hline 54 & 36 \\ \hline 27 & 18 \\ \hline 9 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 150 & 225 \\ \hline 75 & 45 \\ \hline 15 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

Найдем одинаковые множители (выделены одним цветом)

$$\text{НОД}(108; 72) = 36, \text{ т.к.}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36.$$

$$\text{НОД}(150; 225) = 75, \text{ т.к.}$$

$$5 \cdot 5 \cdot 3 = 75.$$

ВЗАИМНО ПРОСТЫЕ ЧИСЛА

Найти наибольший общий делитель чисел:

а) 22 и 39; б) 56 и 31; в) 73 и 45; г) 44 и 63.

Если вы решали все примеры верно, то в ответе всегда получалась **1**.

Натуральные числа называют взаимно простыми, если их наибольший общий делитель равен **1**.

Числа
правят миром.

Пифагор



НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ

Наименьшим общим кратным

натуральных чисел a и b называют наименьшее натуральное число, которое кратно и a , и b .

Например: НОК чисел 75 и 60 равен 300, т. е. наименьшему из натуральных чисел, которые

делятся без остатка на числа 75 и 60.

$$\text{НОК}(75 \text{ и } 60) = 300$$



ПОМНИ!

**Чтобы найти наименьшее общее кратное
несколь-
ких натуральных чисел , надо:**

- ❖ **разложить их на простые множители;**
- ❖ **выписать множители, входящие в
разложение
одного из чисел;**
- ❖ **добавить к ним недостающие множители
из
разложений остальных чисел;**
- ❖ **найти произведение полученных**

ДАВАЙТЕ ПОПРАКТИКУЕМСЯ

№2. Найдите НОК чисел: а) 108 и 72; б) 150 и 225.

Решение. Разложим числа на простые множители:

108	2	72	2	150	2	225	5
54	2	36	2	75	5	45	5
27	3	18	2	15	5	9	3
9	3	9	3	3	3	3	3
3	3	3	3	1		1	
1		1					

$$\text{НОК}(150; 225) = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 450$$

$$\text{НОК}(108; 72) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 216$$

РЕШИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

№1.Найдите:

а) НОД (81 и 243)

в) НОД(72 и 108)

д) НОД(168 и 180)

ж) НОД(360 и 1050)

и)НОД(270;450 и 555)
264)

б) НОК(15 и 18)

г) НОК(36 и 48)

е) НОК(252 и 360)

з) НОК(396 и 180)

к) НОК(72;120 и



ПРИМЕНЕНИЕ НОД и НОК ЧИСЕЛ

Отыскание
общего
знаменателя
дробей

Позволяет
решать
различные
задачи

Сокращение
дробей

№2. Сократите дроби:

а) $\frac{44}{121}$ б) ; $\frac{38}{95}$ в) ; г) $\frac{69}{115}$.

$$\frac{9}{75}$$

№3. Приведите дроби к общему знаменателю

а) $\frac{8}{57}$; $\frac{7}{38}$ б) и $\frac{17}{111}$ $\frac{9}{74}$



ПРОВЕРЬ СЕБЯ

№1. а) 81; б) 90; в) 36; г) 144; д) 12; е) 2520; ж) 30;
з) 1980; и) 15; к) 3960.

№2. а) $\frac{4}{11}$ б) $\frac{2}{5}$ в) ; $\frac{3}{5}$ г) $\cdot \frac{3}{25}$

№3. $\frac{8}{57} = \frac{16}{114}$ и $\frac{7}{38} = \frac{21}{114}$ $\frac{17}{111} = \frac{34}{222}$ $\frac{9}{74} = \frac{27}{222}$



Попытайся сократить такую дробь $\frac{27642}{19273628}$. Трудно? А как
выполнить это

задание быстро и легко, не раскладывая числа на простые
множители?

Оказывается это возможно сделать с помощью **алгоритма**
Евклида.



АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА

Во многих случаях, когда числитель и знаменатель делятся на число (например на 19, на 37 и т.д.), а признака делимости мы не знаем, НОК числителя и знаменателя находят с помощью, так называемого, **алгоритма Евклида**.

Суть его проста: делится большее число на меньшее. Затем меньшее делится на первый остаток. При этом получается второй остаток. Дальше первый остаток делится на второй и процесс продолжается. Он конечен и **последний неравный нулю остаток** и будет **наибольший общий делителем**. Прием этот занимателен, он называется – алгоритм Евклида. Мы рекомендуем его попробовать.

Продемонстрируем его на примере.



СОКРАТИТЬ ДРОБЬ: $\frac{5959}{13433}$.

Для того, чтобы сократить данную дробь найдем с помощью алгоритма Евкли-

да НОД чисел 5959 и 13433. Делим 13433 на 5959.



$$\begin{array}{r}
 13433 - 5959 \\
 \underline{11918} \quad 2 \\
 5959 - 1515 \\
 \underline{4545} \quad 3 \\
 1515 - 1414 \\
 \underline{1414} \quad 1 \\
 1414 - 101 \\
 \underline{101} \quad 14 \\
 404 - \\
 \underline{404} \\
 0
 \end{array}$$

$$= \frac{5959}{13433} = \frac{59}{133}$$

Последний неравный нулю остаток, т.е. **101** и будет наибольшим
 общим дели-
 телем. Разделим на **101** числитель и знаменатель. Получим дробь:

РЕШИ САМОСТОЯТЕЛЬНО



№1. С помощью алгоритма Евклида сократить дроби:

а) $\frac{2301}{223197}$ б) $\frac{5959}{6077}$ в) $\frac{1326}{12138}$ г) $\frac{214}{1577}$ д) $\frac{6375}{8625}$

№2. Найдите НОД чисел:

- а) 2304 и 5220; б) 8136 и 12250; в) 1348 и 1126;
г) 42628 и 33124; д) 71004 и 154452.

**№3. Какой наименьшей длины должна быть доска, чтобы ее можно было раз-
резать поперек на части, равные 20см и 27см, не получив
обрезков?**

**№4. Какое наибольшее число одинаковых комплектов можно
составить из
елочных игрушек, если имеется 12 зайцев, 24 лисицы, 16
морковок и 48
яблок?**

№5. Найдите НОК и НОД чисел, затем сравните произведение этих

РЕШАЕМ И ПРОВЕРЯЕМ



№1.

а) $\frac{1}{97}$; б) $\frac{101}{103}$; в) $\frac{13}{119}$; г) $\frac{113}{83}$; д) $\frac{17}{23}$.



№2

а) 36; б) 2; в) 2; г) 4; д) 732.

.

№3

540; НОД(20; 27) = 540.

.

№4

4; НОД(12; 24; 16; 48) = 4.

.

№5

а) НОД (14; 21) = 7;
НОК (14; 21) = 42.

б) НОД (24; 36) = 12;
НОК (24; 36) = 72.

в) НОД (32; 48) = 16;
НОК (32; 48) = 96.

г) НОД (18; 24) = 6;
НОК (18; 24) = 72.

д) НОД (25; 35) = 5;
НОК (25; 35) = 175.



ЗАМЕЧАТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВО НОК и НОД

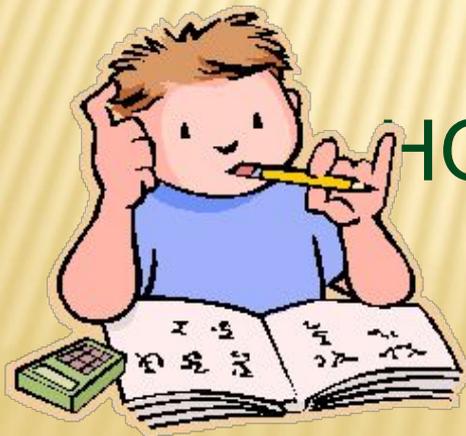
Заметили ли вы, что для любых натуральных чисел a и b выполняется равенство:

$$\text{НОД}(a;b) \cdot \text{НОК}(a;b) = a \cdot b$$

Это свойство позволяет по заданным числам и известному НОД находить НОК этих чисел.

$$\text{НОК}(a;b) =$$

$$\frac{a \cdot b}{\text{НОД}(a;b)}$$





ПРЕДЛАГАЮ РЕШИТЬ ЗАДАЧИ

Конфеты «Сладкая математика» продаются по 12 штук в коробке, а конфеты «Геометрия с орехами» – по 15 штук в коробке. Какое наименьшее число коробок конфет того и другого сорта необходимо купить, чтобы тех и других конфет было поровну?

- ❑ Какое наибольшее число одинаковых подарков можно составить из 48 конфет "Ласточка" и 36 конфет "Белочка", если надо использовать все конфеты? Сколько конфет "Ласточка" и "Белочка" будет в каждом подарке?
- ❑ Для поездки за город работникам завода было выделено несколько ав-тобусов, с одинаковым числом мест в каждом автобусе. 424 человека поехали в лес, а 477 человек — на озеро. Все места в автобусах были заняты, и ни одного человека не осталось без места. Сколько автобусов было выделено и сколько пассажиров было в каждом автобусе?
- ❑ Конфеты «Сладкая математика» продаются по 12 штук в коробке, а конфеты «Геометрия с орехами» – по 15 штук в коробке. Какое наименьшее число коробок конфет того и другого сорта необходимо купить, чтобы тех и других конфет было поровну?
- ❑ Коля, Серёжа и Ваня регулярно ходили в кинотеатр. Коля бывал в нём каждый 3-й день, Серёжа — каждый 7-й, Ваня — каждый 5-й. Сегодня все ребята были в кино. Когда все трое

ОТВЕТЫ

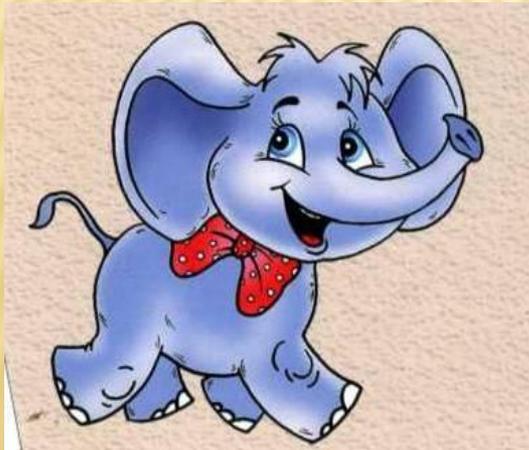


**№1. НОД (36; 48) = 12; $36 : 12 = 3$ (шт) конфет «Белочка»
 $48 : 12 = 4$ (шт) конфет «Ласточка»**

№2. НОД (424; 477) = 53; $(424 + 477) : 53 = 17$ (чел)

№3. 5 коробок «Сладкая математика», 4 коробки «Геометрия с орехами». НОК(15; 12) = 60, $60 : 12 = 5$, $60 : 15 = 4$.

№4. На 105 день. НОК (3; 5; 7) = 105.



**Спасибо за
работу!
Успехов в учебе!**