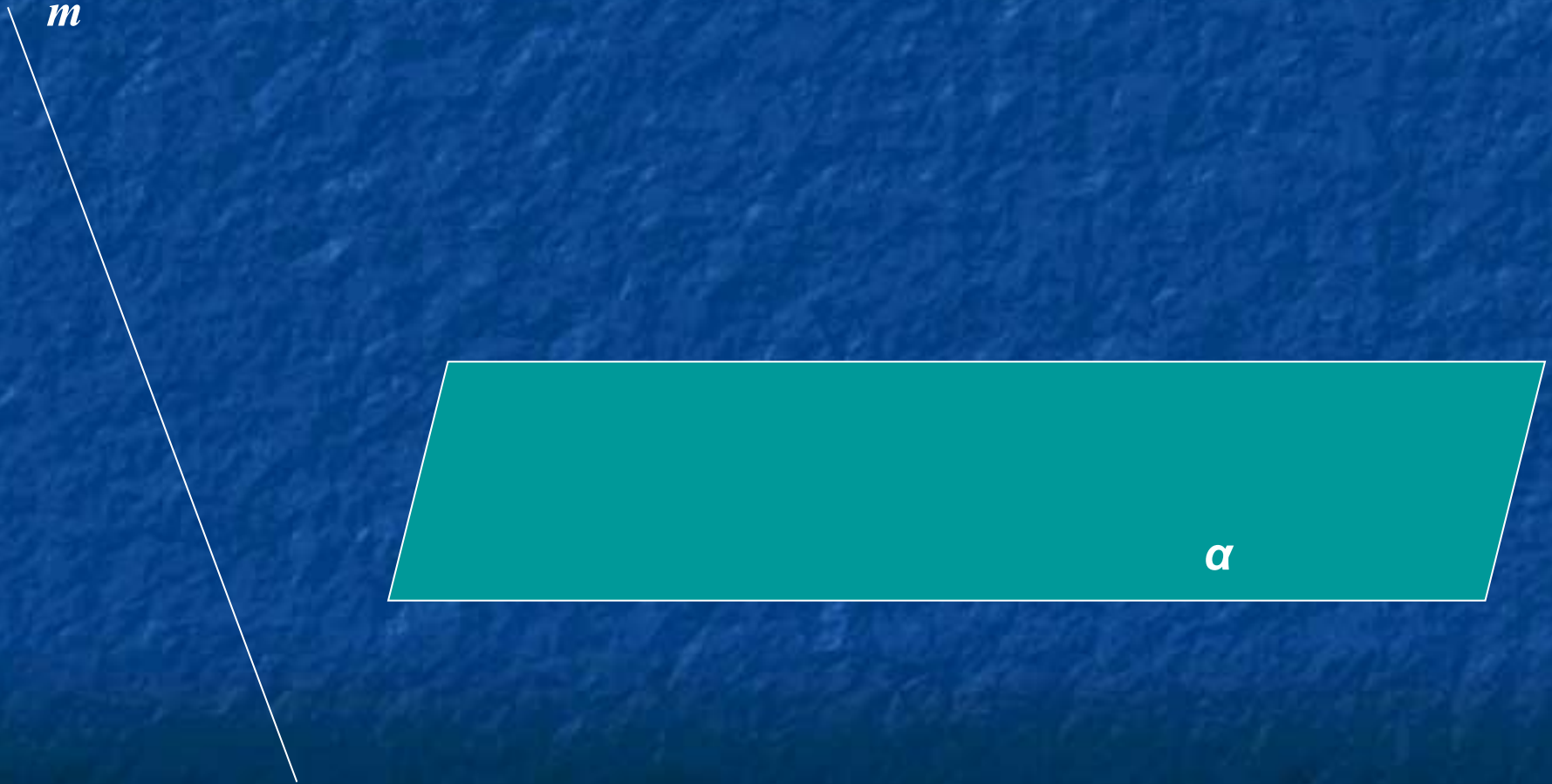


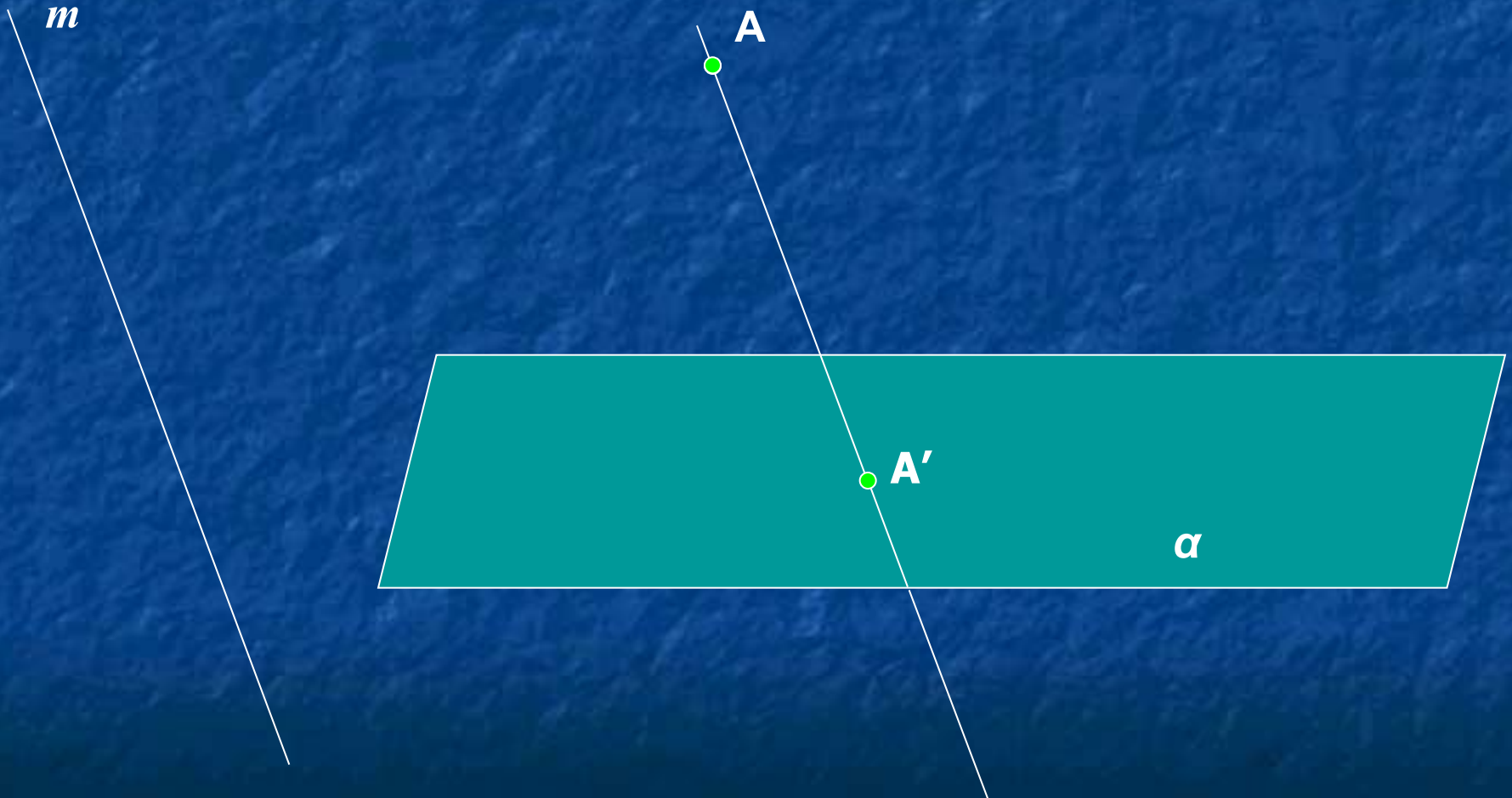
# Геометрия, 10 класс

Тема: Построение сечений  
многогранников методом  
параллельных проекций

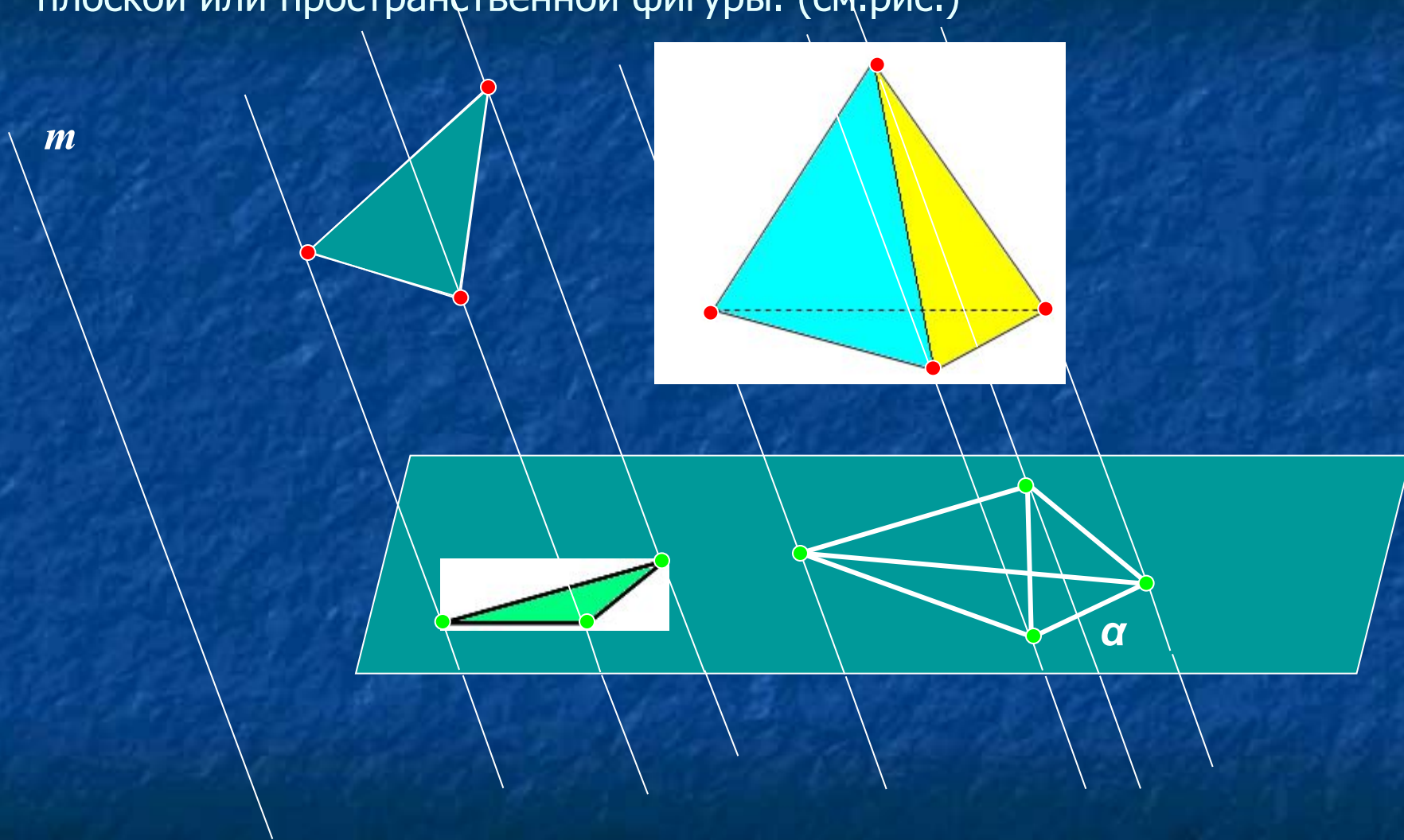
Вспомним, что при параллельном проектировании в пространстве используют такие понятия как: плоскость проекций (любая плоскость  $\alpha$ ), направление параллельного проектирования (любая прямая  $m \perp \alpha$ ).



Рассматривая любую геометрическую фигуру как множество точек, можно построить в заданной плоскости проекцию данной фигуры. Для этого выбирают любую точку фигуры **A** (*прообраз*) и строят ее параллельную проекцию на плоскость **A'** (*образ*).



Таким образом можно получить изображение (или «проекцию») любой плоской или пространственной фигуры. (см.рис.)

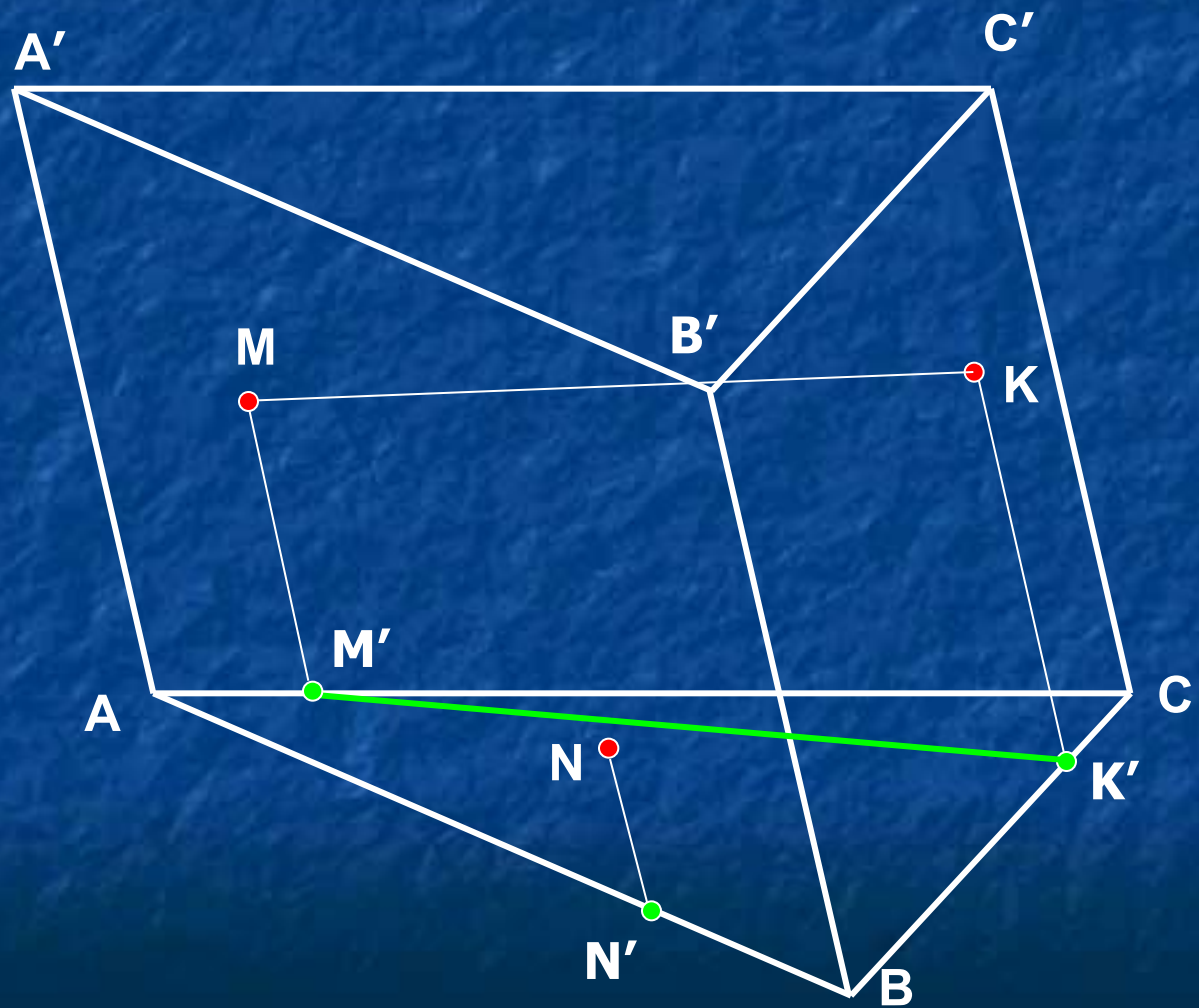




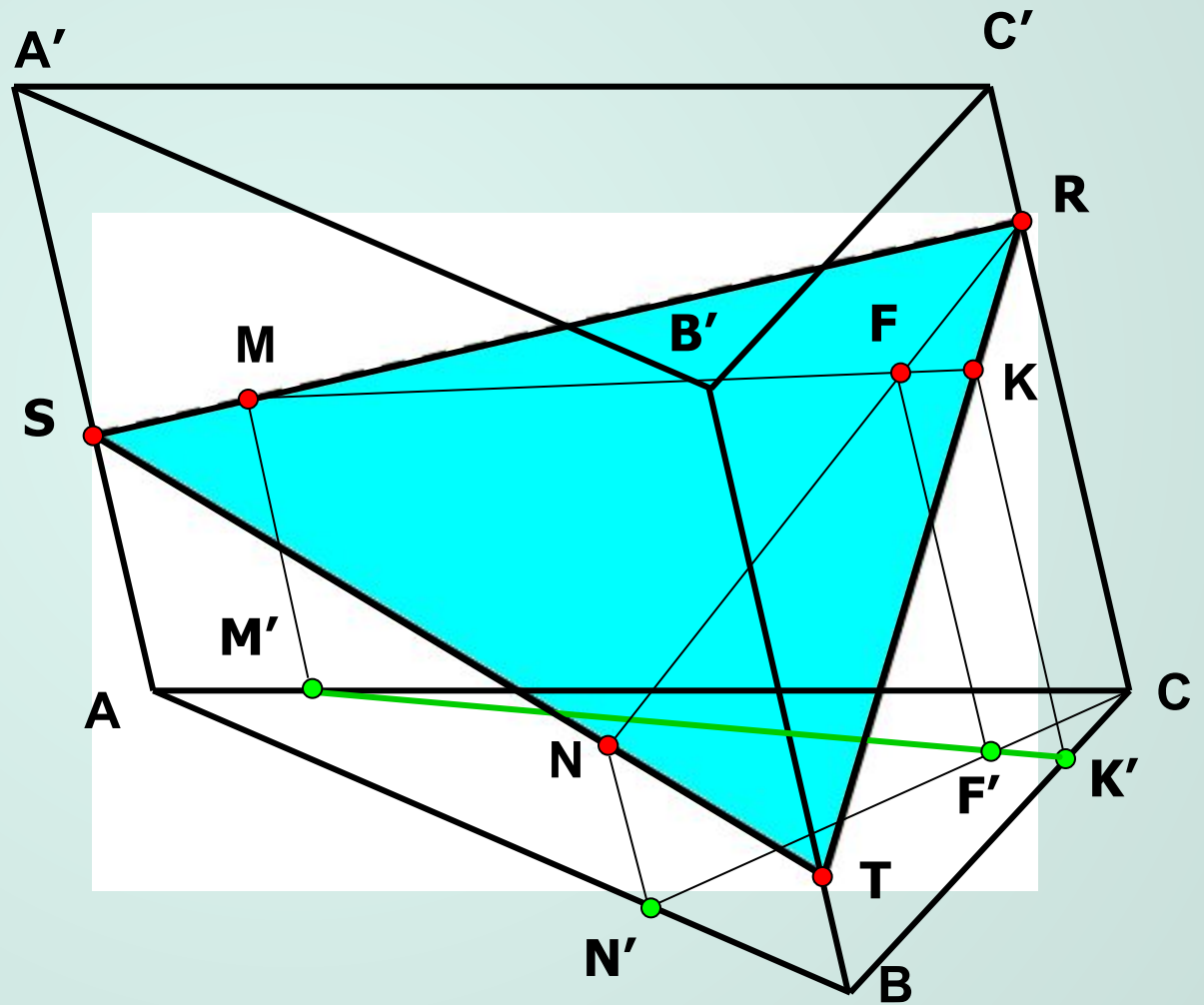
**Пример 1.** Постройте сечение треугольной призмы  $ABCA'B'C'$ , проходящее через точки  $M$ ,  $N$  и  $K$ , лежащие в боковых гранях

*Решение.*

- 1) Построим проекции данных трех точек  $M$ ,  $N$  и  $K$  на плоскость основания в направлении, параллельном боковому ребру.
- 2) Соединим две любые данные точки (например,  $M$  и  $K$ ).
- 3) Построим образ полученного в п.2) отрезка  $MK$ .



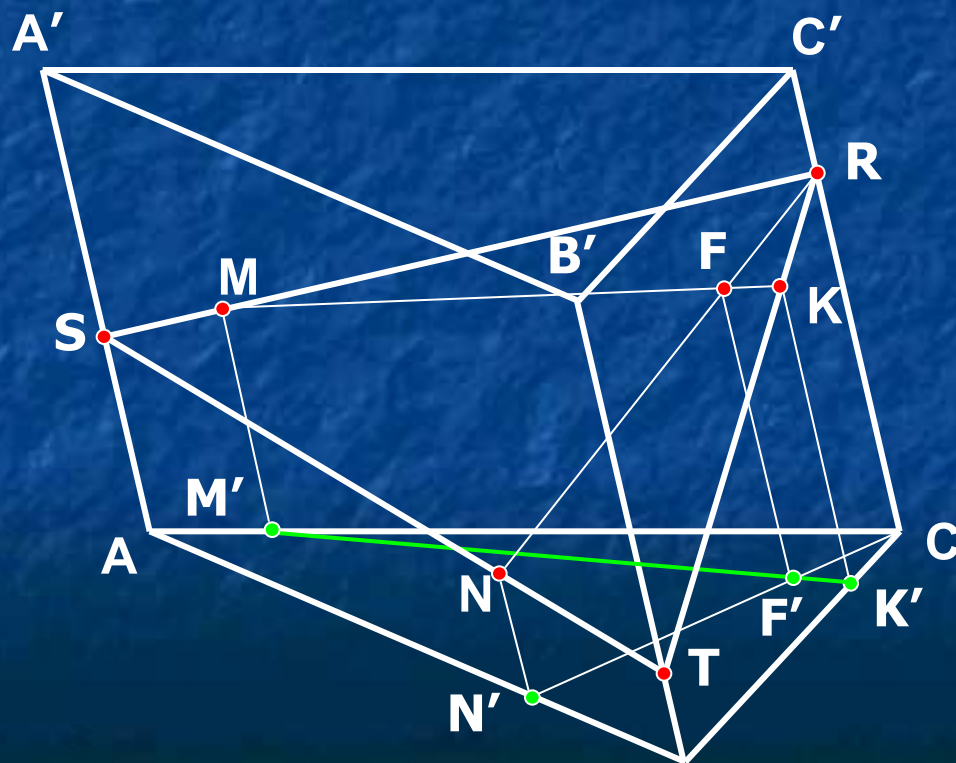
- 4) Соединим отрезком точки  $N'$  и  $C$ , обозначив буквой  $F'$  точку пересечения с отрезком  $M'K'$ .
- 5) Так как  $F' \in M'K'$ , то прообраз этой точки  $F \in MK$ . Построим ее.
- 6) Прямые  $NN'$  и  $CC'$  лежат в одной плоскости (подумайте почему?). Построим в этой плоскости точку  $R = CC' \cap NF$ .
- 7) В боковых гранях  $ACC'$  и  $BCC'$  у нас появились по две точки, принадлежащие сечению, поэтому закончить построение сечения  $RST$  нетрудно.



Основной целью применения метода параллельных проекций является получение *дополнительной* точки сечения (обычно на одном из боковых ребер). Для этого можно воспользоваться следующей схемой (пояснения – из примера 1):

- 1) нужно выбрать любую пару из данных точек сечения; (**М** и **К**)
- 2) построить их проекции на основание призмы; (**М'** и **К'**)
- 3) направление параллельного проектирование выбирается параллельно боковым ребрам; (**AA'**)
- 4) сначала получить образ *вспомогательной* точки в плоскости проекций (для этого привлекают образы данных точек сечения и одну из вершин основания призмы); (точка **F'**, вершина – **С**)
- 5) найти прообраз *вспомогательной* точки; (точка **F**)
- 6) получить *дополнительную* точку сечения; (точка **R**).

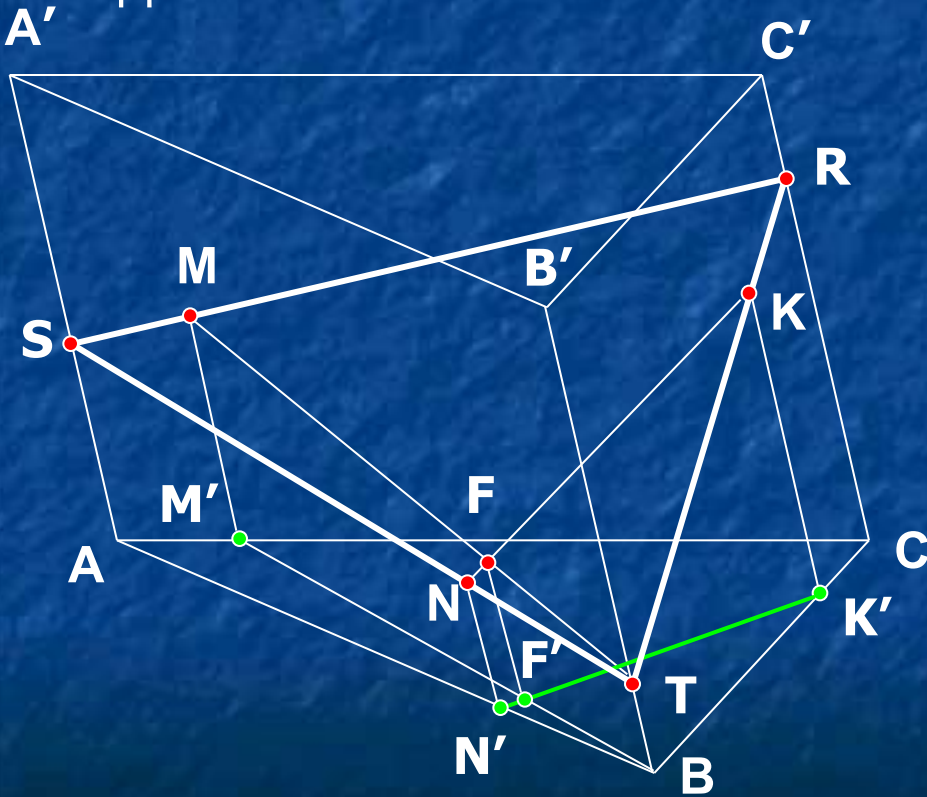
Запишите схему в тетрадь!



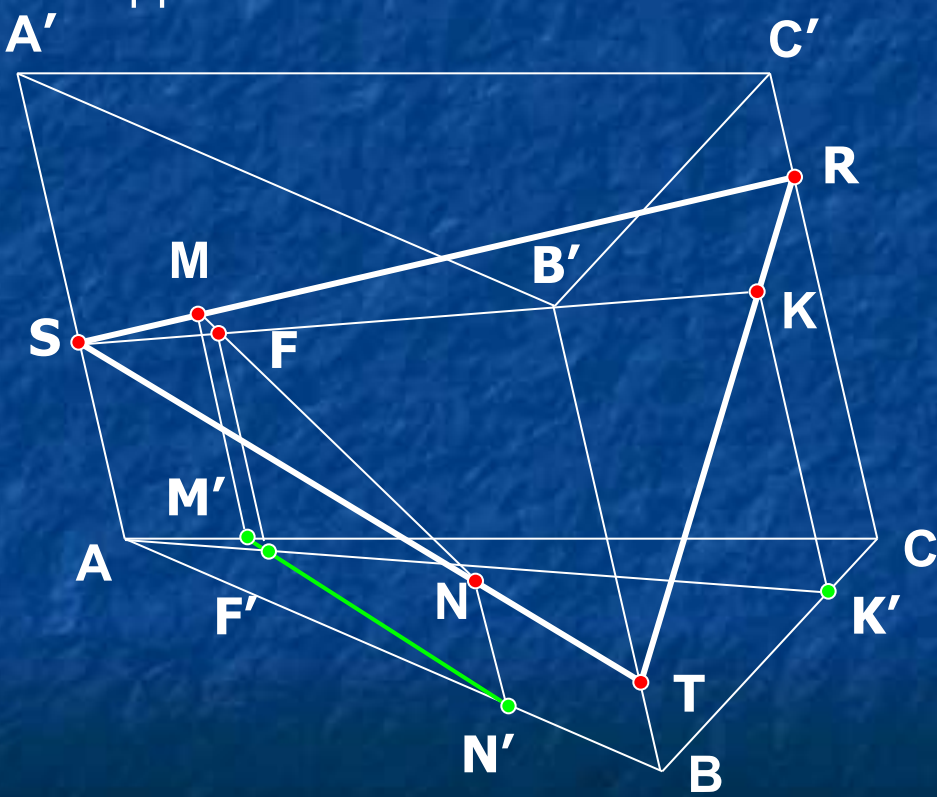


**Примечание.** Еще раз обратите внимание на термин «любые» в п.2) примера 1. Попробуйте самостоятельно, по схеме, в тетради построить сечение из примера 1, соединяя две другие пары точек: **М** и **Н** или **Н** и **К**. Убедитесь в однозначности получающегося результата (сечение получается таким же).

Дополнительная точка **T**



Дополнительная точка **S**

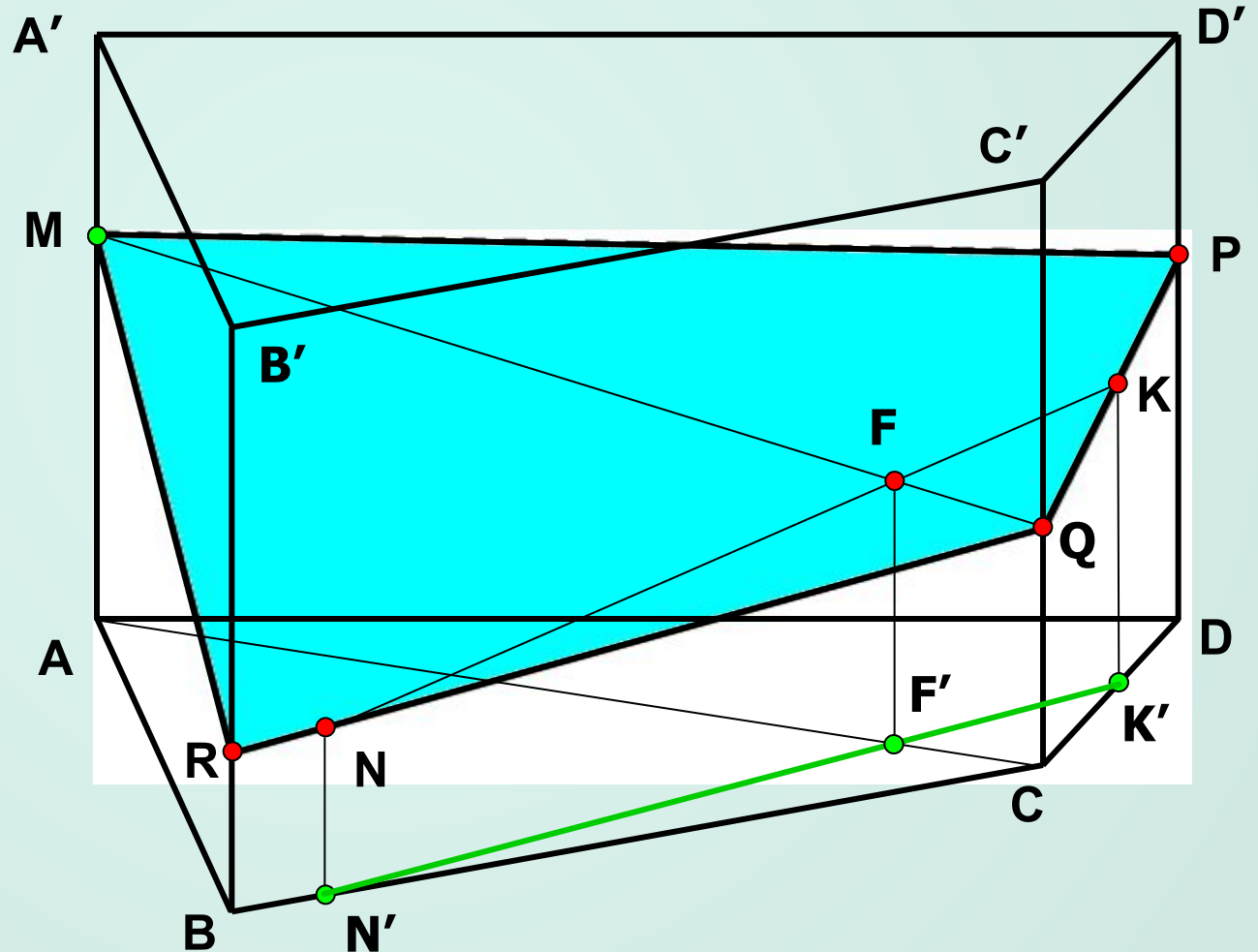




**Пример 2.** Построить сечение четырехугольной призмы  $ABCD A'B'C'D'$ , проходящее через точки  $M \in AA'$ ,  $N \in (BCC')$  и  $K \in (CDD')$ .

Наблюдая за ходом построения сечения, составьте алгоритм по предложенной выше схеме.

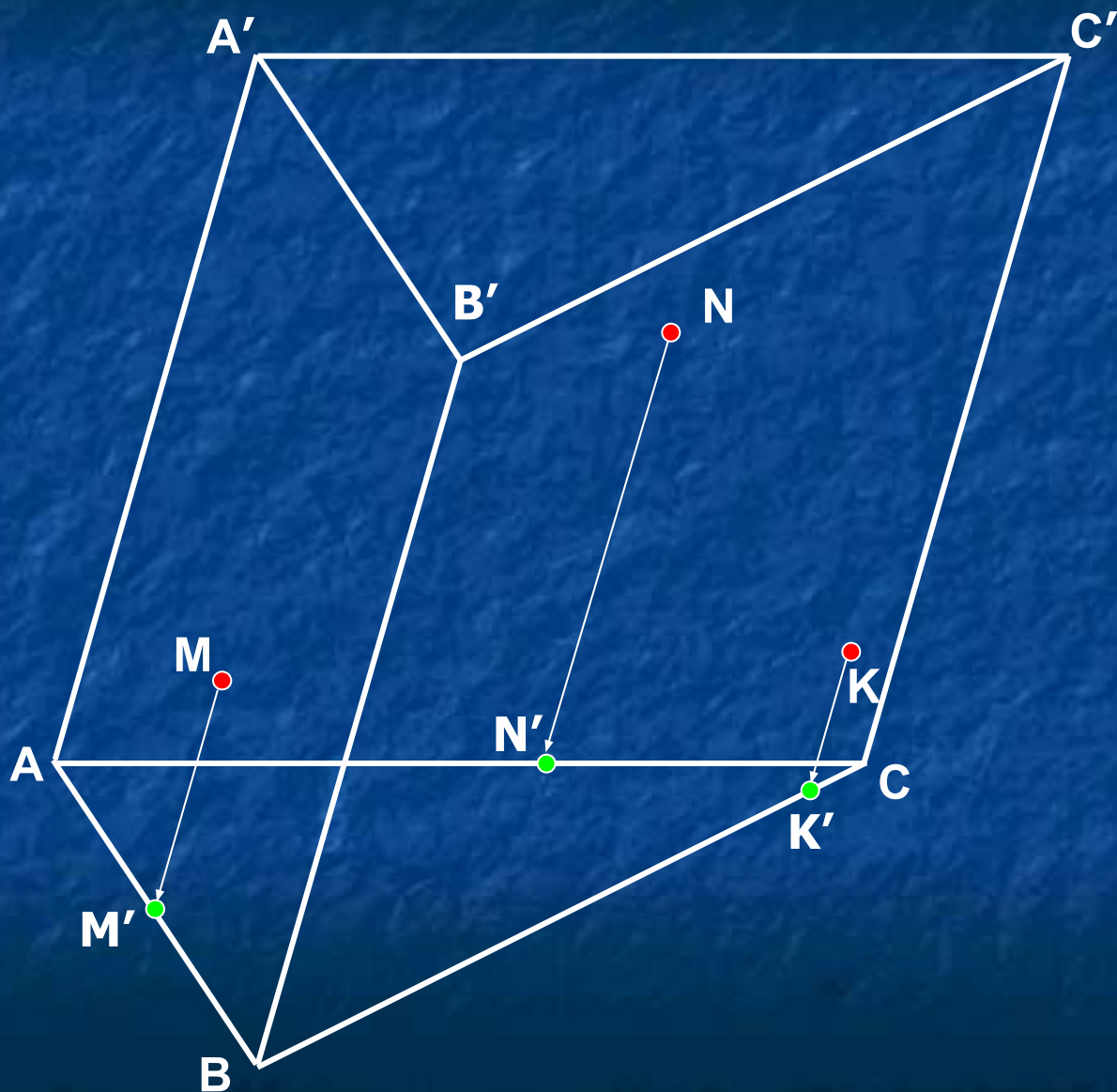
Четырехугольник  $MPQR$  – искомое сечение.



**Пример 3.** Построить сечение треугольной призмы  $ABCA'B'C'$ , заданное тремя точками  $M \in ABV'$ ,  $N \in ACC'$  и  $K \in BCC'$ .

*Решение.* Как мы видим, никакие из трех точек сечения не лежат в одной грани призмы. Значит, метод «следа» нам не подходит. Проследим поэтапное применение метода параллельных проекций для построения сечения в данном случае.

1) Построим образы  $M'$ ,  $N'$  и  $K'$  данных точек при параллельном проектировании направлении, параллельном боковому ребру призмы на ее нижнее основание.



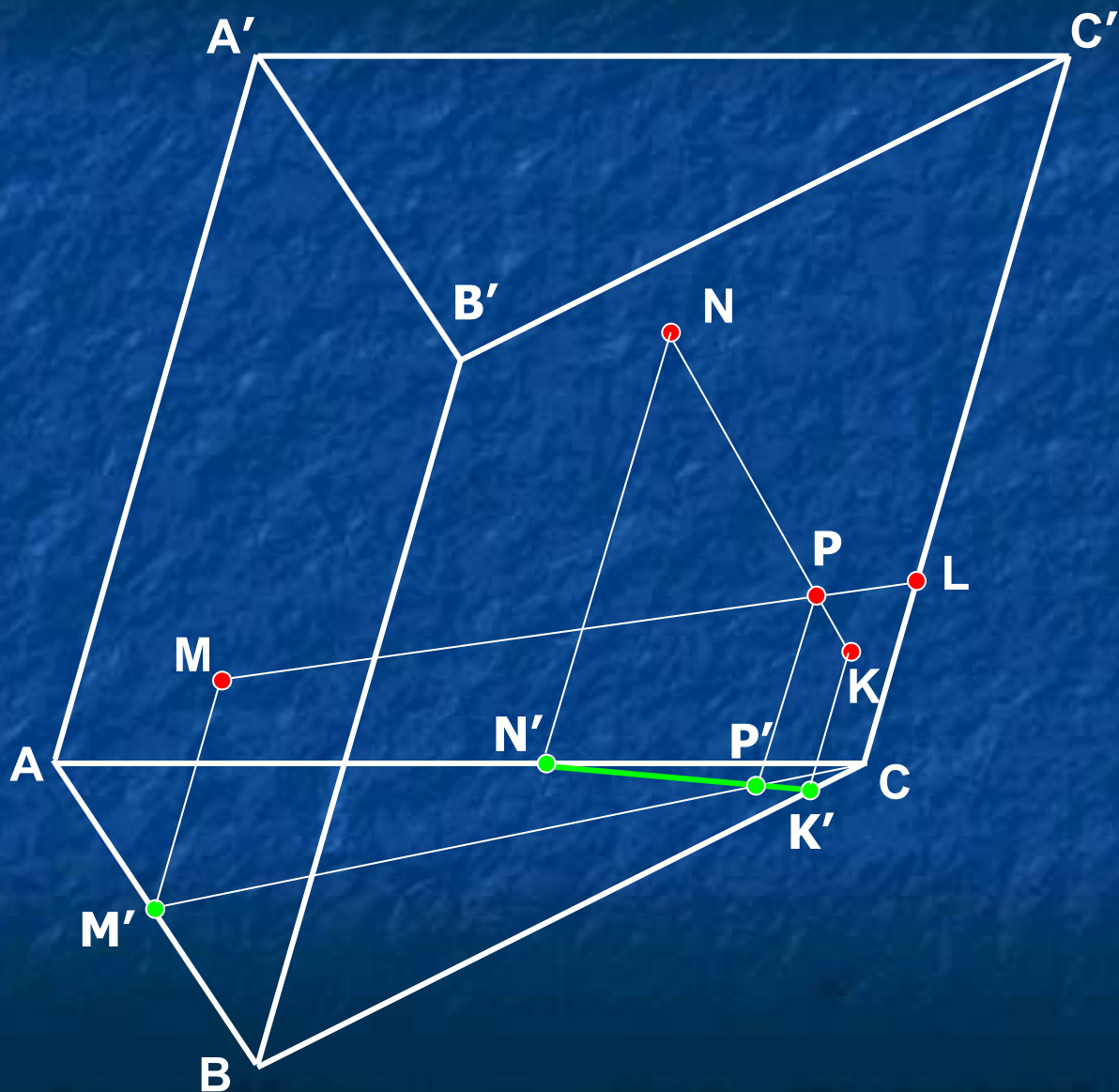
2) Изобразим отрезок  $\mathbf{N'K'}$  как образ отрезка  $\mathbf{NK}$ .

3) Найдем точку  $\mathbf{P'}$  пересечения отрезков  $\mathbf{M'C}$  и  $\mathbf{N'K'}$ .

4) Так как  $\mathbf{P' \in N'K'}$ , то прообраз этой точки  $\mathbf{P \in NK}$ . Построим ее.

5) Теперь изобразим прообраз отрезка  $\mathbf{M'C}$  – отрезок  $\mathbf{ML}$ , где  $\mathbf{L = MP \cap CC'}$ .

6) Точка  $\mathbf{L}$  принадлежит плоскости сечения  $(\mathbf{MNK})$ , значит, дальше можно воспользоваться методом «следа».

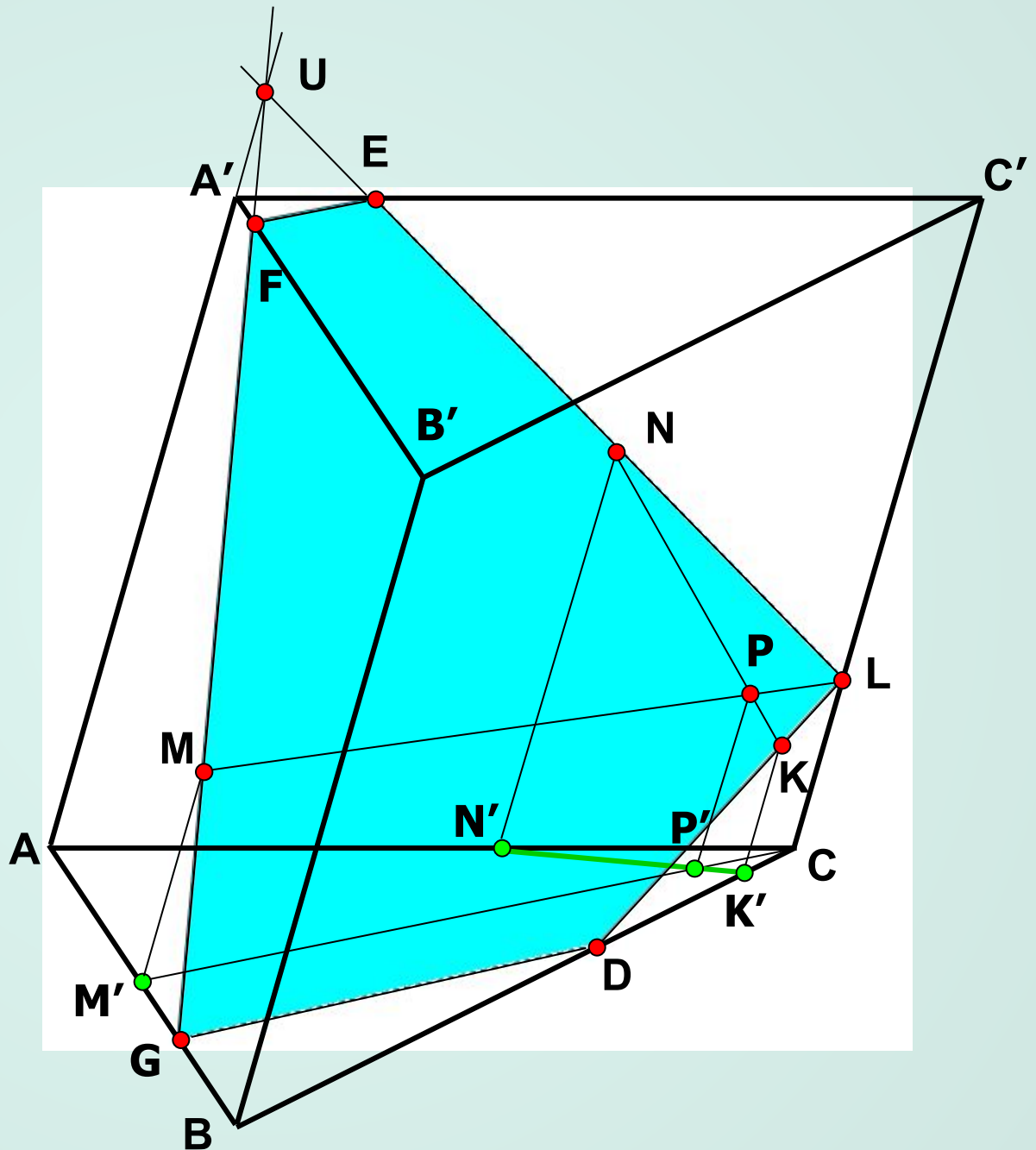




При применении метода «следа» получим точку **U**. После чего закончить построение сечения нетрудно.

В итоге получили искомое сечение – пятиугольник **FELDG**!

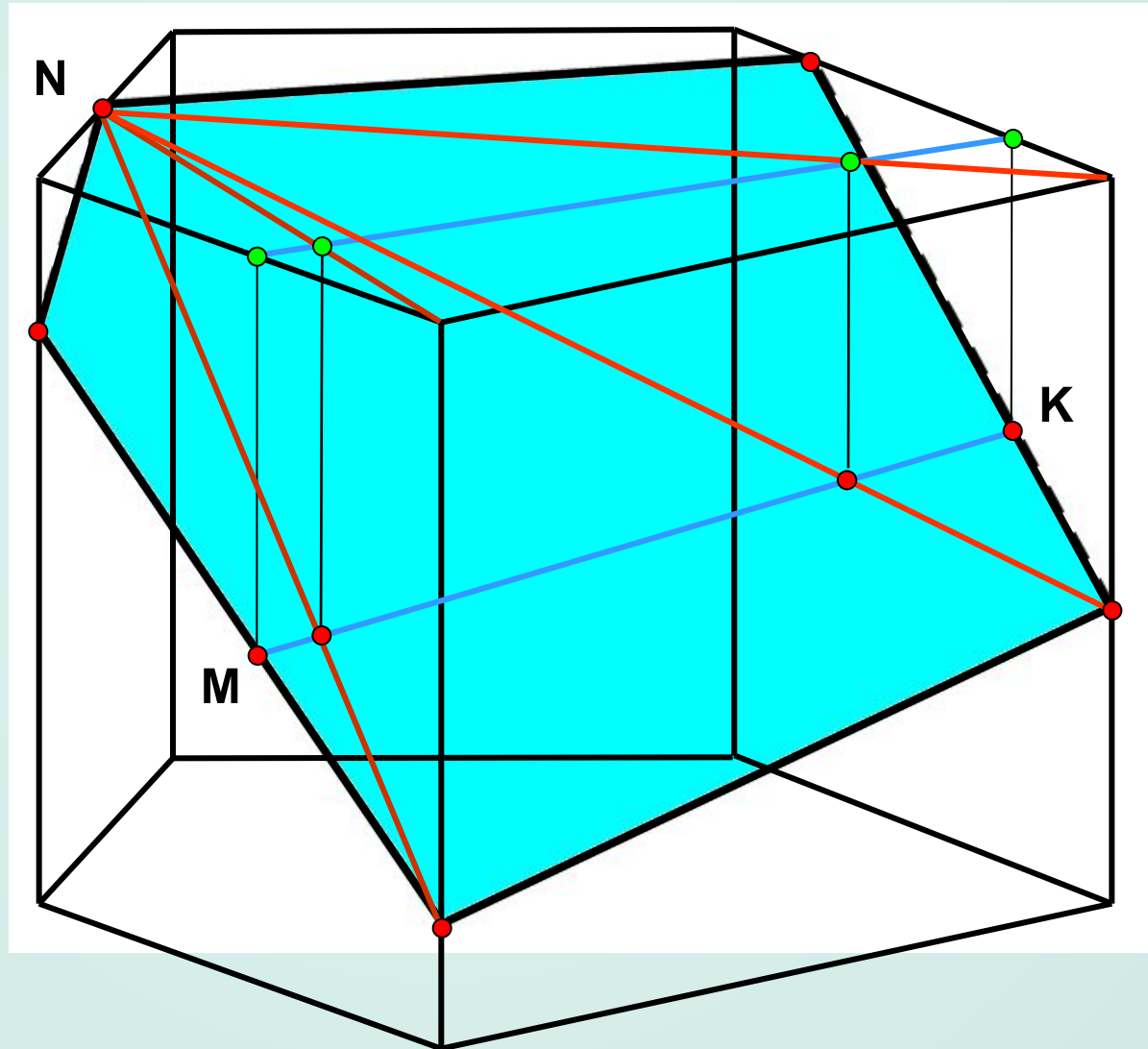
Итак, наша цель в построении сечения была достигнута благодаря появлению дополнительной точки **L**.



**Примечание.** В качестве плоскости проекции можно выбирать любое основание призмы.

Применяя вышеописанный алгоритм неоднократно можно обойтись без метода «следа».

**Пример 4.**



Плоскость сечения может задаваться:

- 1) тремя точками, не лежащими на одной прямой;
- 2) прямой и точкой, не лежащей на ней;
- 3) двумя пересекающимися прямыми;
- 4) двумя параллельными прямыми.

Все эти случаи можно свести к первому, выбирая на прямых удобные для нас точки.

### Пример 5.

Постройте сечение 4-угольной призмы, в основании которой произвольный 4-угольник, проходящее через диагональ и точку в противоположных боковых гранях.

