

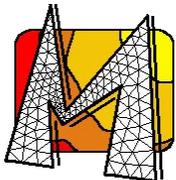
# Математическое моделирование физико-механических систем и процессов (приложения в ОМД и медицине)

**Е.Н.Чумаченко**

(Московский государственный институт электроники и математики)

[kommek@miem.edu.ru](mailto:kommek@miem.edu.ru)

1. История создания многофункционального вычислительного комплекса SPLEN.
2. Некоторые направления развития математических моделей и вычислительных систем серии SPLEN в промышленности и медицине.
  - 2.1 Формоизменение материалов при штамповке в условиях сверхпластичности.
  - 2.2 Моделирование техпроцессов производства подшипниковых колец.
  - 2.3 Прессование с использованием положительного эффекта действия сил трения.
  - 2.4 Газовая формовка оболочек.
  - 2.5 Моделирование НДС зубочелюстной системы человека при протезировании.
  - 2.6 О других направлениях.
3. Заключение.

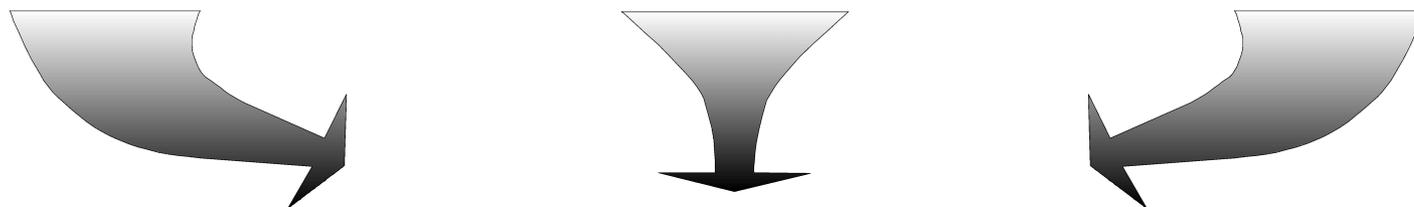


КОММЕК

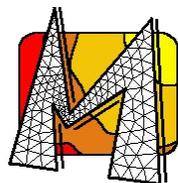
---

Семинар ИКИ РАН: Механика, Управление и Информатика. Москва 27.12.2001г.

МГИСиС	ВНИИМетмаш	МГИЭМ
Создание теоретических <b>основ моделирования</b> процессов формоизменения материалов, при обработке давлением	Впервые сформулирована и реализована идея создания <b>вычислительных систем</b> для решения задач ОМД, базирующихся на едином архитектурном блочном строении и использующих общие алгоритмические модули	Перевод системы на <b>персональные компьютеры</b> . Расширение круга решаемых задач



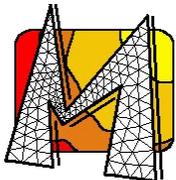
**КОММЕК**  
(КОмпьютерные Методы МЕханики Континуума)



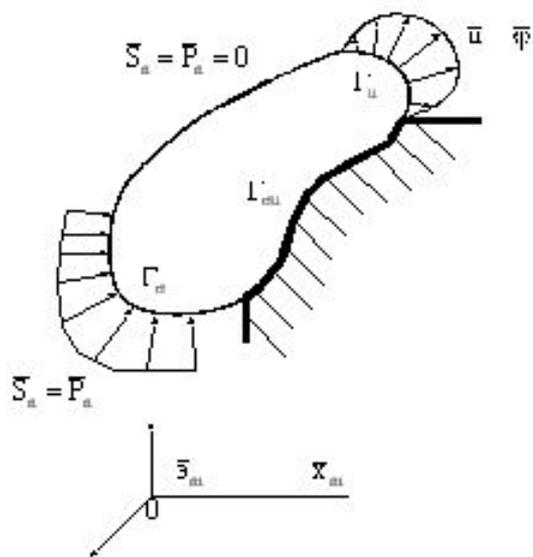
КОММЕК

# ОСНОВНЫЕ ПРЕИМУЩЕСТВА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ШТАМПОВКИ, РЕАЛИЗУЕМЫХ В УСЛОВИЯХ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ

- 1 Деформирование малопластичных металлов, практически неподдающихся обработке давлением в обычных условиях.
- 2 Штамповка заготовок с элементами небольшой толщины (высокие и узкие ребра, тонкие полотна), которые в обычных условиях можно получать только с большими напусками.
- 3 Повышение точности штамповки, особенно для деталей, из дорогостоящих металлов.
- 4 Штамповка поковок крупногабаритных деталей, требующих в обычных условиях деформирующего оборудования большой мощности.
- 5 Штамповка поковок для изделий, к качеству и надежности которых предъявляются повышенные требования.



# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ СВЕРХПЛАСТИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ



Граничные условия

$$\begin{aligned} \bar{S}_n = \bar{P}_n; \quad \bar{S}_n = \bar{S}_i \cdot l_{ni} = \sigma_{ij} \cdot l_{ni} \cdot \bar{\varepsilon}_j; \quad \bar{P}_n = P_{ni} \cdot \bar{\varepsilon}_i & \text{ на } \Gamma_\sigma \\ \bar{u} = \bar{\varphi}; \quad \bar{u} = u_i \cdot \bar{\varepsilon}_i; \quad \bar{\varphi} = \varphi_j \cdot \bar{\varepsilon}_j & \text{ на } \Gamma_u \end{aligned} \quad (1)$$

$$P_{n\alpha} = \sigma_{i\alpha} \cdot l_{ni}; \quad u_\beta = \varphi_\beta; \quad \alpha, \beta = 1, 2; \quad \alpha + \beta = 3 \quad \text{на } \Gamma_{\sigma u}$$

$u_i$  - компоненты скорости перемещения частиц среды

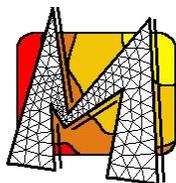
$$\dot{\varepsilon}_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i}) / 2 \quad (2)$$

Девизоры напряжений, скорости деформации и их инварианты обозначим волнистой чертой сверху

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \cdot \delta_{ij}; \quad \sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \cdot \delta_{ij}; \quad \sigma = \sqrt{\tilde{\sigma}_{ij} \cdot \tilde{\sigma}_{ij}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sigma_u; \\ \tilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon \cdot \delta_{ij}; \quad \varepsilon = \frac{1}{3} \varepsilon_{ij} \cdot \delta_{ij} = \frac{1}{3} \dot{\theta}; \quad \varepsilon = \sqrt{\tilde{\varepsilon}_{ij} \cdot \tilde{\varepsilon}_{ij}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \dot{\varepsilon}_u \end{aligned} \quad (3)$$

$$\tilde{\sigma}_{ij} = 2\mu \cdot \tilde{\varepsilon}_{ij} \Rightarrow 2\mu = \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\varepsilon}} = \frac{2}{3} \frac{\sigma_u}{\dot{\varepsilon}_u} \quad \text{или} \quad \sigma_u = 3\mu \cdot \dot{\varepsilon}_u$$

$$\text{Следовательно} \quad \sigma_{ij} - \sigma \cdot \delta_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\sigma_u}{\dot{\varepsilon}_u} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon \cdot \delta_{ij}). \quad (4)$$



Для шаровых частей тензора напряжений и деформаций примем

$$\sigma = K \cdot \theta = K \int_0^t \dot{\theta} dt = K \left[ \int_0^{t_1} \dot{\theta} dt + \int_{t_1}^{t_2} \dot{\theta} dt + \dots + \int_{t_{n-1}}^t \dot{\theta} dt \right] = K \sum_{i=0}^{n-1} \Delta t_i \cdot \dot{\theta}_i + K \cdot \Delta t_n \cdot \dot{\theta}_n = \sigma^* + K \cdot \Delta t \cdot \dot{\theta} \quad (5)$$

тогда 
$$\sigma_{ij} = \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) + \left[ \left( K \cdot \Delta t - \frac{2}{3} \mu \right) u_{pp} + \sigma^* \right] \delta_{ij} \quad (6)$$

Поле температур  $T(\bar{x}, t)$  считается известным

$$K = K(T, \rho, \dots), \quad \mu = \mu(\dot{\epsilon}_u, \epsilon_u, T, d, \dots) \quad (7)$$

$$\mu = [\sigma_s(T) \cdot (\sigma_0(T) + k(T) \cdot \dot{\epsilon}_u^{m(T)})] / [3\dot{\epsilon}_u \cdot (\sigma_s(T) + k(T) \cdot \dot{\epsilon}_u^{m(T)})];$$

$$\mu = \sigma_0(T) / 3\dot{\epsilon}_u + f_1(T) \cdot \dot{\epsilon}_u^{m-1} \cdot d^n, \quad d = \int_0^t f_2(d_0, T, \dot{\epsilon}_u, \tau) d\tau \quad (8)$$

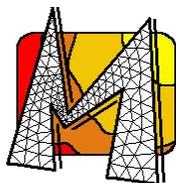
$$\mu = A(T) \cdot \dot{\epsilon}_u^{m-1} \cdot \epsilon_u^n \cdot f(d_0, T);$$

Для  $\forall \Delta t \in [0, t]: \quad \sigma_{ij,j} = 0 \quad (9)$

При  $3\mu_0 \geq \frac{\sigma_u}{\dot{\epsilon}_u} \geq \frac{d\sigma_u}{d\dot{\epsilon}_u} > 0$  система уравнений (9) эллиптического типа, причем решение (9)+(1)

с учетом (2), (6), (7) существует, если существует решение при  $\mu = \text{Const}$ .

Ограничения:  $t > 2\mu_0 / 3K$ , где  $2\mu / 3K \ll 1$  сек (10)



# МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

$$\tau = k \cdot p \quad \text{формула Амонтона-Кулона,} \quad (11)$$

$$\tau = \mu^* \cdot \tau_S \quad \text{формула Зибеля} \quad (12)$$

$$\tau = \eta \cdot \frac{V_{СК}}{h} \quad \text{формула Ньютона} \quad (13)$$

$$\tau = k_{ТР} \cdot 0,58 \cdot \sigma_u \cdot \left[ 1 - \exp\left(-1,25 \frac{|\bar{P}|}{\sigma_u}\right) \right] \quad \text{формула Леванова-Колмогорова} \quad (14)$$

$$\tau = (1 - \gamma) \cdot k_{ТР} \cdot \left( 1 - \exp\left(-1,25 \frac{P}{\sigma_u}\right) \right) \cdot \tau_u + \gamma \frac{\eta}{h} V_{СК} \quad (15)$$

$\tau_S$  - сопротивление срезу

$P$  - нормальное давление

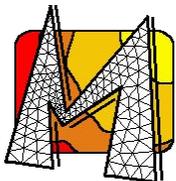
$k, k_{ТР}, \mu^*$  - коэффициенты и показатель трения

$\eta$  - динамическая вязкость смазки

$h$  - толщина смазочной пленки

$V_{СК}$  - скорость скольжения поверхностей относительно друг друга

$\gamma$  - коэффициент непрерывности смазочного слоя



# КРИТЕРИАЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Для зон прилипания:

$$\bar{u}|_{t+\Delta t} = \bar{v}|_{t+\Delta t} \quad , \text{ если } \begin{cases} u^K|_t = 0 & \text{и} & |\tau|_t \leq \tau^*|_t \\ \text{или} \\ u^K|_t \neq 0 & \text{и} & \exists t^* \in [t - \Delta t, t] : |\tau|_{t^*} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

Для зон скольжения:

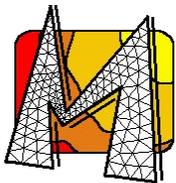
$$\begin{aligned} (\bar{u}|_{t+\Delta t} - \bar{v}|_{t+\Delta t}) \cdot \bar{n} &= 0 \\ \tau|_{t+\Delta t} &= -\tau^*|_t \cdot L \end{aligned} \quad \text{если } \begin{cases} u^K|_t = 0 & \text{и} & |\tau|_t > \tau^*|_t \\ \text{или} \\ u^K|_t \neq 0 & \text{и} & \text{для } \forall t^* \in [t - \Delta t, t] : |\tau|_{t^*} \neq 0 \end{cases} \quad (17)$$

$\bar{n}$  - вектор нормали к поверхности

$\bar{v}$  - скорость движения штампа

$u^K$  - касательная компонента скорости контактной точки

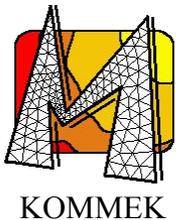
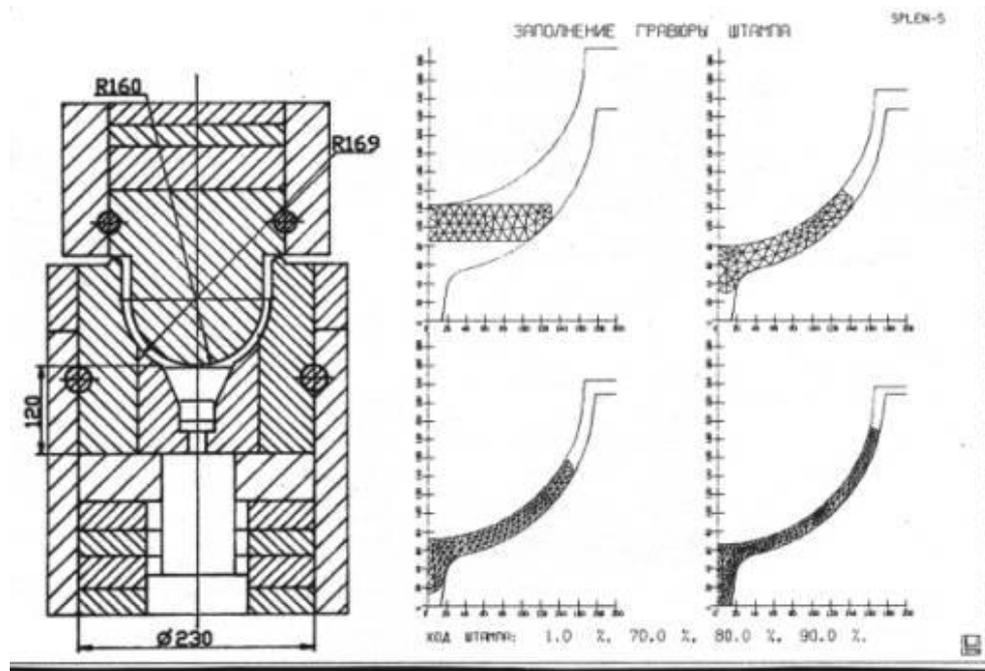
$$L = \frac{\bar{u} - \bar{v}}{|\bar{u} - \bar{v}|_t}$$



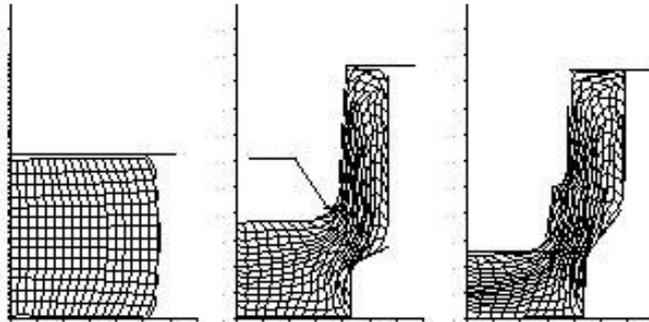
# ПРЕСС ДЛЯ ШТАМПОВКИ В УСЛОВИЯХ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ



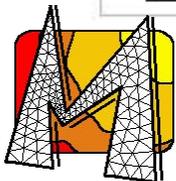
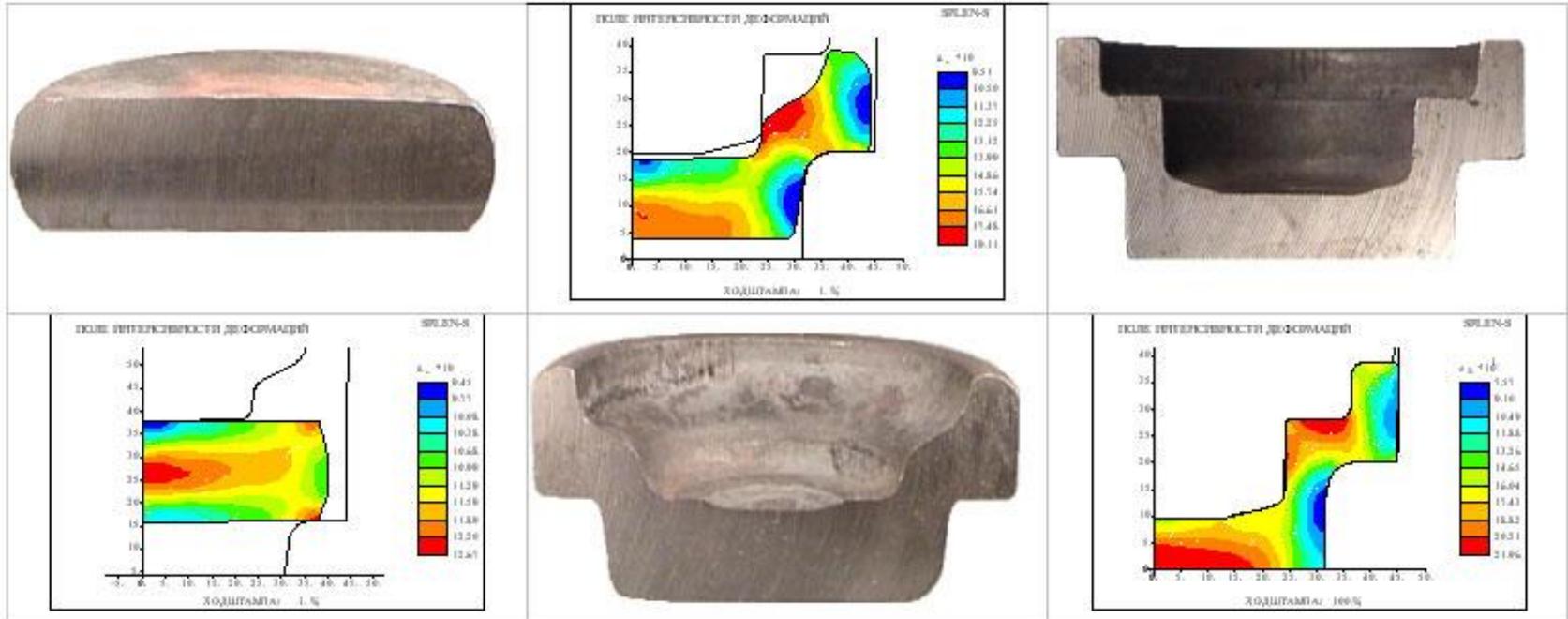
Разработанная система привода специализированного пресса для штамповки в условиях сверхпластичности защищена патентами и на способ и на устройство



# РАСЧЕТ ЭТАПОВ МНОГОПЕРЕХОДНОЙ ШТАМПОВКИ

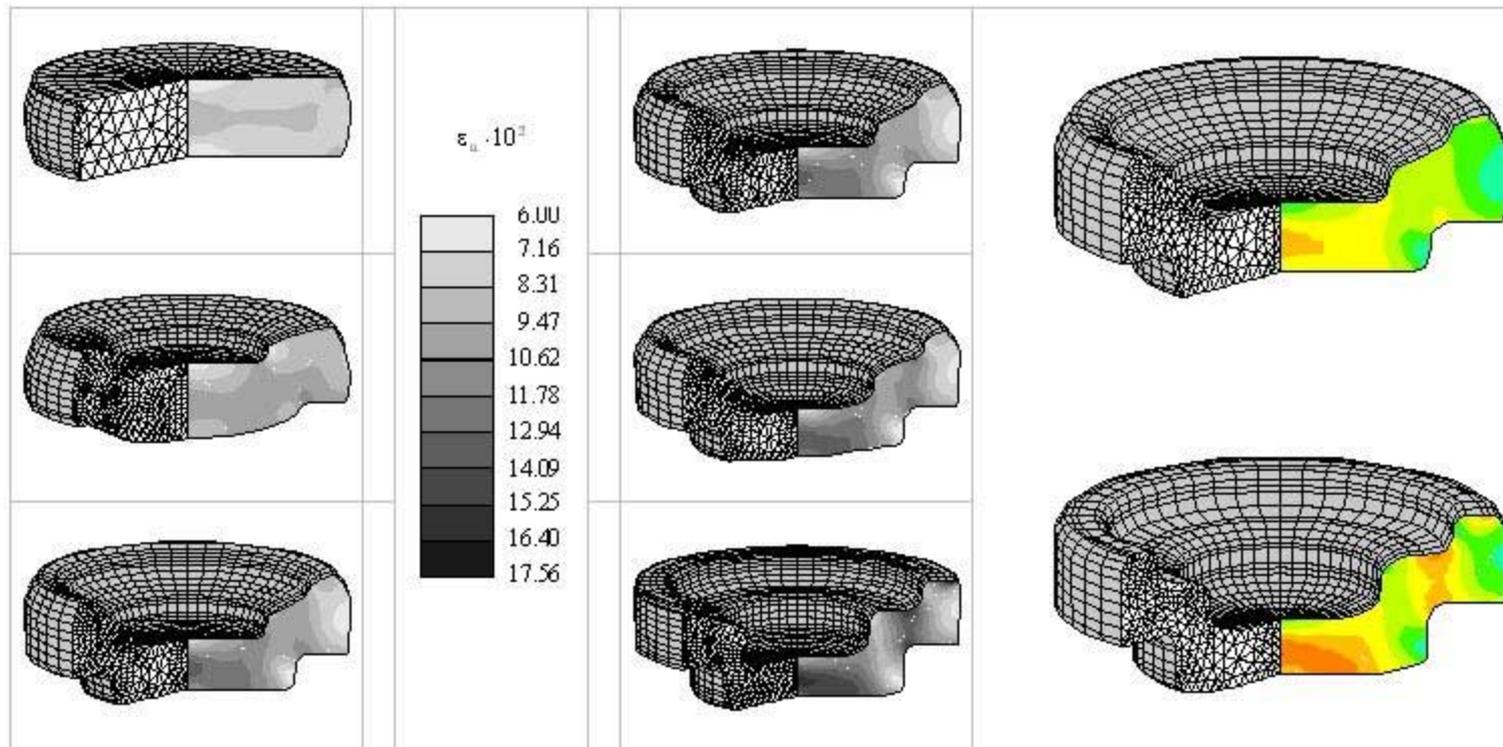


Вычислительная система  
**SPLIN-S(Bearing)**  
ориентирована на  
многопереходную штамповку  
подшипниковых колец на  
кривошипных  
горячештамповочных прессах

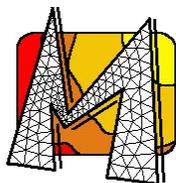


КОММЕК

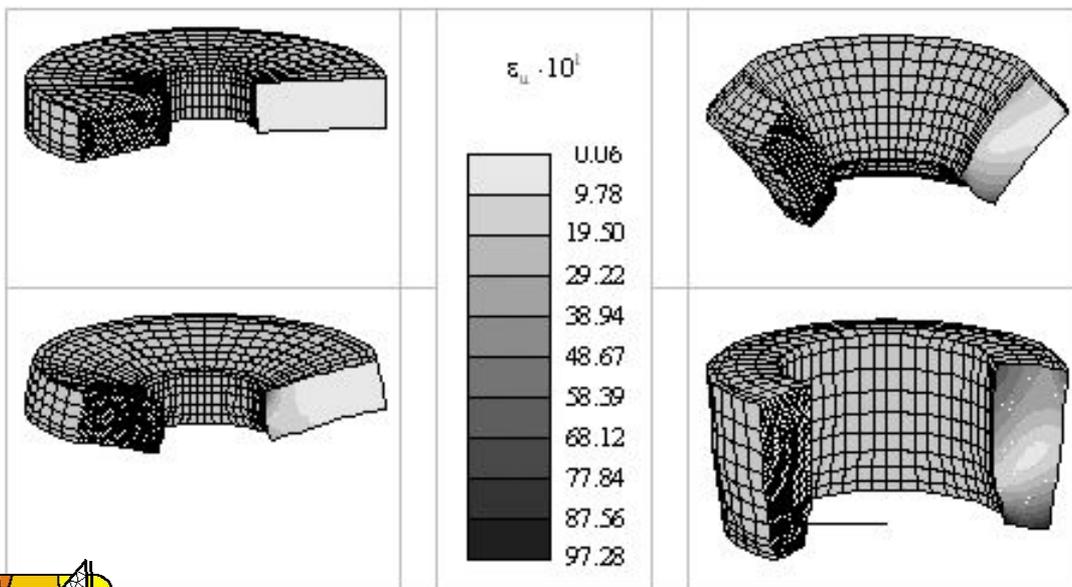
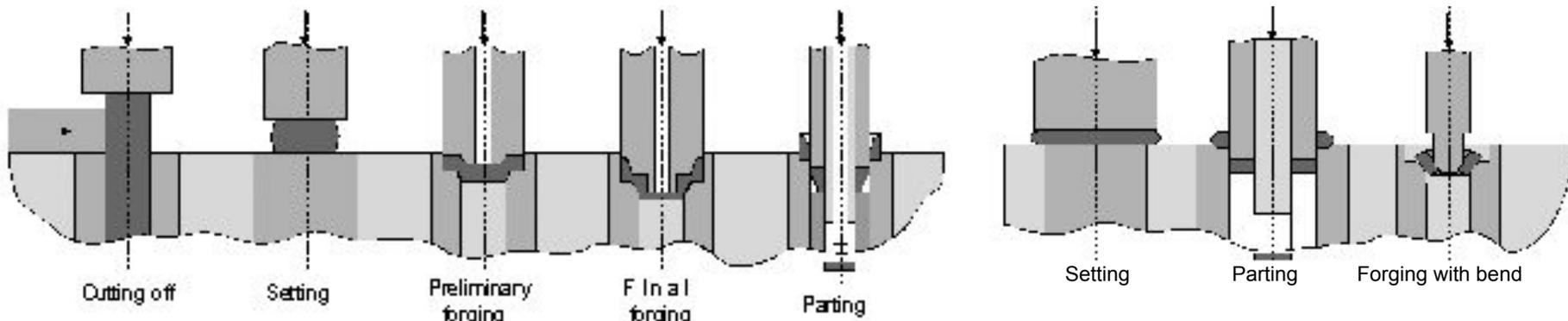
# ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ 2-го И 3-го ПЕРЕХОДОВ МНОГОПЕРЕХОДНОЙ ШТАМПОВКИ



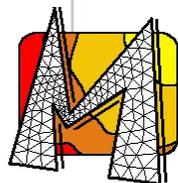
Эксплуатация в промышленных условиях вычислительного комплекса позволила оптимизировать ответственные элементы технологических процессов, оптимизировать форму промежуточных штампов, повысить долговечность оборудования и сократить сроки его простоя при переналадках



# КОМПЛЕКСНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ГОРЯЧЕКАТАНОГО ПРУТКА ПРИ ШТАМПОВКЕ ПОДШИПНИКОВЫХ КОЛЕЦ

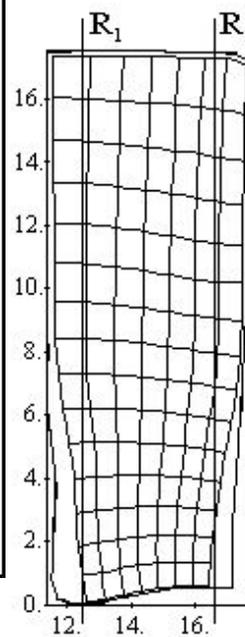
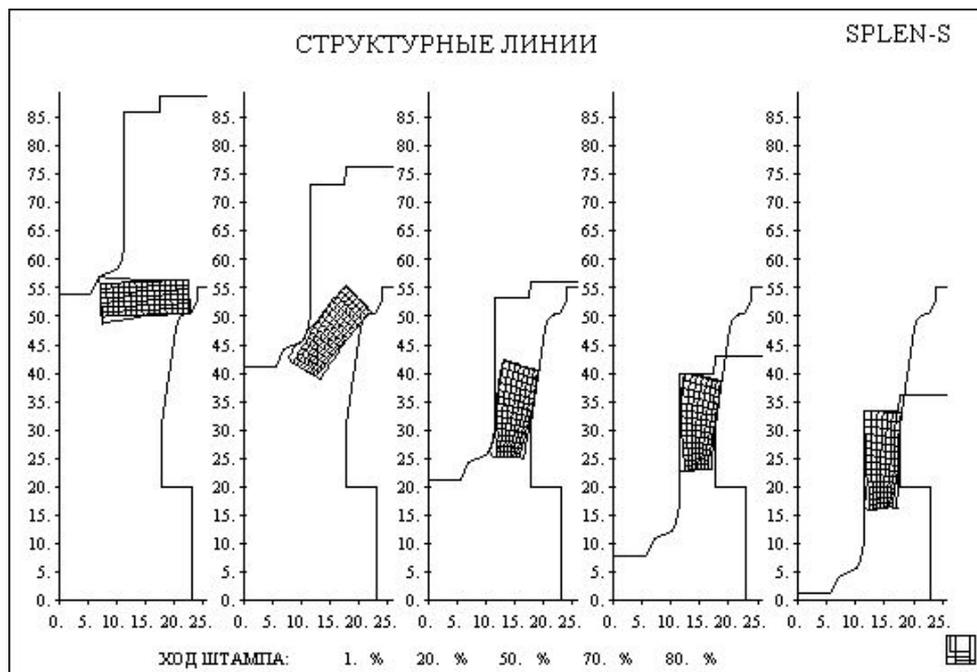
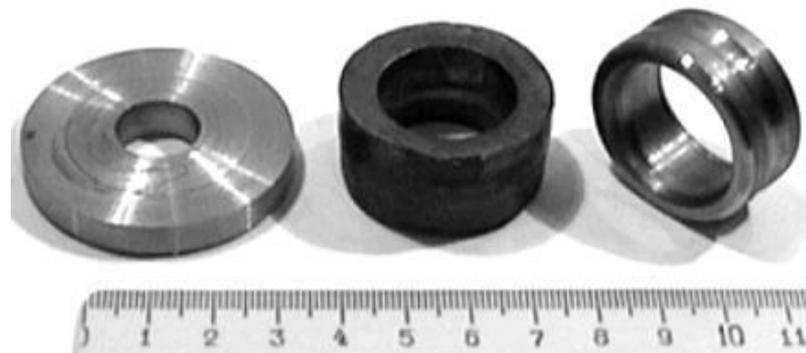


Впервые с применением вычислительных систем **SPLIN-S(Bearing)** и **SPLIN-S(V)** решена задача комплексного использования дисковых отходов после штамповки башенных поковок под подшипниковые кольца



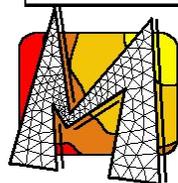
# ПОЛУЧЕНИЕ КОЛЕЦ БЛИЗКИХ К ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ИЗ ШАЙБ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

Трудности при реализации малоотходной технологии связаны в основном с одной операцией, операцией штамповки с разворотом. При неправильном выборе размера шайбы и профиля штамповой оснастки, штамповка с разворотом приводит к неустраняемому браку либо в виде больших внутренних утяжин в верхней части кольца и даже к срезу части металла, либо к высокому заусенцу, обработка которого требует дополнительных операций, усложняющих процесс изготовления подшипниковых колец



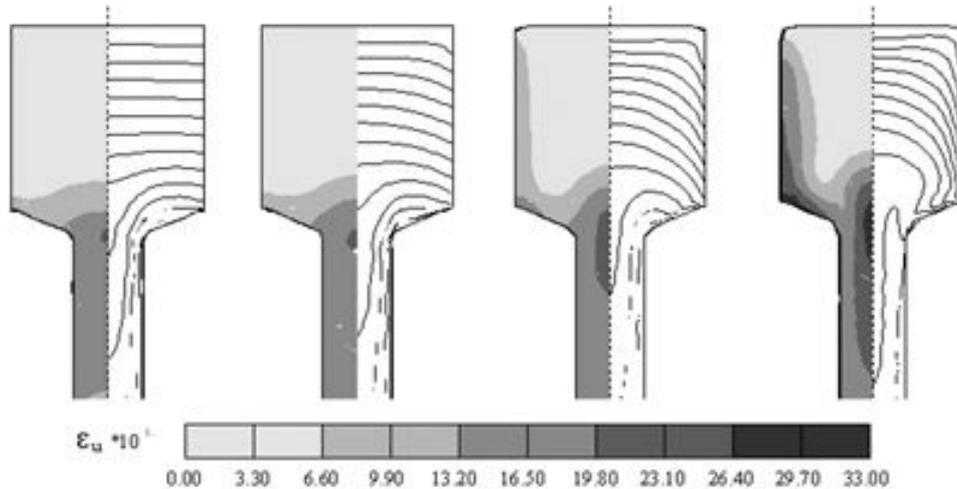
С помощью математического моделирования была отработана технология получения колец близких к цилиндрическим из шайб переменного сечения.

Технология переработки отходов внедрена на Курском подшипниковом заводе, а методика ее разработки защищена патентом.



КОММЕК

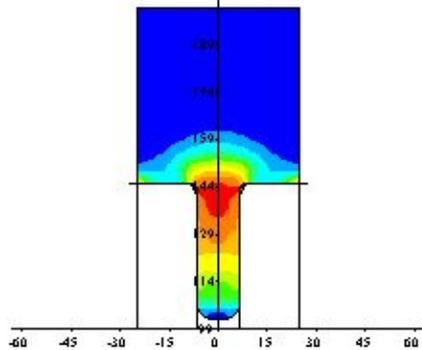
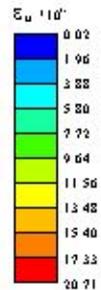
# ПРЕССОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭФФЕКТА ТРЕНИЯ КАК АКТИВНОЙ СИЛЫ



Впервые с использованием математической модели и модернизированной системы **SPLIN-S(Press)** построены режимы прессования СПАТ сплава Амгб, обеспечивающие требуемую однородность получаемых пресс-изделий по длине и поперечному сечению

ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ГИДРОФОРМАЦИЙ

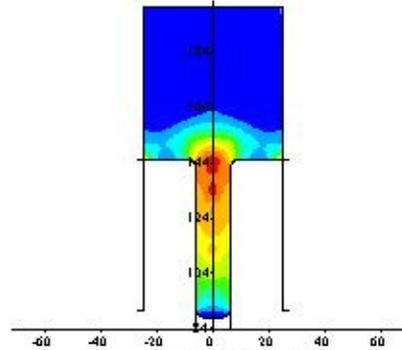
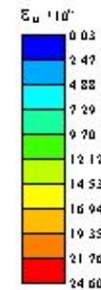
SPLIN-S



ХОД ШТАМПА: 44 %

ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ГИДРОФОРМАЦИЙ

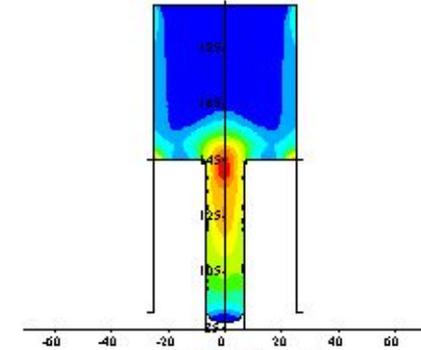
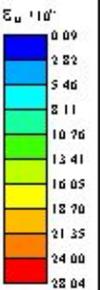
SPLIN-S



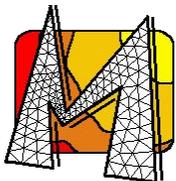
ХОД ШТАМПА: 44 %

ПОЛЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ГИДРОФОРМАЦИЙ

SPLIN-S



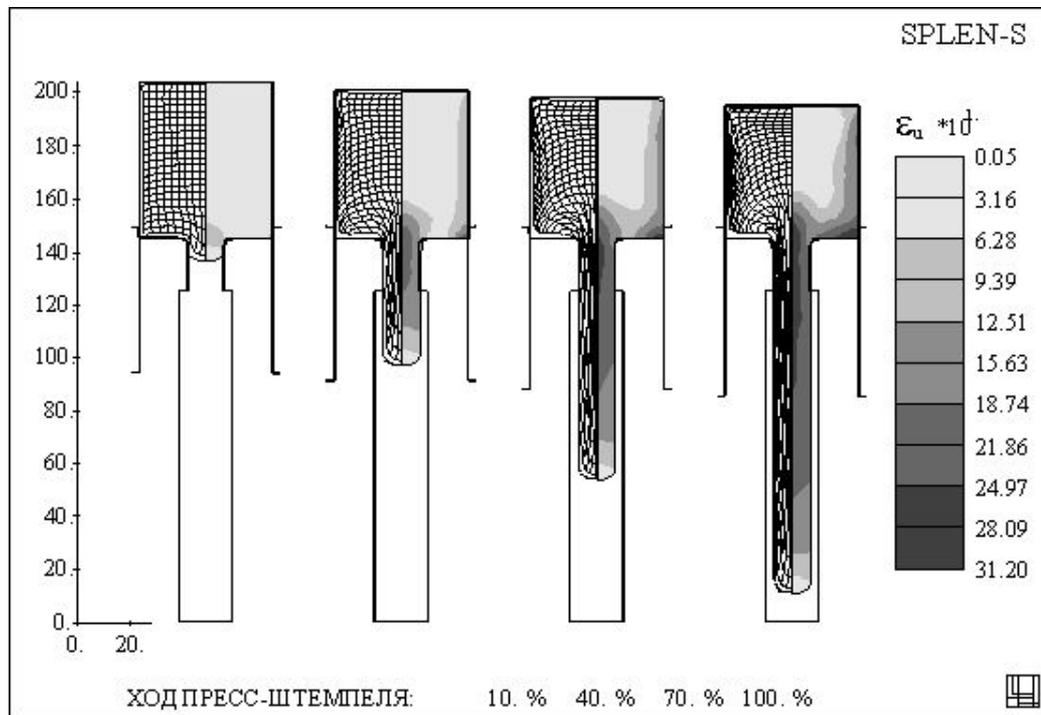
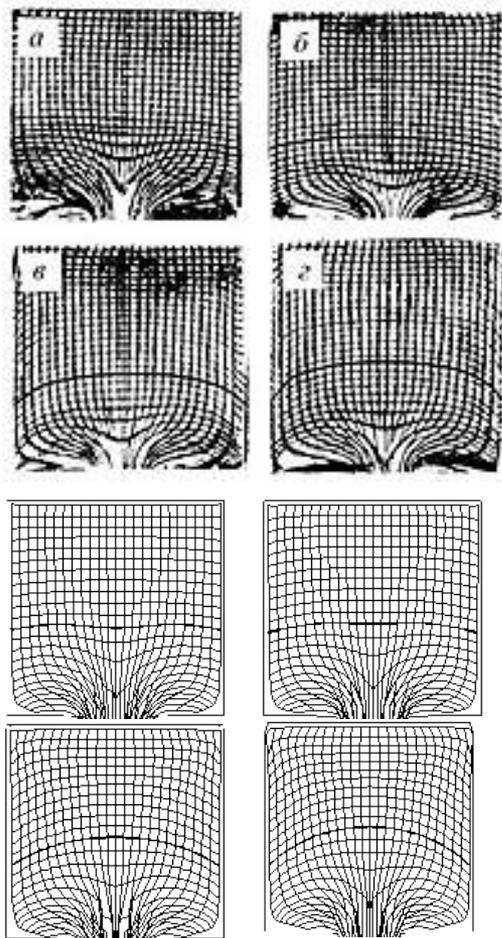
ХОД ШТАМПА: 44 %



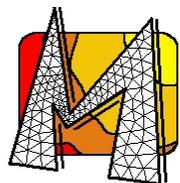
КОММЕК

# АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

## СПАТ



Реальной возможностью для получения равномерной структуры является разработка такого технологического процесса, который за счет регулируемых скоростей движения пуансона и контейнера позволил бы управлять кинематикой истечения металла с целью уменьшения неравномерности распределения деформаций по объему прессуемой заготовки



## Формулировка задачи

Начальное состояние  $\Gamma = \Gamma(t) = \Gamma_u(t) \cup \Gamma_\sigma(t) \cup \Gamma_{\sigma u}(t)$  (18)

$$\sigma = \sigma(x, t), \quad \tau = \tau(x, t) \Big|_{x \in \Gamma_{\sigma u}(t)}$$

Ограничения  $\Gamma(t + \Delta t) \leq f$  (19)

$$P_{\min} \leq P(t) \leq P_{\max} \quad (20)$$

$$P'_{\min} \leq \frac{dP(t)}{dt} \leq P'_{\max} \quad (21)$$

$$\Omega_K(t): \hat{\epsilon}_u^{\text{opt}}(t) - \Delta_1 \leq \hat{\epsilon}_u(x, t) \leq \hat{\epsilon}_u^{\text{opt}}(t) + \Delta_2, \quad x \in \Omega_K(t) \subset \mathcal{R}^3 \quad (22)$$

$f$  - поверхность штампа;  $\Delta_1, \Delta_2$  - параметры;

$\Omega_K$  - контролируемые зоны

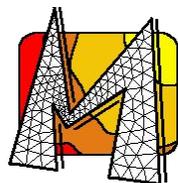
Условие заполняемости штампа  $|\Gamma(x, t^*) - D(x)| \leq \Delta$  (23)

$D(x)$  - желаемая конфигурация,

$t^*$  - время формовки

Ограничения на разнотолщинность  $|\Delta\Gamma(x, t)_{\max} - \Delta\Gamma(x, t)_{\min}| \leq \delta_2$  (24)

и качество  $|\Gamma(x, t, \epsilon, \hat{\epsilon}, \sigma, \dots) - \mathfrak{F}_f| > \lambda$  (25)



# ЦЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ СВЕРХПЛАСТИЧЕСКОЙ ФОРМОВКЕ

Найти  $P(t): \Gamma(x_0, t_0) \rightarrow \Gamma(x, t^*)|_{(1),(6),(7),(9),(18)-(25)}$

<p>∃ такой теории (численное зондирование не приемлемо) ⇒</p>	<p><u>Упрощения</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>P(t) _{t \in [t, t+\Delta t]} : \Gamma(x, t) \rightarrow \Gamma(x, t + \Delta t)</math> (27)</li> <li>2. Смягчение ограничений</li> <li>3. Выделение основного параметра</li> </ol>
---	---

Гипотеза  $\dot{\epsilon}_{ij}(x(\xi, t), t) = \nu \cdot \nu_{ij}(x(\xi, t), t) \cdot \dot{\epsilon}_{ij}(x(\xi, t - \Delta t), t - \Delta t),$  (28)

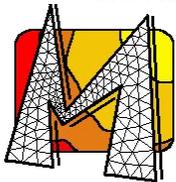
где  $\nu_{ij}(x(\xi, t - \Delta t), t - \Delta t) = \frac{\dot{\epsilon}_{ij}(x(\xi, t - \Delta t), t - \Delta t)}{\dot{\epsilon}_{ij}(x(\xi, t - 2\Delta t), t - 2\Delta t)},$

и полагается  $\nu_{ij}(x(\xi, t - \Delta t), t - \Delta t) = \nu_{ij}(x(\xi, t), t),$

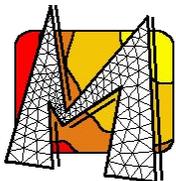
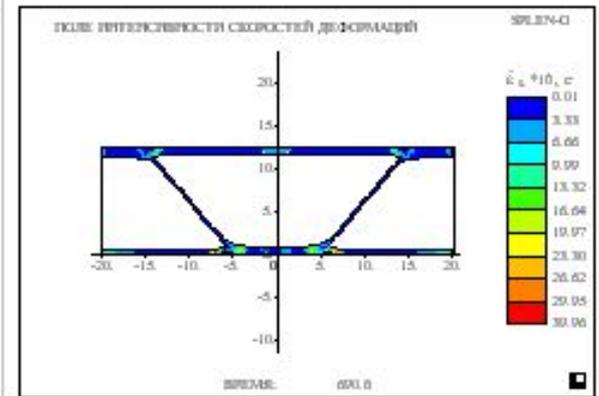
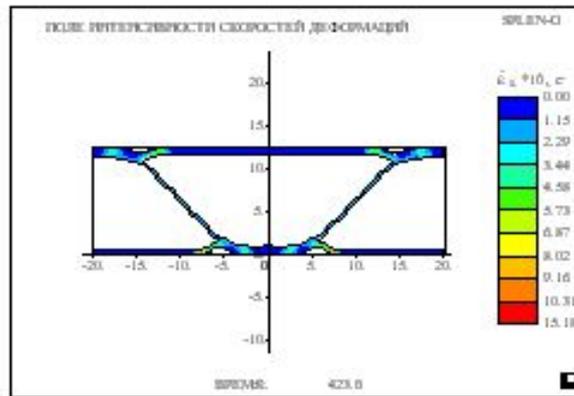
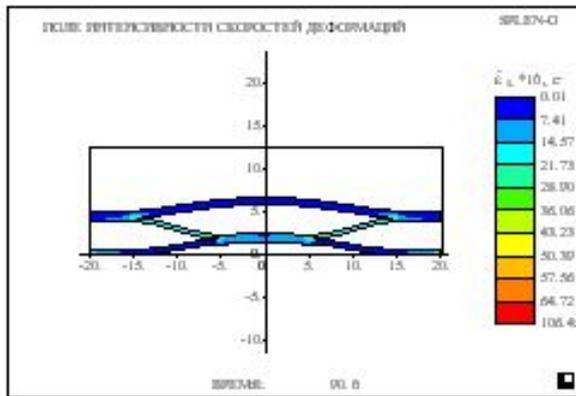
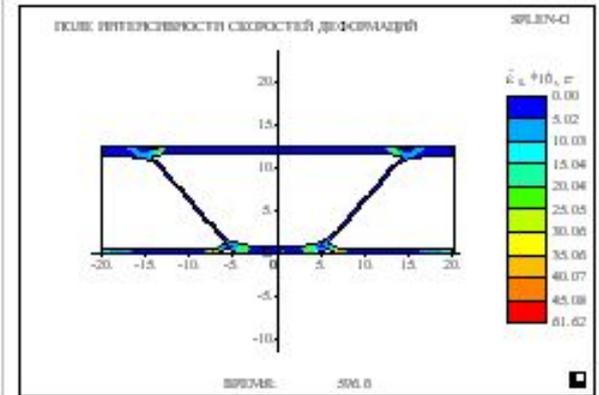
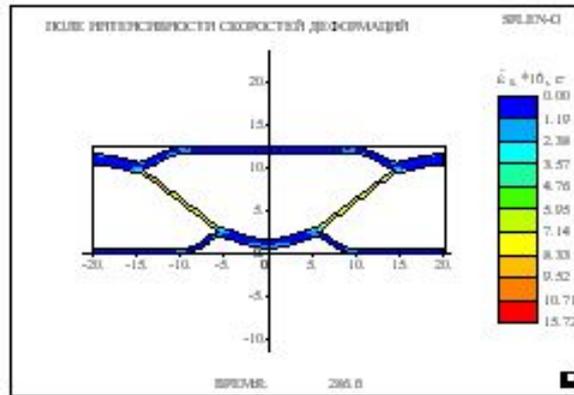
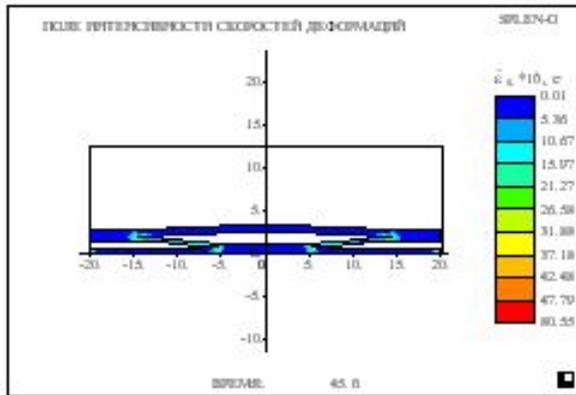
по  $i$  и  $j$  суммирование нет, а  $\nu$  находится из условия минимума  $J(\nu):$

$$J(\nu) = \frac{1}{\sum_{i \in \Omega_K} V(e^{(i)})} \cdot \sum_{i \in \Omega_K} \int_{V(e^{(i)})} (\dot{\epsilon}_u^{(i)}(t) - \dot{\epsilon}_u^{opt})^2 dV. \quad (29)$$

Далее  $\dot{\epsilon}_{ij}(x, t) \Rightarrow \dot{\epsilon}_u(x, t),$     предыстория нагружения  $\Rightarrow \sigma_{ij}(x, t) \Rightarrow P(t)$  (30)

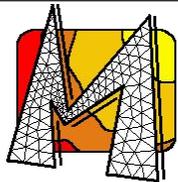
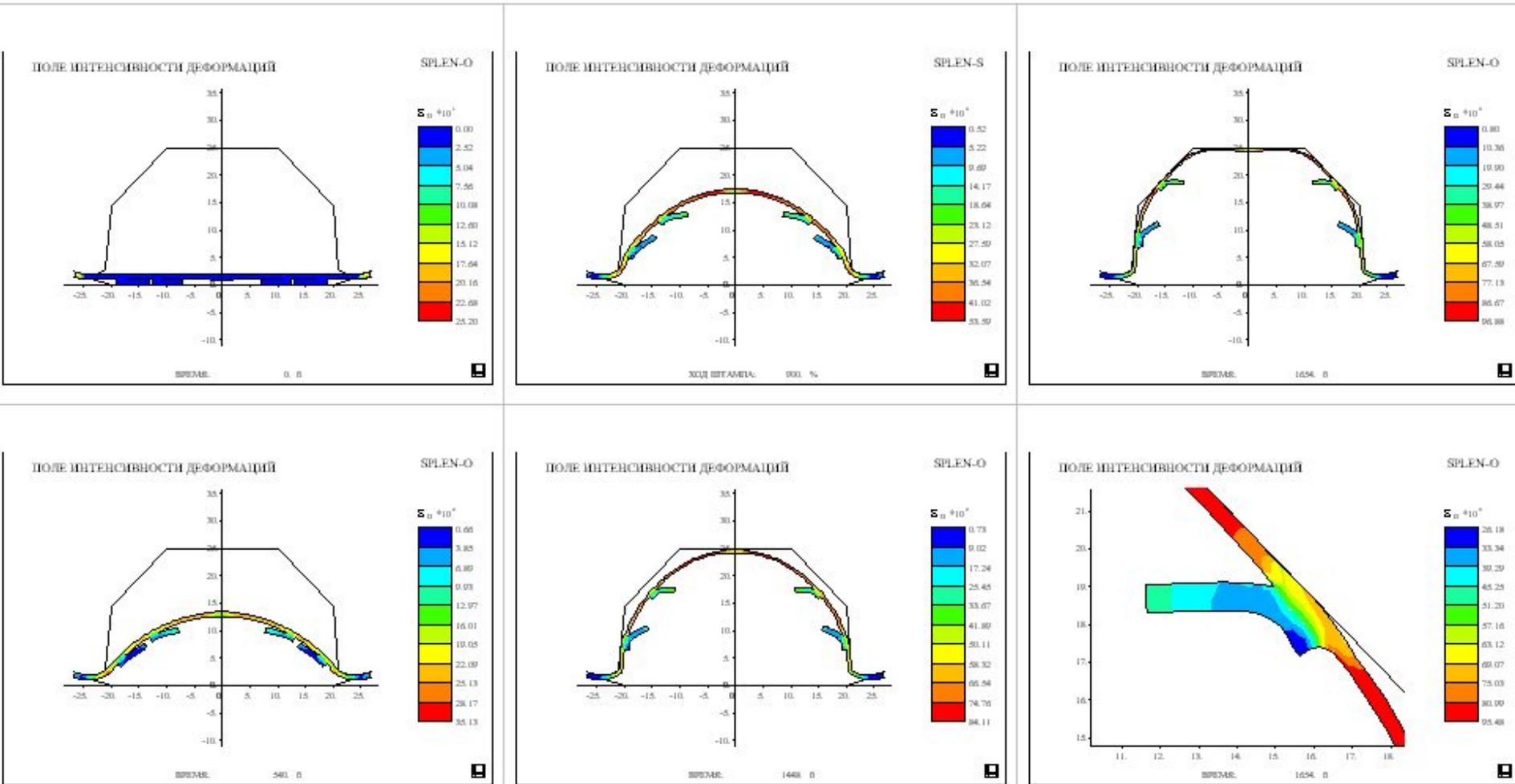


# ФОРМОВКА ПРОТИВОПОЖАРНОЙ ПЕРЕГОРОДКИ



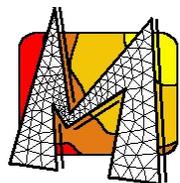
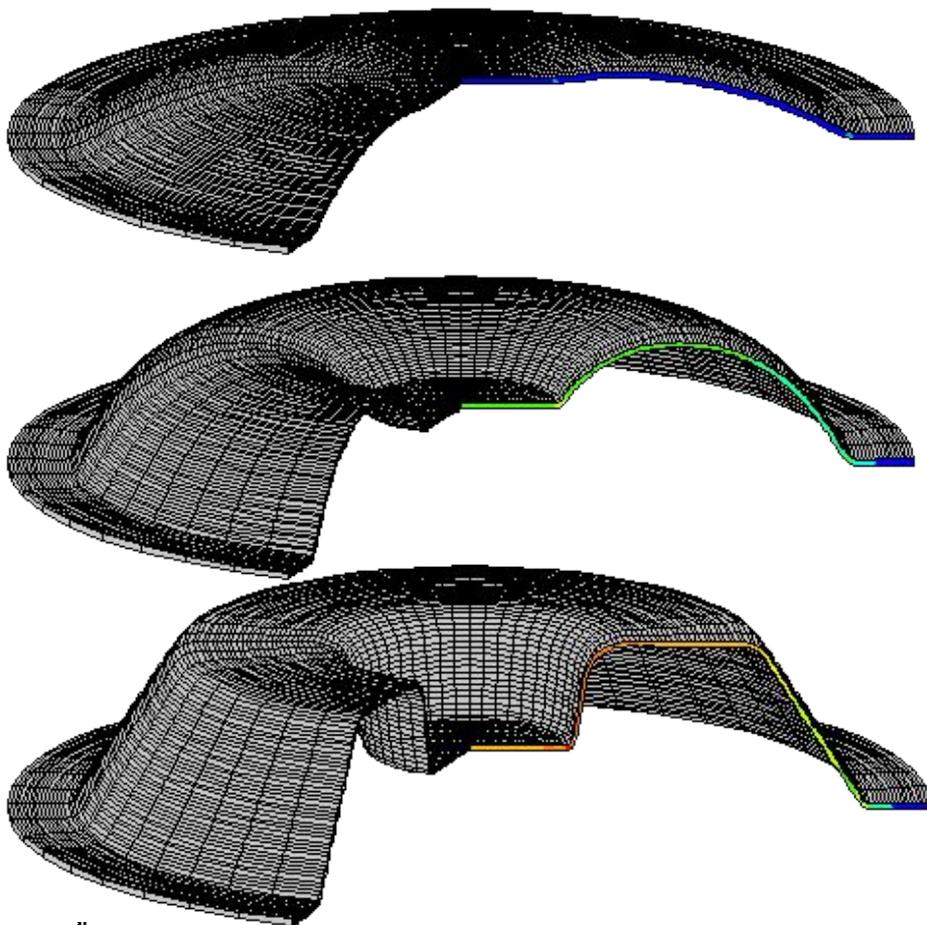
КОММЕК

# ФОРМОВКА ПРИБОРНОГО ОТСЕКА С ДВУМЯ ПЛАТФОРМАМИ



КОММЕК

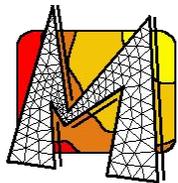
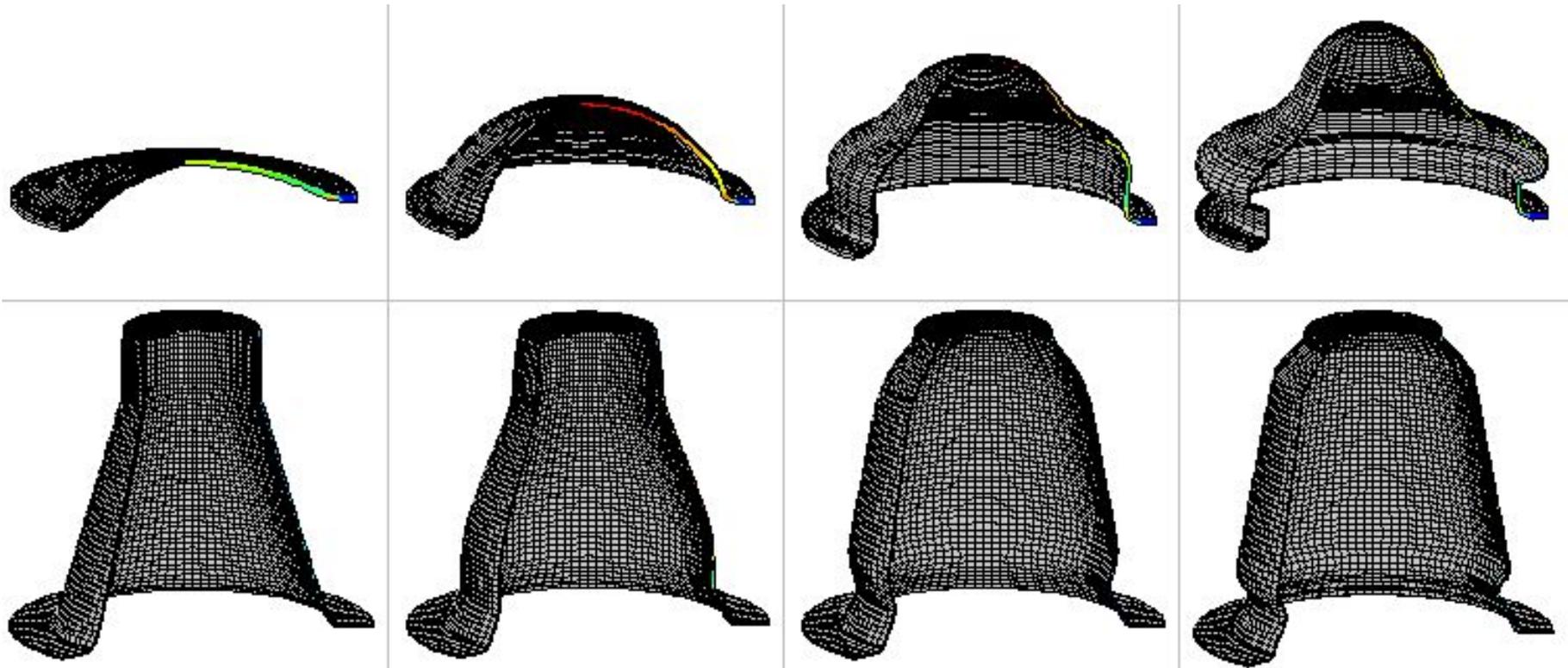
# ФОРМОВКА ТЕСТОВОГО ИЗДЕЛИЯ С БОЛЬШОЙ НЕРАВНОМЕРНОСТЬЮ ВЫТЯЖКИ



КОММЕК

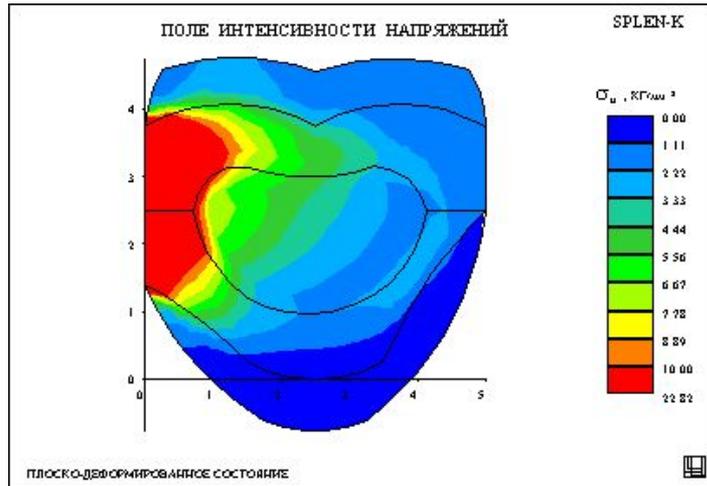


# ФОРМОВКА ИЗДЕЛИЙ ИЗ ЛАТУНИ

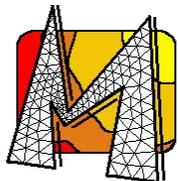
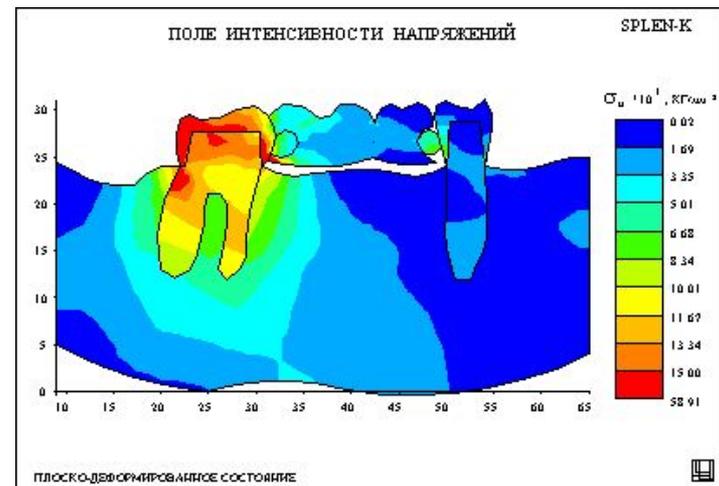
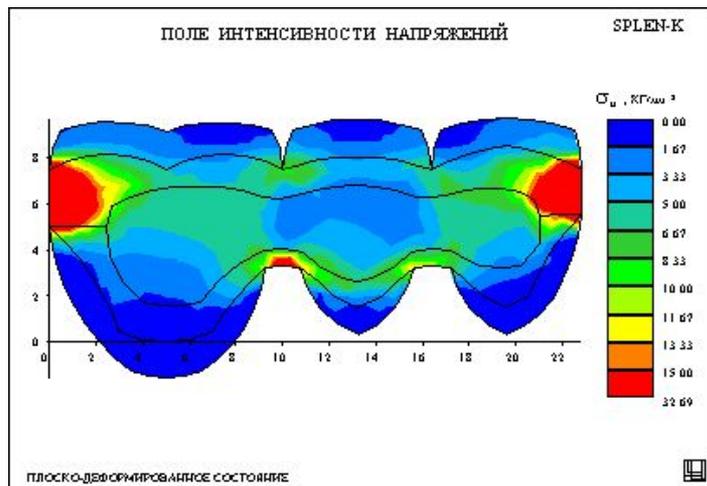


КОММЕК

# РАСЧЕТ МЕТАЛЛОКЕРАМИЧЕСКИХ ЗУБНЫХ ПРОТЕЗОВ

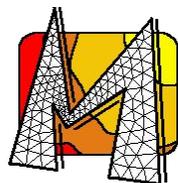
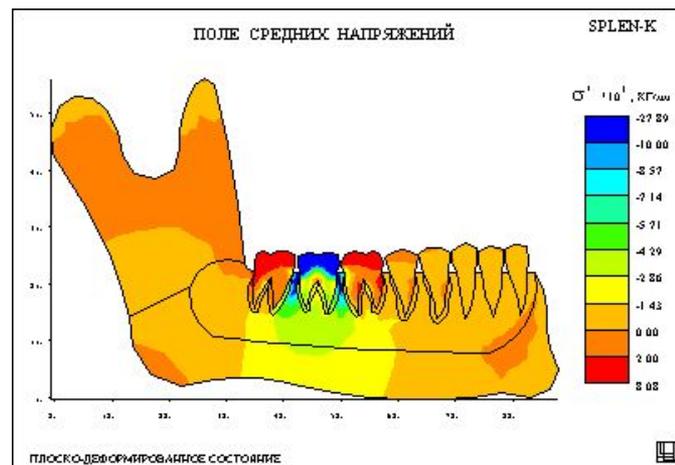
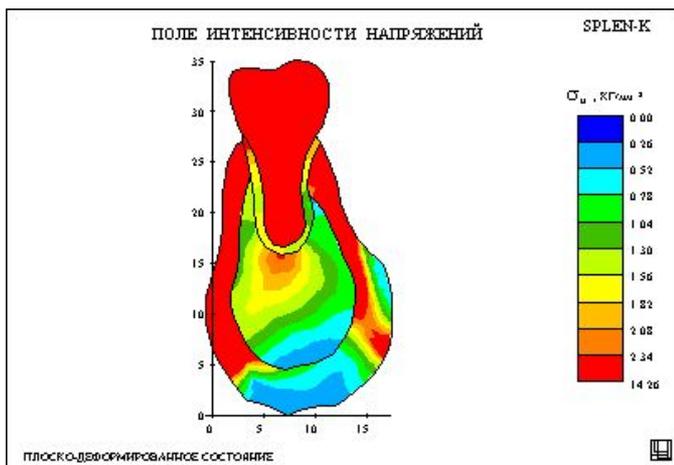
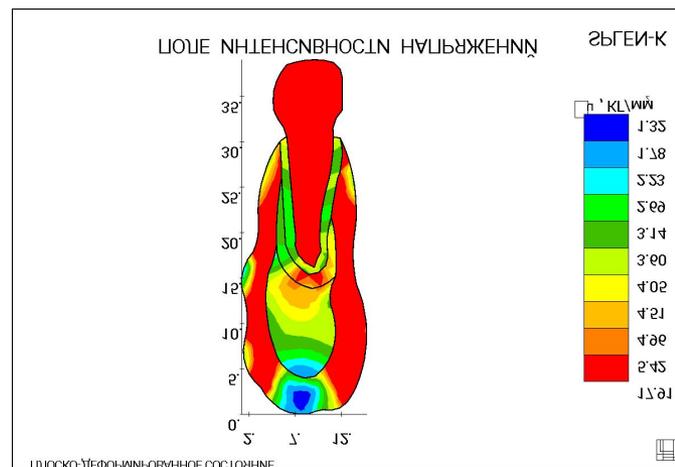
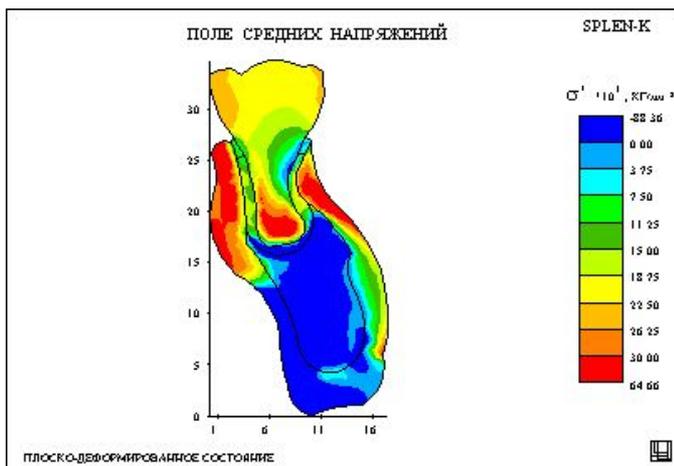


Оптимизация формы каркасов из сплавов на основе драгоценных металлов (СУПЕРПАЛ) в металлокерамических мостовидных протезах и консольных фасетках. Снижение расхода золота для некоторых инзом удалось довести до 40-50%



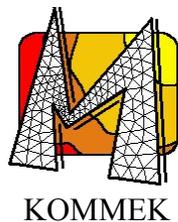
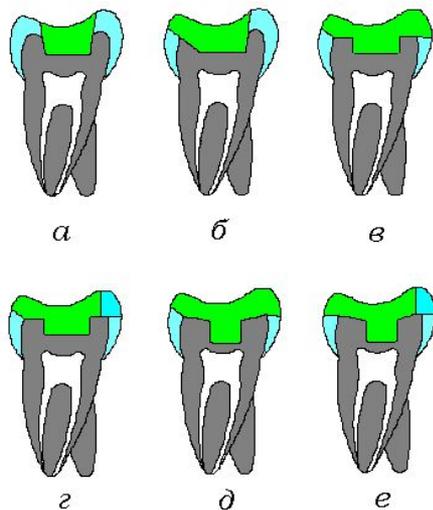
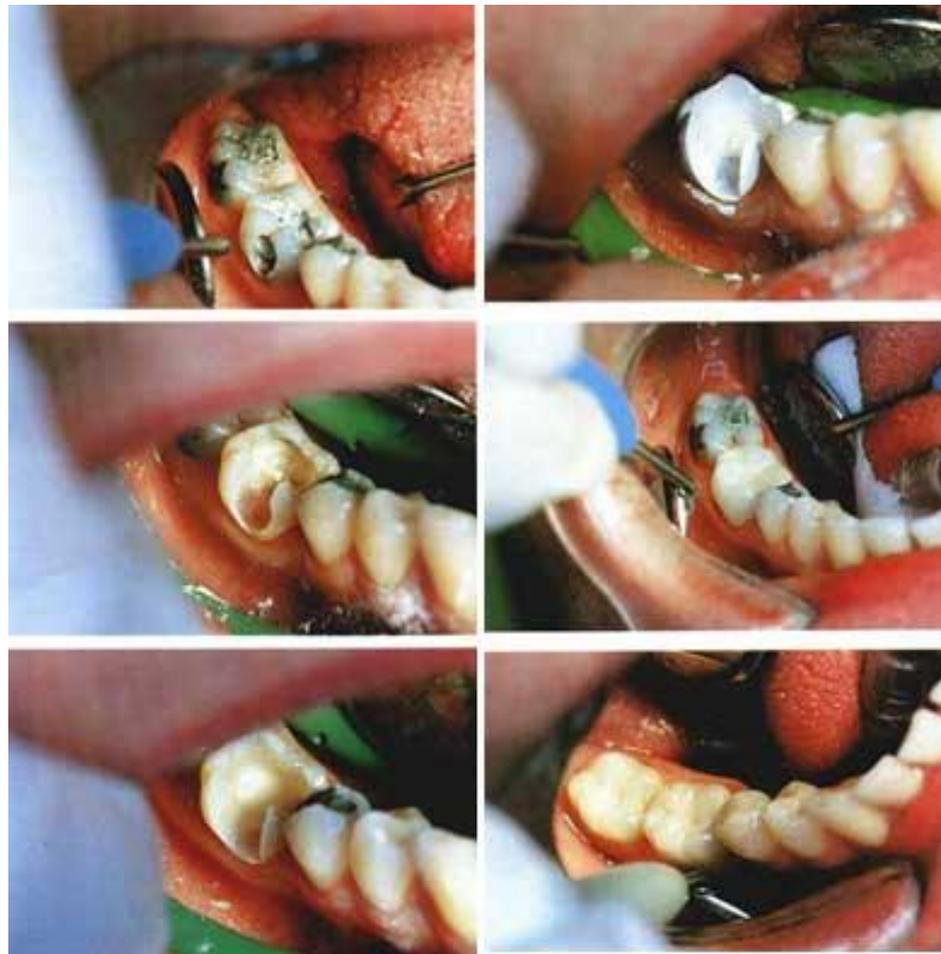
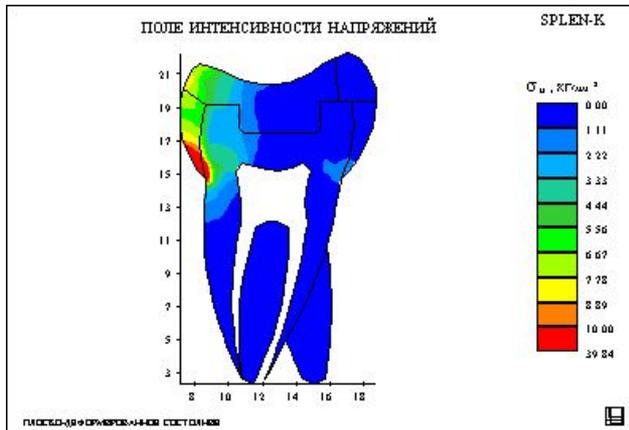
КОММЕК

# ВЫБОР ПЛОМБИРОВОЧНОГО МАТЕРИАЛА И СПОСОБ ЛЕЧЕНИЯ ПРИ ДЕПУЛЬПИРОВАНИИ ЗУБА В СЛУЧАЕ КАРИЕСА ИЛИ ПЕРЕД ПРОТЕЗИРОВАНИЕМ С УЧЕТОМ СТРОЕНИЯ ЧЕЛЮСТИ ПАЦИЕНТА И СОСТОЯНИЯ ЕГО КОСТНЫХ ТКАНЕЙ



КОММЕК

# ОЦЕНКА ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОРАЖЕННЫХ КАРИЕСОМ И ВОССТАНОВЛЕННЫХ КЕРАМИЧЕСКИМИ ВКЛАДКАМИ ЗУБОВ БОКОВОЙ ГРУППЫ ПРИ НОРМАЛЬНОЙ К ОККЛЮЗИОННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗУБА НАГРУЗКЕ И С УЧЕТОМ БОКОВОЙ НАГРУЗКИ СО ЩЕЧНОЙ СТОРОНЫ



# ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ИМПЛАНТАНТОВ ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ УТРАЧЕННЫХ ПАЦИЕНТОМ ЗУБОВ С ПОСЛЕДУЮЩИМ ПРОТЕЗИРОВАНИЕМ МОСТОВИДНЫМИ ПРОТЕЗАМИ

