

Ребята, отгадайте ключевое слово урока  
С ее появлением математика перешагнула из  
алгебры в математический  
анализ;

- 2) Ньютон назвал ее «флюксийей» и обозначал  
точкой;
- 3) Бывает первой, второй, ... ;
- 4) Обозначается штрихом.

Итак, «Продолжим говорить о производной».

Составила: Александрова Зинаида Ивановна  
МАОУ «Новоильинский агротехнический  
лицей»

- ◆ Музыка может возвышать или умиротворять душу,
  - ◆ Живопись – радовать глаз,
  - ◆ Поэзия - пробуждать чувства,
  - ◆ Философия – удовлетворять потребности разума,
  - ◆ Инженерное дело – совершенствовать материальную сторону жизни людей,
  - ◆ а математика способна достичь всех этих целей”.
- ◆ *Так сказал американский математик Морис Клайн.*

# Цель урока

- ◆ 1. Повторение и закрепление знаний

по данной теме «Производная»

2. Ваша задача:

- ◆ развивать внимание, активность самостоятельность, аргументировать свои ответы.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ

Пусть на некотором интервале  $(a, b)$  определена функция  $y = f(x)$ . Возьмем любую точку  $x_0$  из этого интервала и зададим аргументу  $x$  в точке  $x_0$  произвольное приращение  $\Delta x$  такое, что точка  $x_0 + \Delta x$  принадлежит этому интервалу. Функция получит приращение  $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ .

**Производной** функции  $y = f(x)$  в точке  $x = x_0$  называется предел отношения приращения функции  $\Delta y$  в этой точке к приращению аргумента  $\Delta x$ , при стремлении приращения аргумента к нулю.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

Пусть функция  $y = f(x)$  определена на некотором промежутке  $(a, b)$ . Тогда тангенс угла наклона секущей  $MP$  к графику функции.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \operatorname{tg} \beta = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$$

Где  $\alpha$  - угол наклона касательной функции  $f(x)$  в точке  $(x_0, f(x_0))$ .

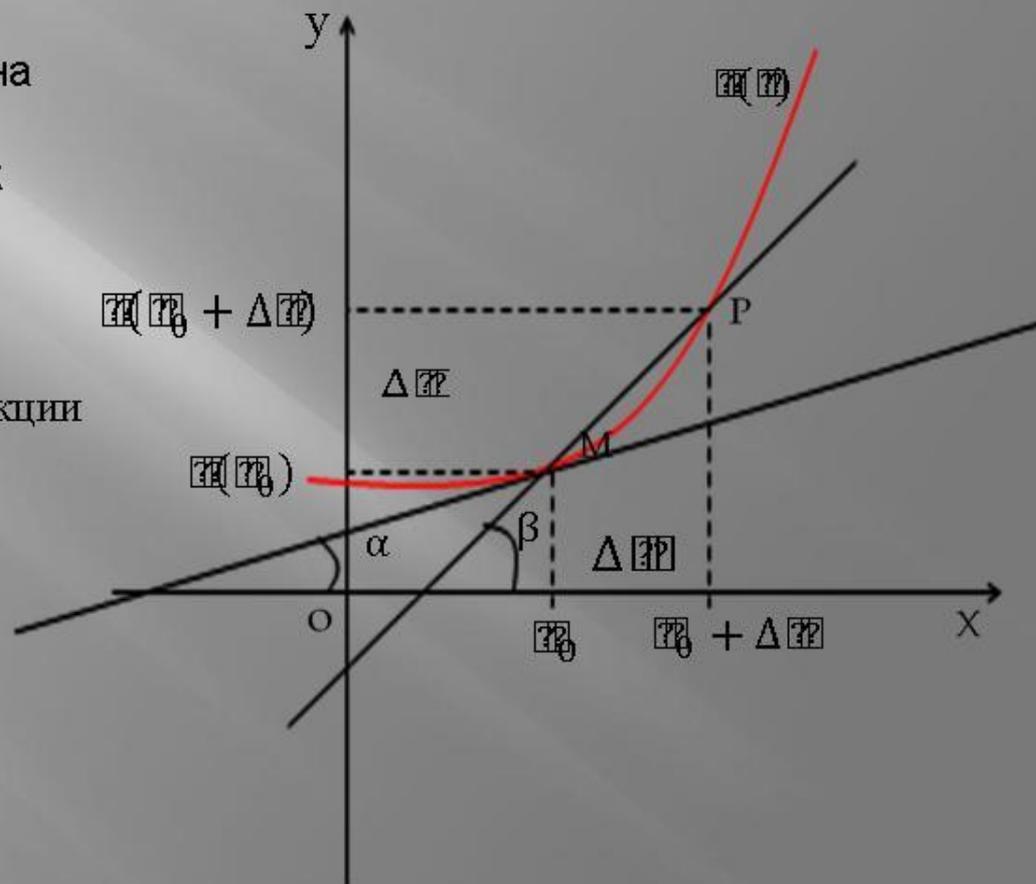
Угол между кривыми может быть определен как угол между касательными, проведенными к этим кривым в какой-либо точке.

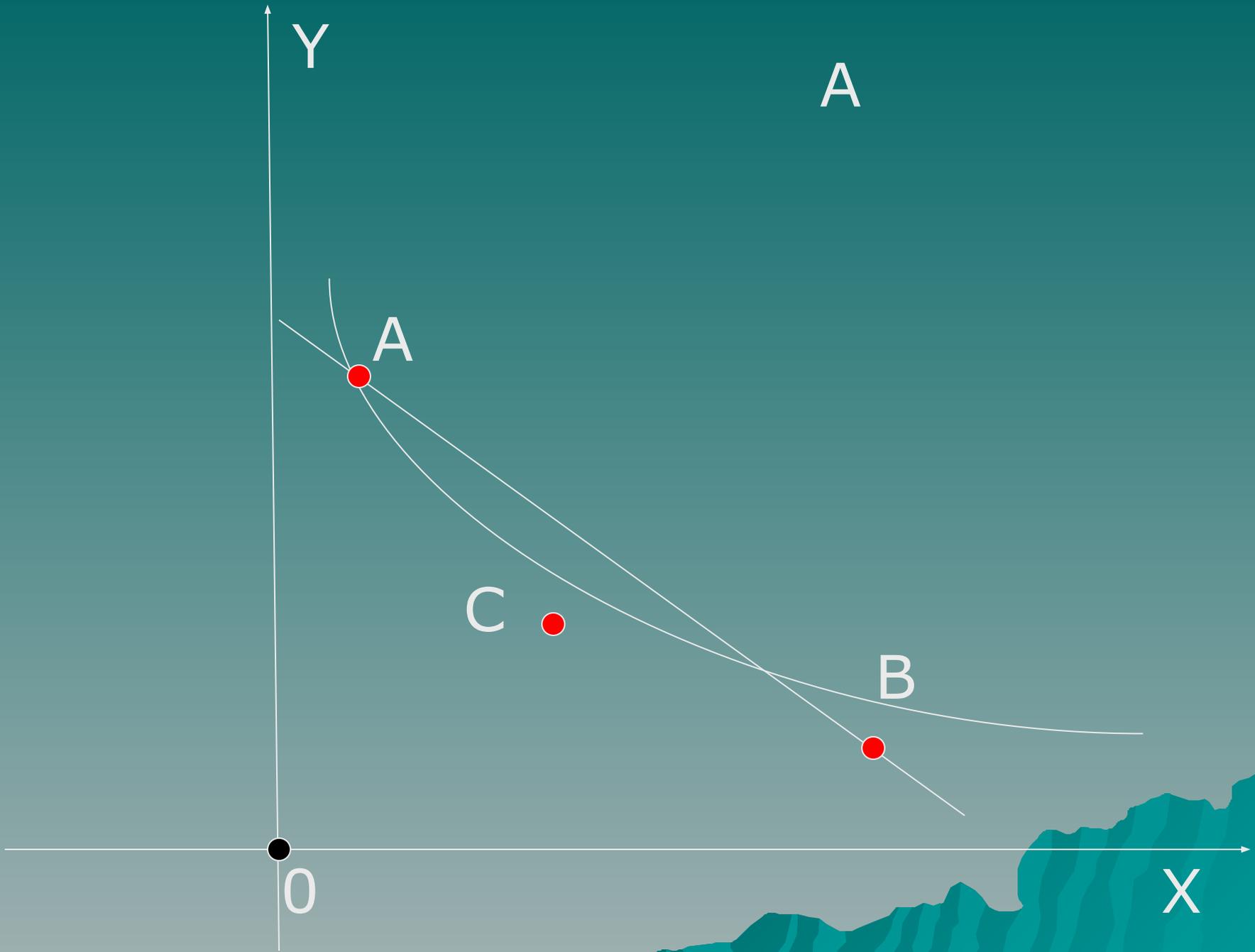
Уравнение касательной к кривой:

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

Уравнение нормали к кривой:

$$y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$





## Правила вычисления производных

$$1. y = C \quad C = \text{Const} \quad y' = 0$$

$$2. y = u + v \quad y' = u' + v'$$

$$3. y = u \cdot v \quad y' = u'v + uv'$$

$$4. y = \frac{u}{v} \quad y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(Cu)' = Cu'$$

$$\left(\frac{u}{C}\right)' = \frac{u'}{C}$$

$$6. (x^n)' = nx^{n-1} \quad n \in \mathbb{R}$$

$$7. (\sin x)' = \cos x$$

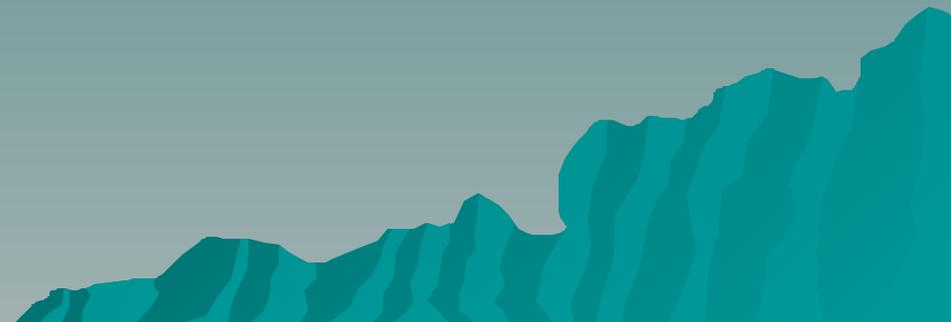
$$8. (\cos x)' = -\sin x$$

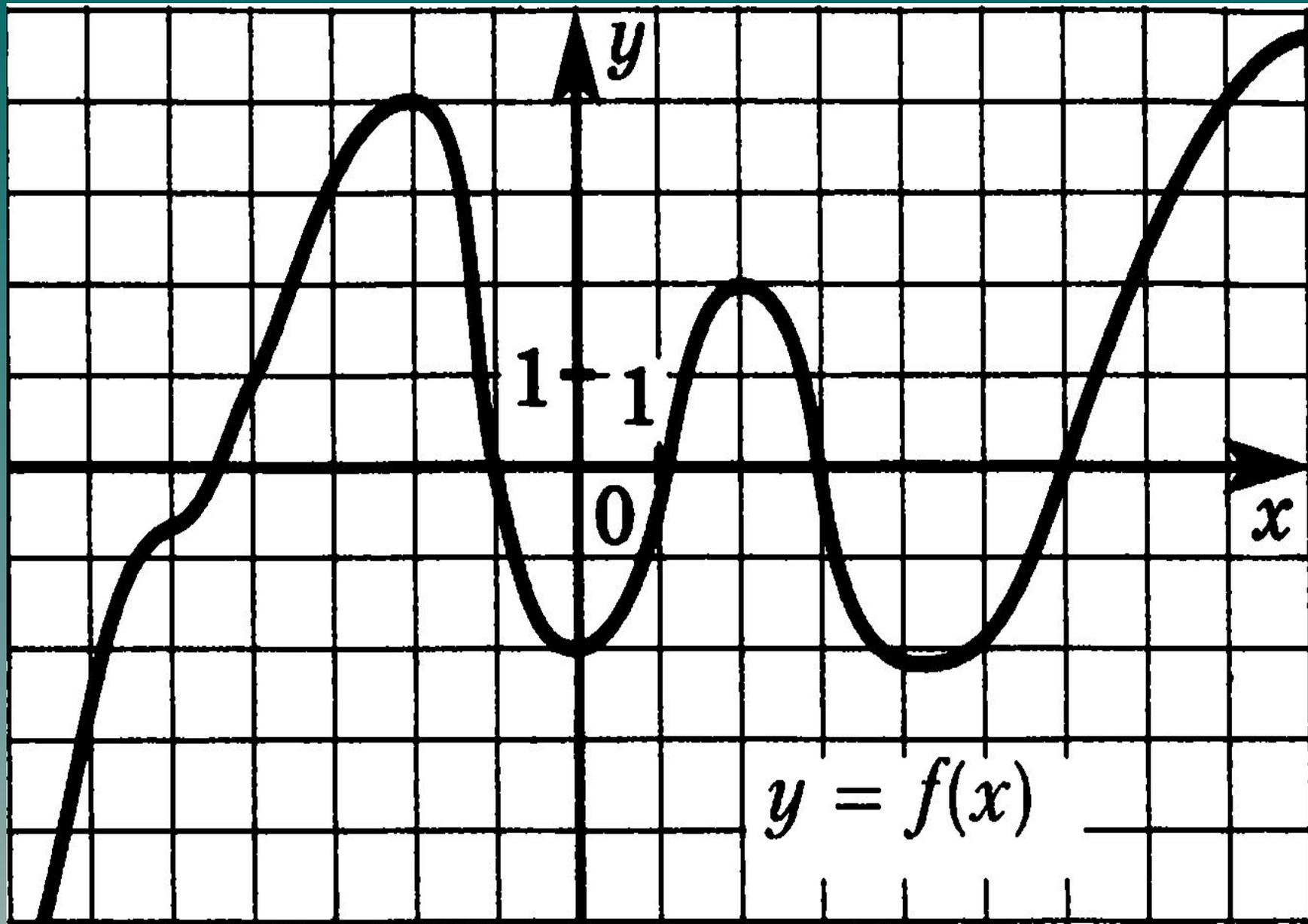
$$9. (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Задание	Ответы:
$Y=4x^3$	$Y=0$
$y = x^5 + 3x^4 - 2x - 5$	$Y=$
$y = (2x + 5)^3$	$Y=12x^2$
$Y=2$	$Y=\sin x$
$Y=x^3 \setminus 3$	$Y=6(2x+5)^2$
	$Y=x^2$
$Y= \sin^2 x$	$Y=$
$Y=\cos x$	$Y=2\sin x \cos x$
	$Y= 5x+12x^3$ $-2$

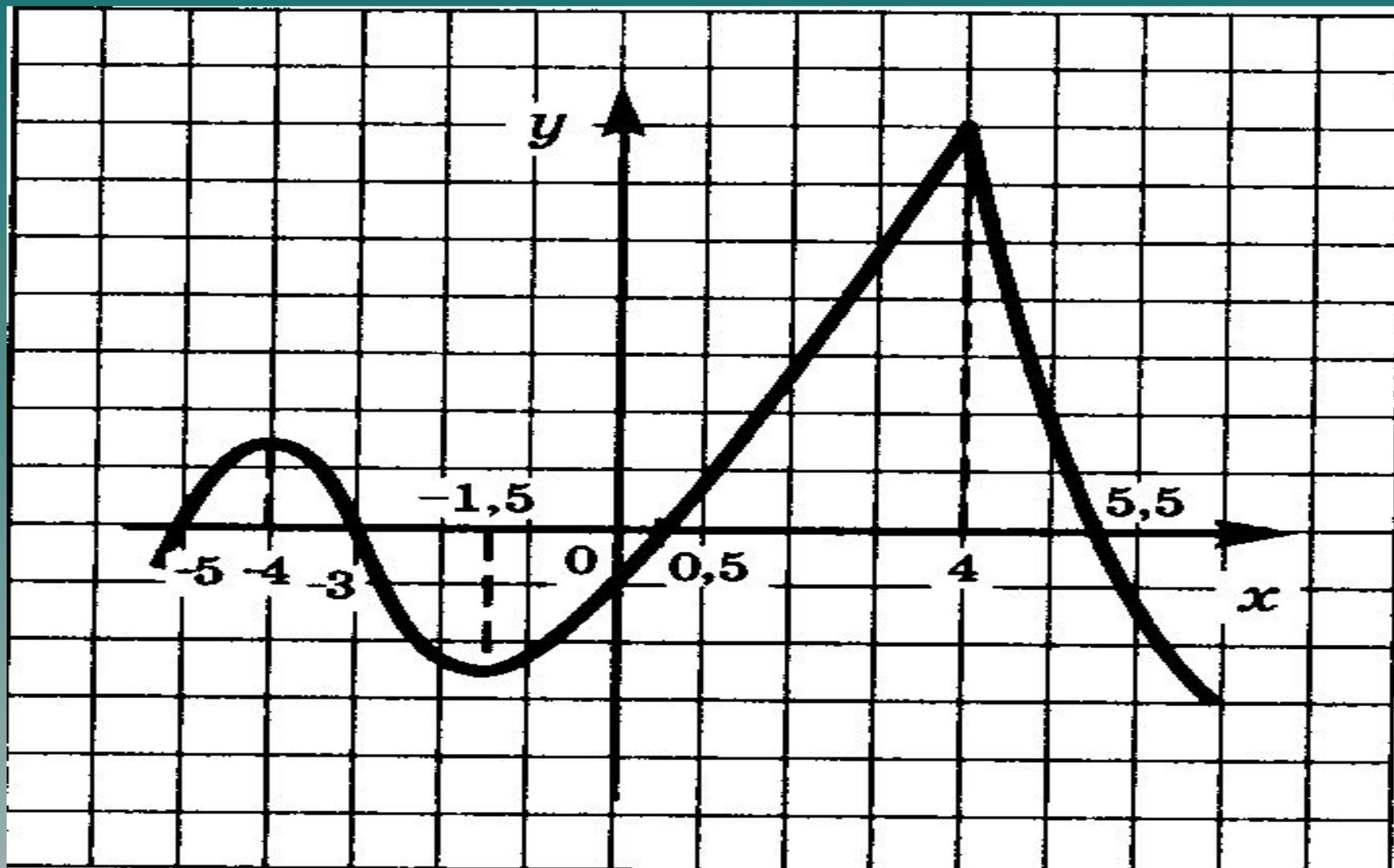
$$y = 4x^3$$

# Задания для устного счета

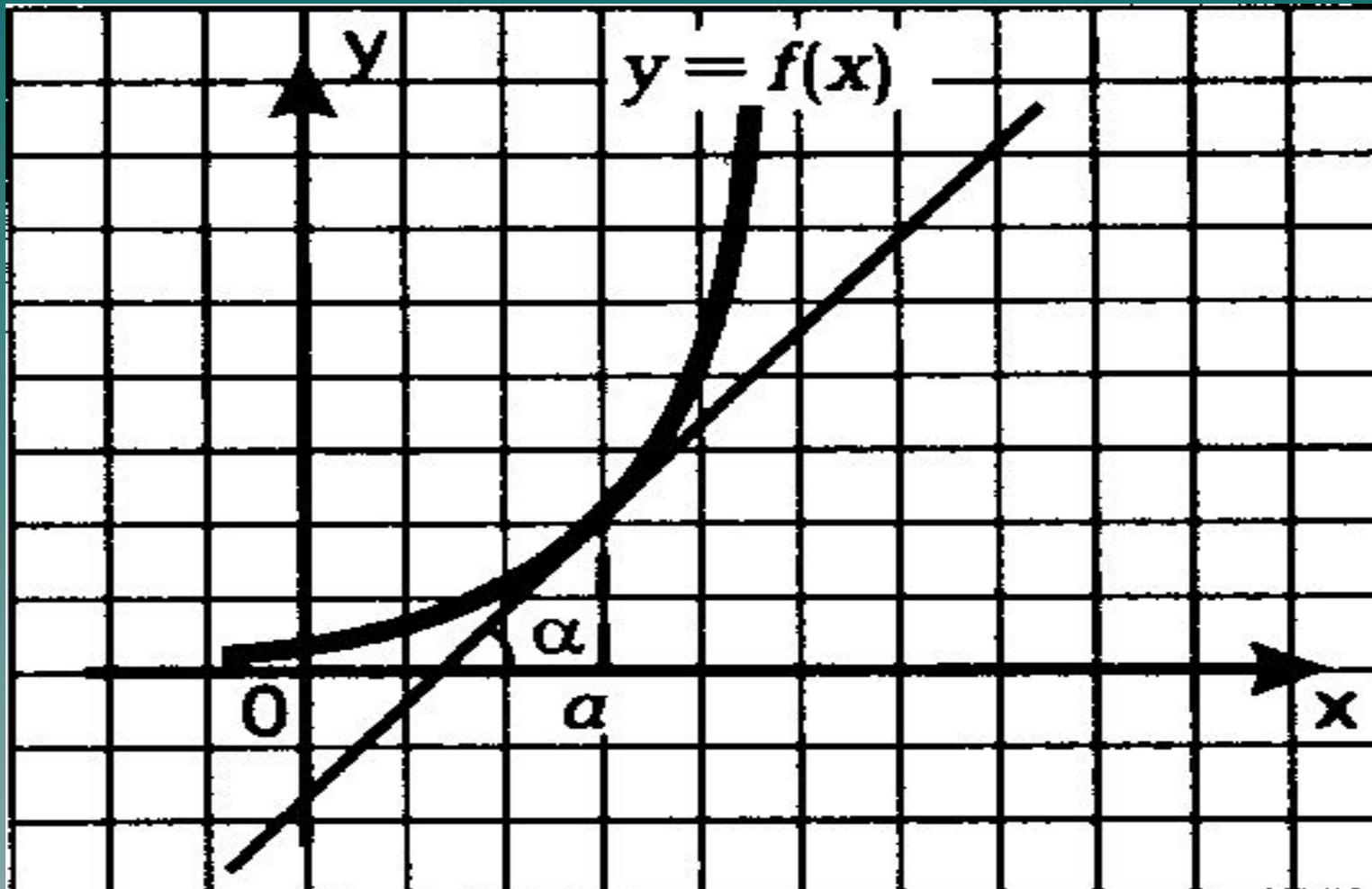




Укажите точки в которых производная равна нулю, точки в которых производная не существует



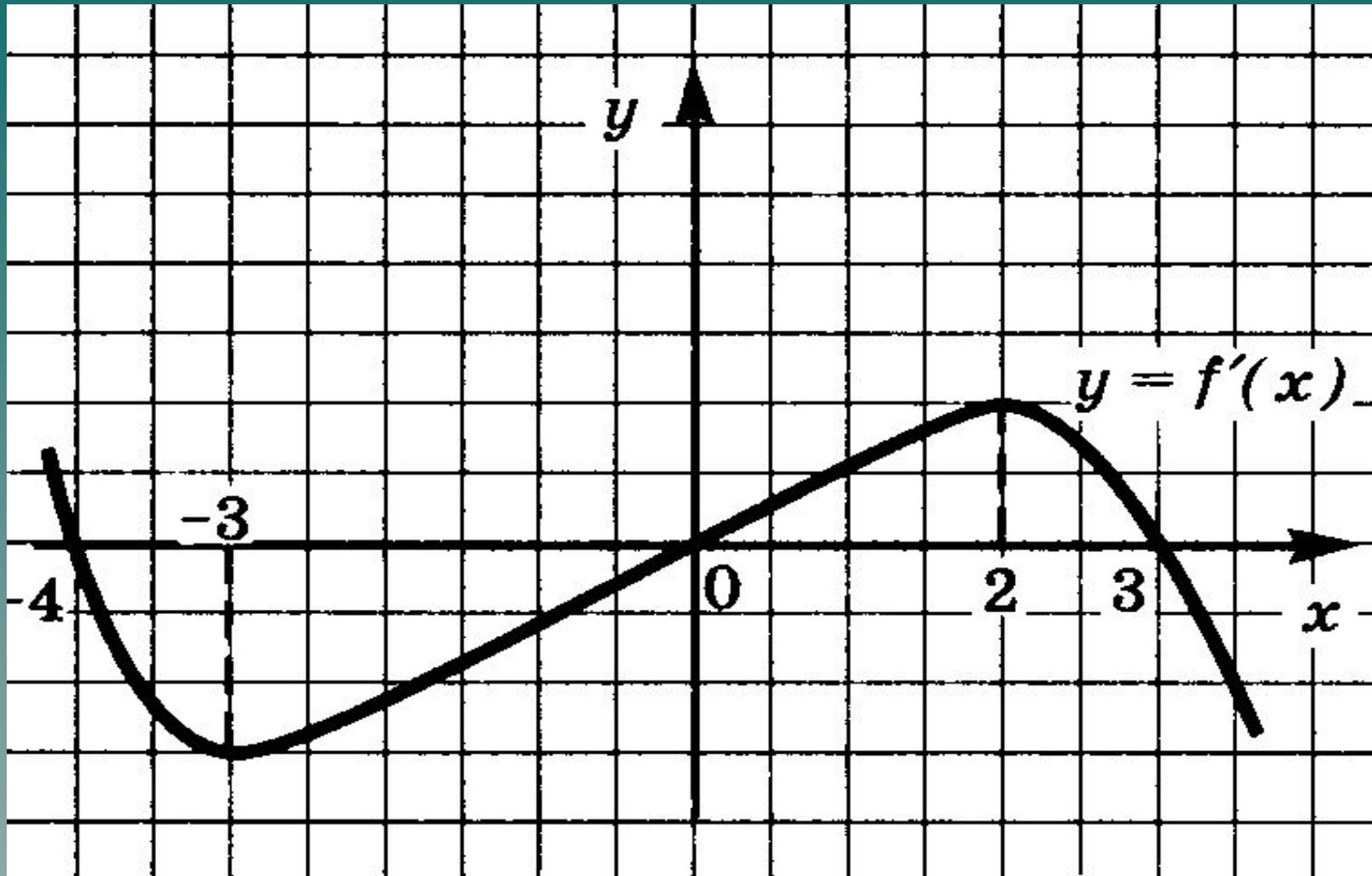
# Геометрический смысл производной



$$k = f'(a)$$

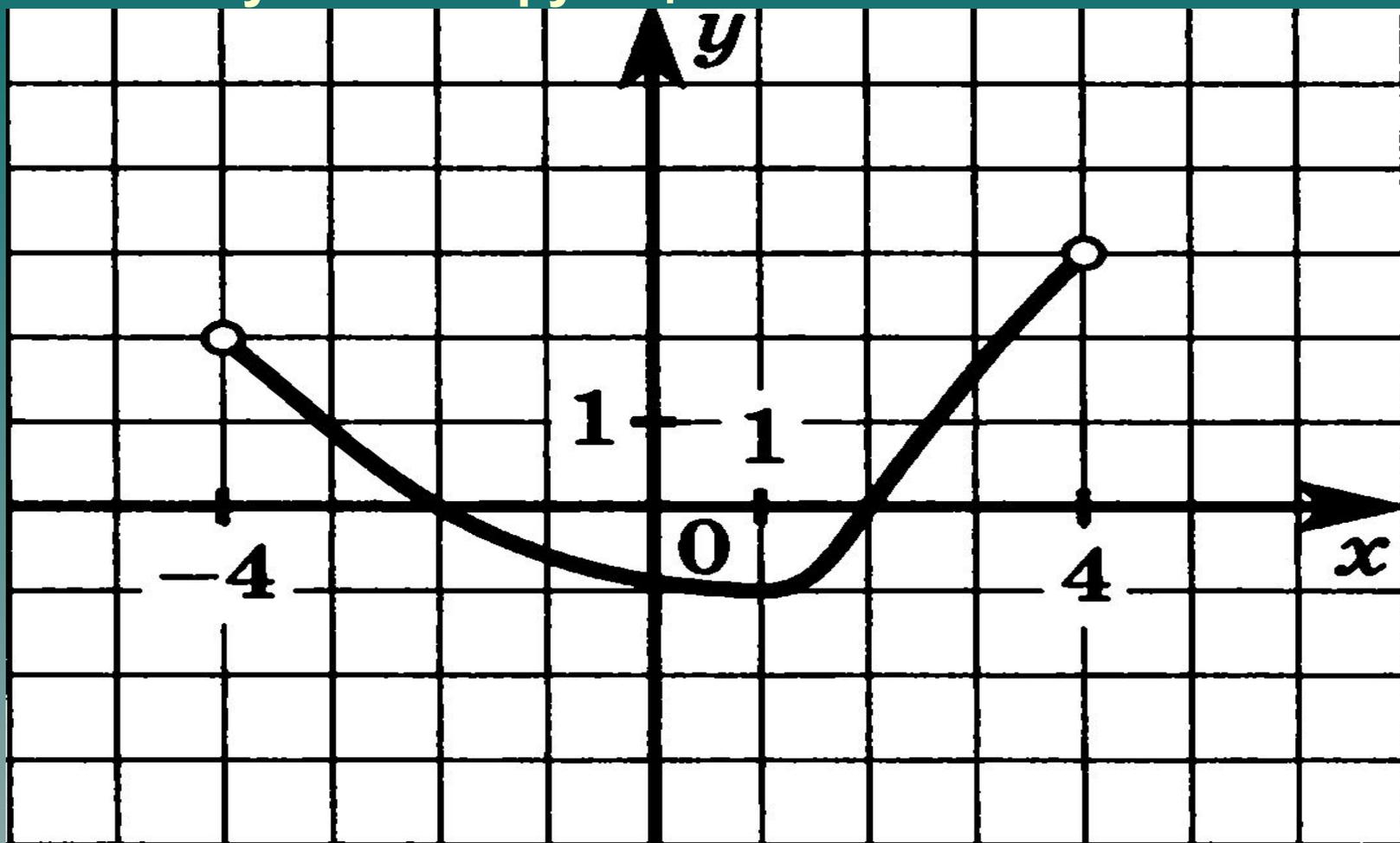
$$f'(a) = \operatorname{tg} \alpha$$

Определите промежутки возрастания и убывания функции, если изображен график ее производной

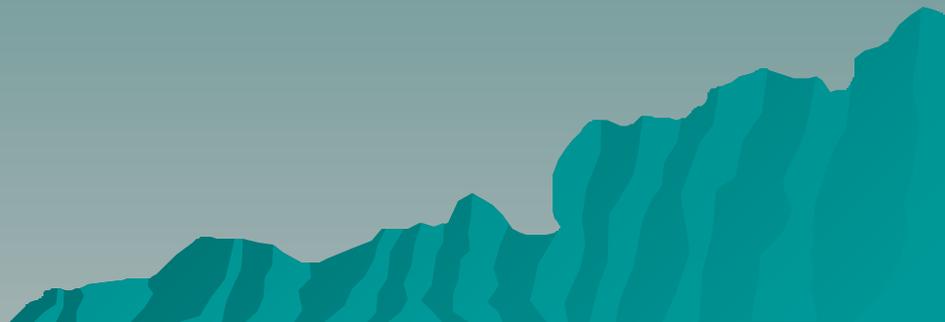


Какие теоремы позволяют исследовать функцию на монотонность?

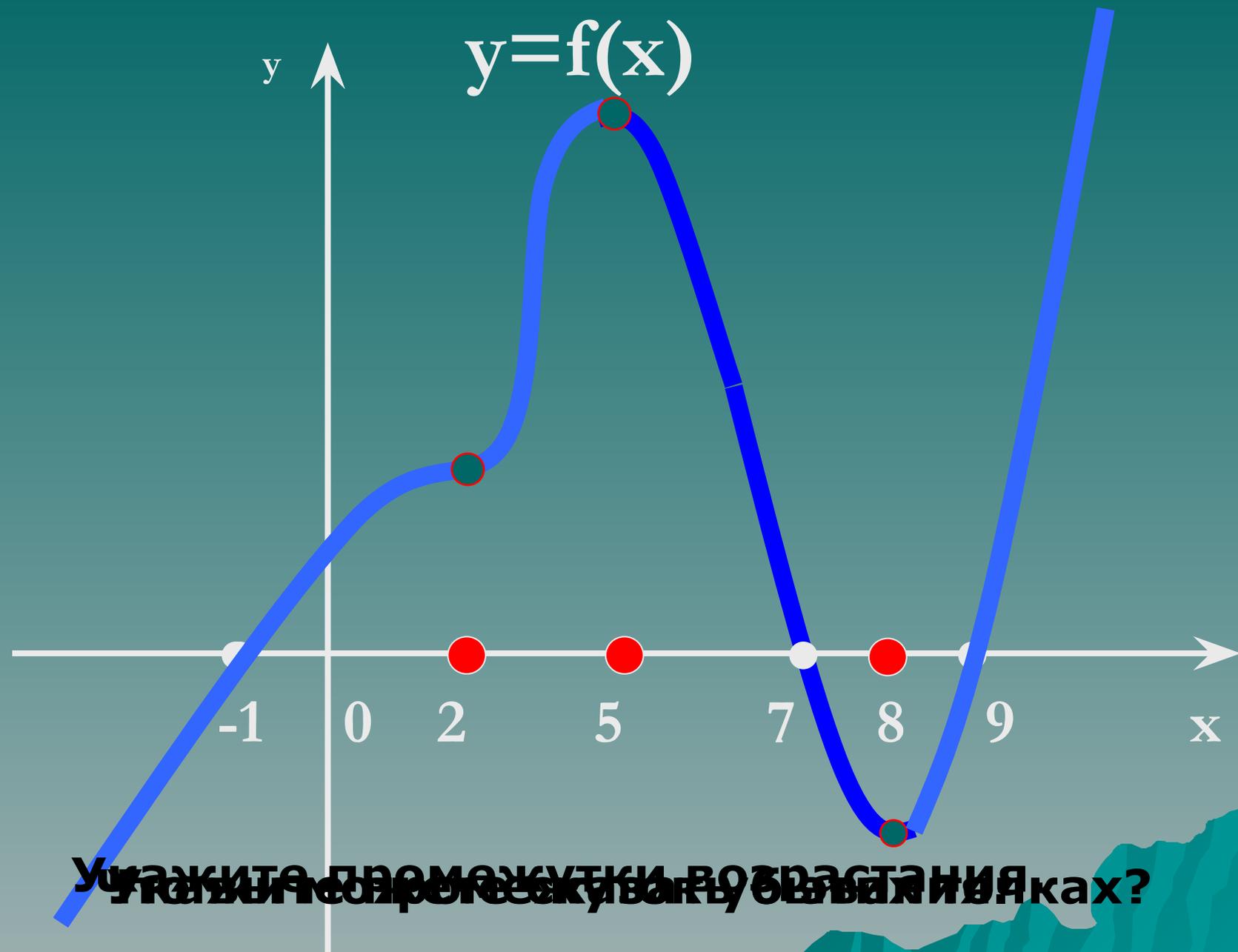
Функция определена на  $[-4;4]$ . На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку минимума этой функции.



Какое условие позволяет определять максимум(минимум) функции?



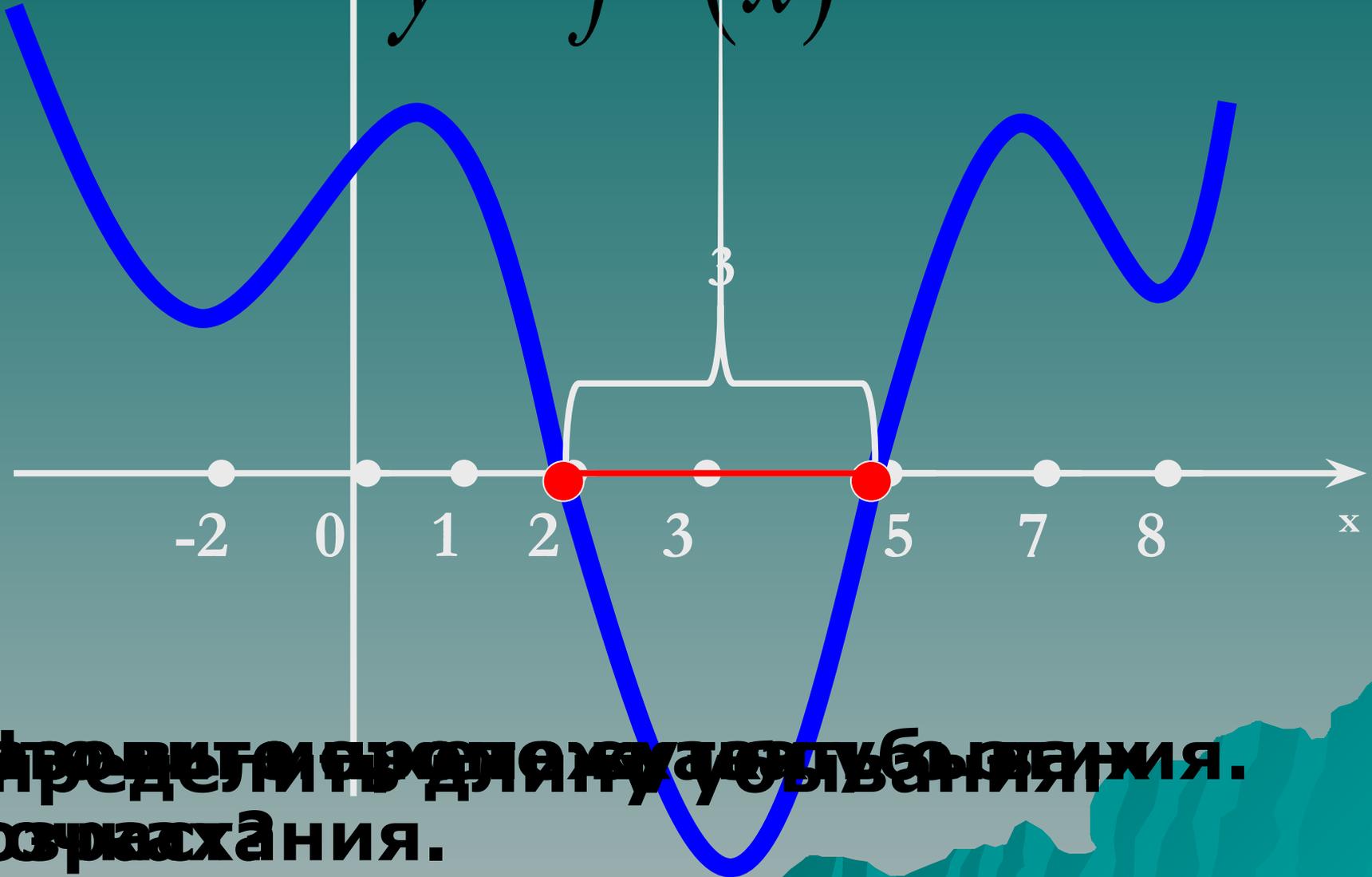




Укажите промежутки возрастания  
и убывания функции  $y=f(x)$  в указанных интервалах?

y

$$y = f'(x)$$



**Определите длину убывания.  
возрастания.**



$$y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x^2 - 2x + 1) = -3(x-1)^2 \leq 0$$

Из 4 функций надо выбрать невозрастающую на всей области определения.

$$y = x^3 - 3x^2 + 3x - 3$$

$$y = x^4 + 3x^2 + 3$$

$$y = 3x^2 - x^3 - 3x + 3$$

$$y = x^5 + 5x^4 + 5$$

Ответ: Заданному условию удовлетворяет функция №3,

т.к.

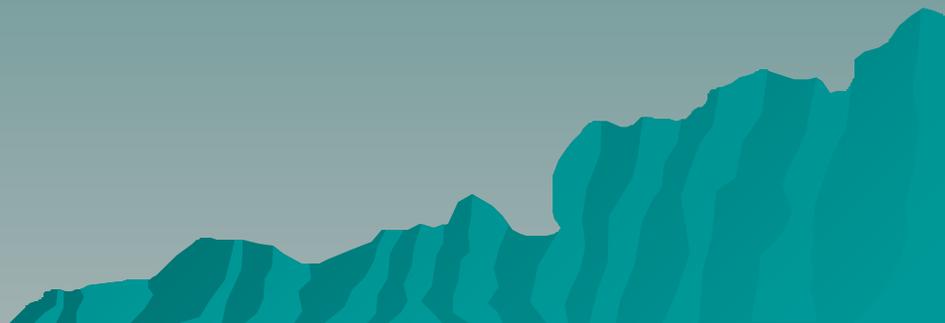
$$y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x^2 - 2x + 1) = -3(x-1)^2 \leq 0$$

Что вы можете сказать о производной функции, которую описывает поговорка "Чем дальше в лес, тем больше дров".

*Ответ:* производная положительна на всей области определения, т.к. эта функция – монотонно возрастающая.

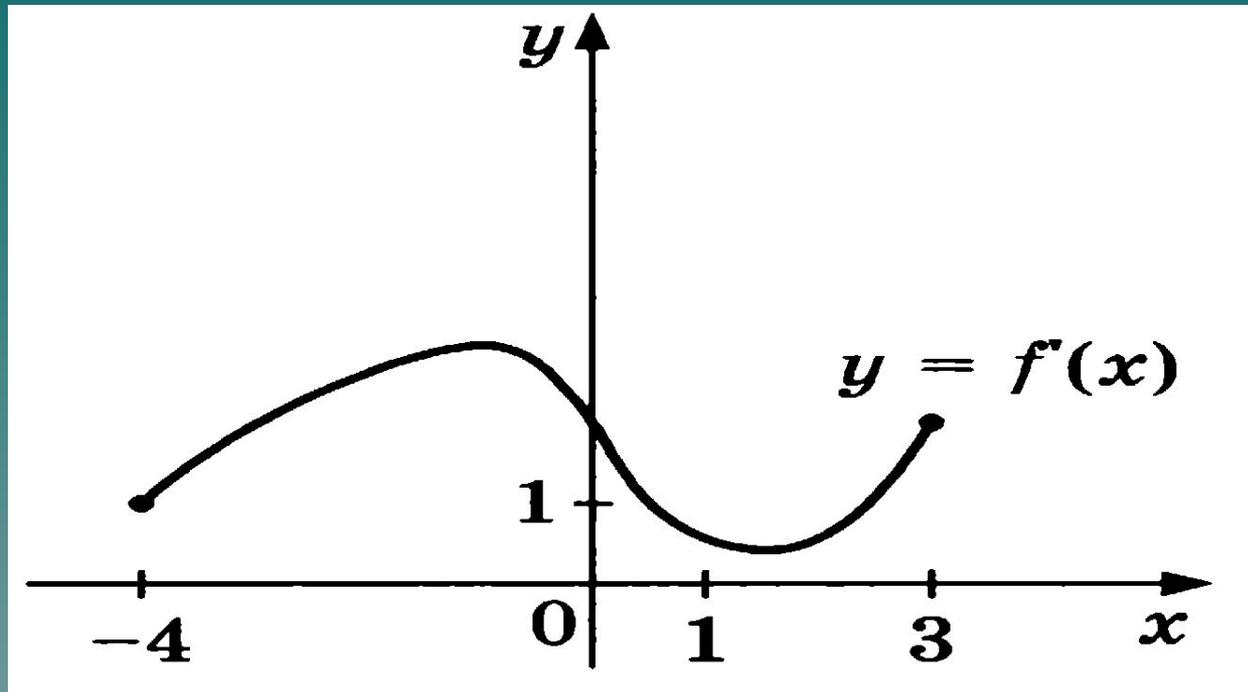


- ◆ Физминутка как сделать какую



Функция  $y = f(x)$  определена на отрезке  $[-4; 3]$ . На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ .

В какой точке отрезка функция принимает наибольшее значение?



**Решение**

$f'(x) > 0$  на отрезке  $[-4; 3]$ , поэтому функция  $y = f(x)$  возрастает на  $[-4; 3]$  и принимает наибольшее значение в правой граничной точке отрезка, на котором определена, т.е. в точке  $x_0 = 3$ .

**Ответ: 3.**

Камень брошен вниз с высоты 5 м. Высота  $h$ , на которой находится камень во время падения, зависит от времени  $t$ :  $h(t) = 5 - 4t - t^2$ . Сколько секунд камень будет падать?

### Решение

Камень упадет, когда его высота станет равной нулю.

$$h(t) = 5 - 4t - t^2 = 0;$$

$$t^2 + 4t - 5 = 0;$$

$$D = 16 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 36;$$

$$t_{1/2} = \frac{-4 \pm 6}{2};$$

$$t_1 = 1; t_2 = -5.$$

Так как  $t$  — время и не может быть отрицательным, то получаем, что камень упадет через 1 секунду.

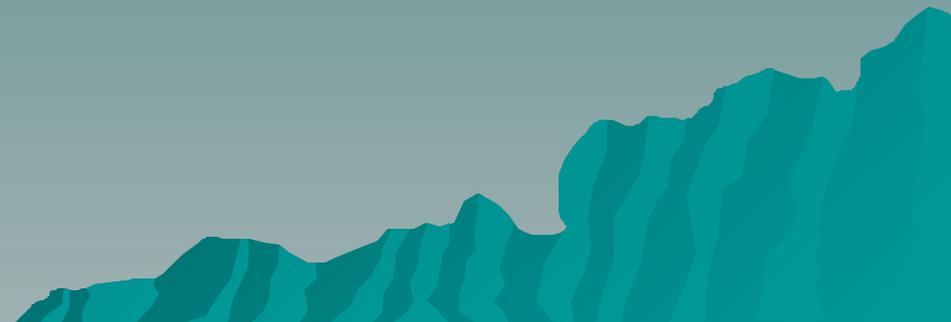
Ответ: 1

**В11.** Найдите точку максимума функции  $y = \frac{t^3}{3} + 2t^2 - 5t - 2$ .

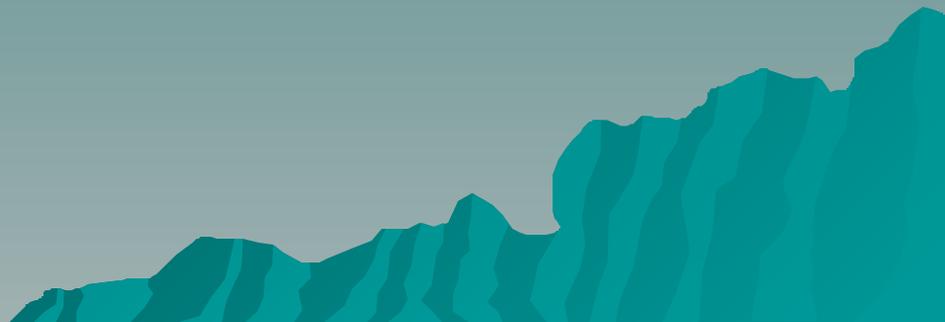


# Построить график функции

- ◆  $Y = x^3 - 3x + 2$



- ◆ Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их.
- ◆ Д. Пойа



Продолжите фразу:

«Сегодня на уроке я узнал...»

«Сегодня на уроке я научился...»

«Сегодня на уроке я познакомился...»

«Сегодня на уроке я повторил...»

«Сегодня на уроке я закрепил...»

Рефлексия результативности, настроения.

ЕСЛИ БЫ перед вами была карточка с изображением горы. Если вы считаете, что хорошо потрудились на уроке, разобрались в методах применения производной к решению различных задач, то кто нарисовал бы себя на вершине самой высокой горы. Если осталось что-то неясно, кто нарисовал бы себя ниже.

Я себя нарисовала на вершине горы, потому что организовал вашу работу так, что вы самостоятельно добыли знания, научились решать сложные задания.

