

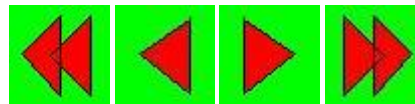
# Факторизация измеримых матриц-функций

Руководитель: Рогозин Сергей Васильевич



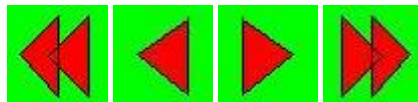
# Актуальность:

- Факторизация: используется в задачах теории упругости в физике, а также в задачах теории композитных материалов. Существуют методы, позволяющие узнать, когда факторизация возможна.



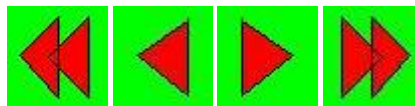
# Поставленные цели и задачи:

- ▣ Ставится задача, найти специальные классы матриц, размерности  $2$ , для которых возможно построение алгоритма факторизации в явном виде. Требуется найти точные и приближенные методы факторизации для данного класса матриц.



# Понятие факторизации

- Объектом исследования являются матрицы, с элементами-измеримыми функциями.
- Предмет- найти способ факторизовать матрицы, то есть представить их в специальном виде, который даст нам возможность, затем использовать эти данные для прикладных вычислений



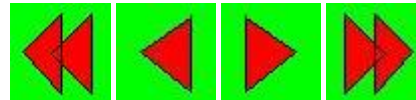
# Постановка задачи

Пусть задан некоторый гладкий замкнутый контур  $L = \bigvee_{k=0}^m L_k, L_k \subset \text{int } L_0, k = \overline{1, m}$ , состоящий из конечного числа простых гладких кривых. Он разбивает комплексную плоскость на область  $D^+$  и дополнительную к ней, содержащую бесконечно удаленную точку.  $D^- = \bigvee_{k=0}^m D_k^-, \infty \in D_0^-$ .  $G(t)$ -некоторая матриц-функция, заданная на контуре  $L$ .

Факторизацией в  $L_p$  ( $1 < p < \infty$ ) матрицы функции  $G(t)$  есть представление в виде

$$G(t) = G_+(t)\Lambda(t)G_-(t),$$

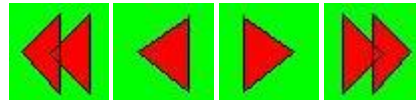
где  $G_+(t) \in L_p^+, G_-(t) \in L_q^-, G_+^{-1}(t) \in L_q^+, G_-^{-1}(t) \in L_p^-$ ,  $1/p + 1/q = 1$ ,



# Пример

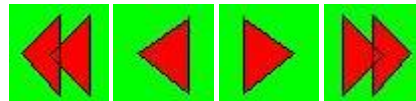
Матрица  $G(t) = \begin{bmatrix} \cos(t) & t \cdot \cos(t) \\ 0 & t \end{bmatrix}$  факторизуется в виде  $G(t) = \begin{bmatrix} \cos(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t^2 & 0 \\ 0 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t^{-2} & t^{-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,

частные индексы для данной матрицы 2 и 1.



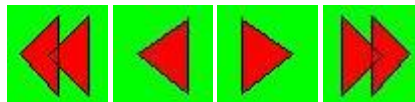
# ГИПОТЕЗА

- Доказано, что факторизация для матриц порядка  $2 \times 2$ , в классе измеримых функций, возможна. Мы будем исходить из предположения существования алгоритма построения факторизации для данного класса матриц за конечное число шагов.



# Основные результаты.

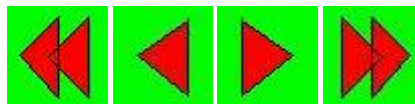
- Были построены алгоритмы факторизации для следующих классов матриц-функций
- треугольные матриц-функции порядка  $2 \times 2$  с полиномиальными элементами;
- симметрические матриц-функции порядка  $2 \times 2$ ;
- функционально-коммутативные матриц-функции порядка  $2 \times 2$ ;
- классы матриц-функций порядка  $2 \times 2$ , допускающие диагонализацию при помощи постоянной матрицы с ненулевым определителем;
- матриц-функции порядка  $2 \times 2$  с элементами-полиномами, один из которых имеет корни либо только внутри контура, либо только вне его;
- факторизация гёльдеровских треугольных матриц-функций порядка  $2 \times 2$ ;
- факторизация гёльдеровских треугольных матриц-функций порядка  $3 \times 3$  и выше





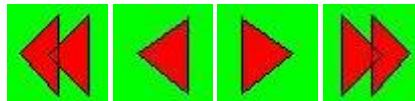
# Источники в сети

- [http://booklists.narod.ru/M\\_Mathematics/Mezhdunarodnyj\\_kongress\\_matematikov\\_v\\_Moskve\\_1966.Trudy\\_Mir\\_1968\\_ru\\_L\\_T\\_364s\\_3.htm](http://booklists.narod.ru/M_Mathematics/Mezhdunarodnyj_kongress_matematikov_v_Moskve_1966.Trudy_Mir_1968_ru_L_T_364s_3.htm)
- <http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?fpage=227&issue=2&jrnid=sm&page=248&paperid=2501&volume=153&wshow=paper&year=1980>
- [http://www.lib.vsu.ru/resurses/rj/math/2005/13\\_06\\_2005.pdf](http://www.lib.vsu.ru/resurses/rj/math/2005/13_06_2005.pdf)



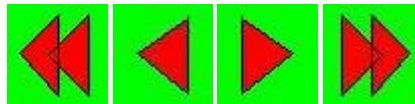
# Положения выносимые на защиту

- Для классов матриц функций показанных выше был создан алгоритм факторизации, есть примеры и доказательства подтверждающие истинность соответствующих алгоритмов

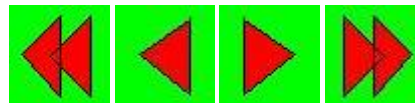


# Заключение

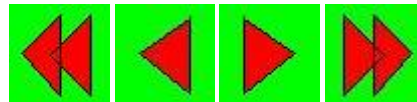
- В работе были рассмотрены алгоритмы факторизации матриц-функций различных классов. В частности, были построены алгоритмы для следующих классов:  
треугольные матриц-функции с элементами полиномами порядка  $2 \times 2$ , симметрические матриц функции порядка  $2 \times 2$ , функционально-коммутативные матриц-функции порядка  $2 \times 2$ ,



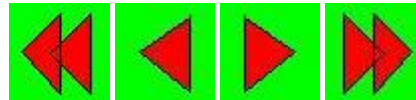
- некоторые специальные классы матриц-функций, которые допускают диагонализацию при помощи постоянной матрицы с отличным от нуля определителем. Для всех этих классов были построены алгоритмы, которые и были реализованы в пакете Mathematica. Были приведены соответствующие примеры



- Хотелось бы отметить важное значение компьютерной реализации для проверки гипотез. Многие программы символьной алгебры, такие как Mathematica, Maple позволяют быстро реализовать любой алгоритм, а встроенное ядро позволяет достаточно вычислить его на конкретных примерах, и хотя не всегда можно подтвердить, что данная гипотеза верна, но можно достаточно быстро отбросить неверные гипотезы



- . В некоторых случаях существует возможность осуществить непосредственную проверку гипотез на правдоподобность, вычислив то, что требуется в общем случае



# спасибо за внимание

- ▣ В начало
  - ▣ На предыдущий слайд
  - ▣ Закончить показ
- 