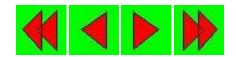
Факторизация измеримых матриц-функций

Руководитель: Рогозин Сергей Васильевич



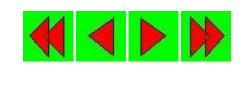
Актуальность:

 Фактризация: используется в задачах теории упругости в физике, а также в задачах теории композитных материалов. Существуют метода, позволяющие узнать, когда факторизация возможна.



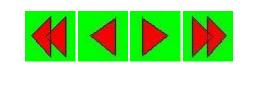
Поставленные цели и задачи:

 Ставится задача, найти специальные классы матриц, размерности 2, для которых возможно построение алгоритма фактризации в явном виде. Требуется найти точные и приближенные методы фактризации для данного класса матриц.



Понятие факторизации

- Объектом исследования являются матрицы, с элементами-измеримыми функциями.
- Предмет- найти способ факторизовать матрицы, то есть представить их в специальном виде, который даст нам возможность, затем использовать эти данные для прикладных вычислений



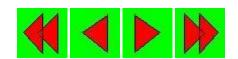
Постановка задачи

Пусть задан некоторый гладкий замкнутый контур $L = \bigotimes_{k=0}^m L_k$, $L_k \subset \operatorname{int} L_0$, $k = \overline{1,m}$, состоящий из конечного числа простой гладкий кривых. Он разбивает комплексную плоскость на область D^+ и дополнительную к ней, содержащую бесконечно удаленную точку. $D^- = \bigotimes_{k=0}^m D_k^-$, $\infty \in D_0^-$. G(t)-некоторая матриц-функция, заданная на контуре L.

Факторизацией в L_p (1<p<?) матрицы функции G(t) есть представление в виде

$$G(t) = G_{+}(t)\Lambda(t)G_{-}(t)$$
,

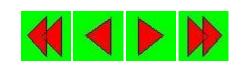
где
$$G_{\scriptscriptstyle +}(t) \in L_p^{\scriptscriptstyle +}$$
, $G_{\scriptscriptstyle -}(t) \in L_q^{\scriptscriptstyle -}$, $G_{\scriptscriptstyle +}^{\scriptscriptstyle -1}(t) \in L_q^{\scriptscriptstyle +}$, $G_{\scriptscriptstyle -}^{\scriptscriptstyle -1}(t) \in L_p^{\scriptscriptstyle -}$, $1/p + 1/q = 1$,



Пример

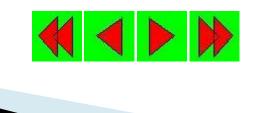
Матрица
$$G(t) = \begin{bmatrix} \cos(t) & t \cdot \cos(t) \\ 0 & t \end{bmatrix}$$
. факторизуется в виде $G(t) = \begin{bmatrix} \cos(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t^2 & 0 \\ 0 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t^{-2} & t^{-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,

частные индексы для данной матрицы 2 и 1.



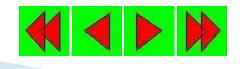
гипотеза

 Доказано, что фактризация для матриц порядка 2*2, в классе измеримых функций, возможна. Мы будем исходить из предположения существования алгоритма постороения факторизации для данного класса матриц за конечное число шагов.



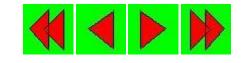
Основные результаты.

- Были построены алгоритмы фактризации для следующих классов матриц-функций
- треугольные матриц-функции порядка 2×2 с полиномиальными элементами;
- □ симметрические матриц-функции порядка 2×2;
- функционально-коммутативные матриц-функции порядка 2×2;
- классы матриц-функций порядка 2×2, допускающие диагонализацию при помощи постоянной матрицы с ненулевым определителем;
- матриц-функции порядка 2×2 с элементами-полиномами, один из которых имеет корни либо только внутри контура, либо только вне его;
- факторизация гёльдеровских треугольных матриц-функций порядка 2×2;
- факторизация гёльдеровских треугольных матриц-функций порядка 3×3 и выше



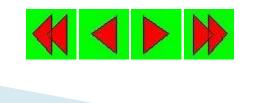
Источники в сети

- http://booklists.narod.ru/M_Mathematics/Me zhdunarodnyj_kongress_matematikov_v_Mos kve__1966._Trudy__Mir__1968__ru__L__T__36 4s__3.htm
- http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?fp age=227&issue=2&jrnid=sm&lpage=248&pap erid=2501&volume=153&wshow=paper&year =1980
- http://www.lib.vsu.ru/resurses/rj/math/2005 /13_06_2005.pdf



Положения выносимые на защиту

 Для классов матриц функций показаных выше был создан алгоритм факторизации, есть примеры и доказательства подтверждающие истинность соответсвующих алгоритмов

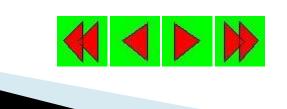


Заключение

В работе были рассмотрены алгоритмы факторизации матриц-функций различных классов. В частности, были построены алгоритмы для следующих классов: треугольные матриц-функции с элементами полиномами порядка 2×2, симметрические матриц функции порядка 2×2, функционально-коммутативные матриц-функции порядка 2×2,

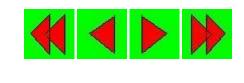


 некоторые специальные классы матрицфункций, которые допускают диагонализацию при помощи постоянной матрицы с отличным от нуля определителем. Для всех этих классов были построены алгоритмы, которые и были реализованы в пакете Mathematica. Были приведены соответствующие примеры



□ Хотелось бы отметить важное значение компьютерной реализации для проверки гипотез. Многие программы символьной алгебры, такие как Mathematica, Maple позволяют быстро реализовать любой алгоритм, а встроенное ядро позволяет достаточно вычислить его на конкретных примерах, и хотя не всегда можно подтвердить, что данная гипотеза верна, но можно достаточно быстро отбросить неверные гипотезы

 В некоторых случаях существует возможность осуществить непосредственную проверку гипотез на правдоподобность, вычислив то, что требуется в общем случае



спасибо за внимание

- В начало
- На предыдущий слайд
- □ Закончить показ