

# *Теорема Виета*

# Устная работа

1. Подчеркните одной чертой уравнения, которые являются полными, двумя - приведёнными.

1)  $x^2 + 4x - 7 = 0$

6)  $x^2 + 5x - 1 = 0$

2)  $3x^2 - 5x + 19 = 0$

7)  $2x^2 + 6x = 6$

3)  $7x^2 - 14 = 0$

8)  $x^2 + x - 20 = 0$

4)  $x^2 + 10x + 9 = 0$

9)  $x^2 + x - 72 = 0$

5)  $6x^2 + 11x + 24 = 0$

10)  $x^2 - 13x = 0$

## 2. Вопросы классу:

- а) Какие уравнения называют полными квадратными уравнениями?
- б) Какие квадратные уравнения называются приведенными?
- в) От чего зависит число корней квадратного уравнения?
- г) Как найти дискриминант приведенного квадратного уравнения?
- д) При каком значении  $q$  дискриминант приведенного квадратного уравнения положителен

# Проверка домашнего задания.

Заполните таблицу по образцу

№ п/п	Уравнение	Корни уравнения	Сумма корней	Произведение корней	Приме- чание
0	$x^2 - 4x - 21 = 0$	$x_1 = 7$ $x_2 = -3$	$x_1 + x_2 =$ 4	$x_1 \cdot x_2 = -21$	образец
1	$x^2 + 10x + 9 = 0$	$x_1 =$ $x_2 =$	$x_1 + x_2 =$	$x_1 \cdot x_2 =$	
2	$x^2 + 8x - 9 = 0$	$x_1 =$ $x_2 =$	$x_1 + x_2 =$	$x_1 \cdot x_2 =$	
3	$x^2 - x - 20 = 0$	$x_1 =$ $x_2 =$	$x_1 + x_2 =$	$x_1 \cdot x_2 =$	
4	$x^2 + x - 20 = 0$	$x_1 =$ $x_2 =$	$x_1 + x_2 =$	$x_1 \cdot x_2 =$	

Вывод:



# Доказательство теоремы Виета:

Теорема: Сумма корней приведённого квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Доказательство:

1 способ: Дано приведенное квадратное уравнение  $x^2 + px + q = 0$ . Решим его.  
 $D = p^2 - 4q$ . Пусть  $D > 0$ , тогда

$$X_1 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}; \quad X_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2}$$

Найдём произведение и сумму корней

$$X_1 \cdot X_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{p^2 - D}{4} = q$$

$$X_1 + X_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} + \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p$$

2 способ:

Раз  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения при подстановке их в уравнение получаются верные равенства.

$$\implies x_1^2 + px_1 + q = 0$$

$$x_2^2 + px_2 + q = 0$$

Вычтем из первого уравнения второе

$$x_1^2 - x_2^2 + p(x_1 - x_2) = 0$$

$$p = \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_1 - x_2}$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1^2 + (-x_1 - x_2)x_1 + q = 0,$$

$$q = x_1x_2$$

Таким образом, мы получили следующую зависимость между корнями и коэффициентами квадратного уравнения.

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

# Франсуа Виет



Франсуа Виет родился в 1540 году во Франции. Отец Виета был юристом, окончив университет в Пуату. В 1563 году он становится учителем в знатной семье. Именно преподавание побудило его к изучению математики.

Виет хотел узнать о достижениях ведущих математиков Европы. С 1571 года он занимал государственные посты, но в 1584 году он был отстранен и выслан из Парижа. Виет решил серьезно заняться математикой.

Он опубликовал «Заведение в аналитическое искусство», где показал, что, оперируя с результатами, применимый к любым соответствующим величинам. Знаменитая теорема Виета была опубликована в том же году.

Виет служил при Генрихе III во время Франко-Испанской войны. В течение двух недель и ночи, он нашел ключ к Испанскому шифру.

Сегодня, есть подозрения, что он был убит.



## Заполните таблицу

№ п/п	Уравнение	Решение	Корни уравнения
1	$x^2 + 5x + 6 = 0$	По теореме Виета: $x_1 + x_2 = -5$ $x_1 \cdot x_2 = 6$	$x_1 = -2$ $x_2 = -3$
2	$x^2 - 5x + 6 = 0$	По теореме Виета: $x_1 + x_2 =$ $x_1 \cdot x_2 =$	$x_1 =$ $x_2 =$
3	$x^2 + 5x - 6 = 0$	По теореме Виета: $x_1 + x_2 =$ $x_1 \cdot x_2 =$	$x_1 =$ $x_2 =$
4	$x^2 - 5x - 6 = 0$	По теореме Виета: $x_1 + x_2 =$ $x_1 \cdot x_2 =$	$x_1 =$ $x_2 =$

Выберете второй корень уравнения,  
соединив стрелками нужное значение.

- a)  $x^2 - 2x - 3 = 0$  и  $x_1 = -1$   $x_2 = 2$
- b)  $x^2 - 7x + 10 = 0$  и  $x_1 = 5$   $x_2 = 3$
- c)  $12x + x^2 + 32 = 0$  и  $x_1 = -4$   $x_2 = -3$
- d)  $-18 + 3x + x^2 = 0$  и  $x_1 = -6$   $x_2 = 0,5$
- e)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$  и  $x_1 = 3$   $x_2 = -8$

# Обратная теорема

Теорема: Если числа  $m$  и  $n$  таковы, что их сумма равна  $-p$ , а произведение  $q$ , то эти числа являются корнями уравнения  $x^2 + px + q = 0$ .

# Памятка

Обобщенная теорема Виета для любого квадратного уравнения	Теорема Виета для приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$	Теорема обратная Теореме Виета
$ax^2 + bx + c = 0$ $x_1 + x_2 = -b/a$ $x_1 \cdot x_2 = c/a$	$x_1 + x_2 = -p$ $x_1 \cdot x_2 = q$	Если для двух чисел $m$ и $n$ выполняются условия $m + n = -p$ , $m \cdot n = q$ , то $m$ и $n$ – корни квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ т.е. $x_1 = m$ $x_2 = n$



1. Составьте квадратное уравнение в котором сумма  $p$  и произведение  $q$  его корней равны:

a)  $p=1, q=-6$ ;

b)  $p=-5, q=0$ ;

c)  $p=8, q=15$ ;

d)  $p=0, q=-3$ .

2. Составьте квадратные уравнения по известному значению их корней

a)  $x_1=1$  и  $x_2=-5$

в)  $x_1=2$  и  $x_2=3$

с)  $x_1=5$  и  $x_2=4$

d)  $x_1=-11$  и  $x_2=-1$

3. Определите знаки корней уравнения, если они существуют.

$$x^2 - 16x + 9 = 0;$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0;$$

$$x^2 + 8x + 2 = 0;$$

$$x^2 - 3x - 7 = 0.$$

# Памятка

$ax^2 + bx + c = 0$   
Если  $a+b+c=0$ , то

$x_1=1$ , а  $x_2=c/a$

$ax^2 + bx + c = 0$   
Если  $a+c=b$ , то

$x_1=-1$ , а  $x_2=-c/a$

# Памятка

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ тогда}$$

1. Если  $ac > 0$  и  $a$   
 $b > 0$ , то оба корня отрицательные.
2. Если  $ac > 0$  и  $ab < 0$ , то оба корня  
положительные.
3. Если  $ac < 0$ , то корни имеют разные  
знаки.



Найдите корни уравнения:

а)  $x^2+19x-20=0$ ;

б)  $x^2+4x+3=0$ ;

в)  $x^2-16x-17=0$ ;

г)  $12x^2+17x+5=0$ ;

д)  $83x^2+100x+17=0$ .

**СР. Теорема Виета**

**Вариант А1**

Для уравнения, имеющего корни  $x_1$  и  $x_2$ , найдите их сумму и произведение:

а)  $x^2 - 3x - 10 = 0$ ,

$x_1 + x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,

$x_1 \cdot x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

б)  $x^2 + 10x + 21 = 0$ ,

$x_1 + x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,

$x_1 \cdot x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

Ученикам было предложено найти подбором корни уравнения

$x^2 - 8x + 15 = 0$ . Выберите верный ответ.

А. 5 и -3; Б. 5 и 3; В. -5 и -3; Г. -5 и 3.

Составьте квадратное уравнение, имеющее корни 10 и -3.

$x_1 + x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$x_1 \cdot x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Запишите обратную теорему Виета для данного уравнения

$x^2 - 7x + 12 = 0$  и найдите его корни

**СР. Теорема Виета**

**Вариант Б1**

Для уравнения, имеющего корни  $x_1$  и  $x_2$ , найдите их сумму и произведение:

а)  $x^2 + 3x - 54 = 0$ ,

$x_1 + x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,

$x_1 \cdot x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

б)  $2x^2 + 11x - 4 = 0$ ,

$x_1 + x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,

$x_1 \cdot x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

Ученикам было предложено найти подбором корни уравнения

$x^2 + 7x - 44 = 0$ . Выберите верный ответ.

А. 4 и 11; Б. -4 и 11; В. 4 и -11; Г. -4 и -11.

Составьте квадратное уравнение, имеющее корни -1 и 1 .

$x_1 + x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$x_1 \cdot x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Запишите обратную теорему Виета для данного уравнения

$x^2 - x - 20 = 0$  и найдите его корни.

# Домашнее задание

Пункт 24 №№581, 586, 590, 595

По праву достойна в стихах быть воспета

О свойствах корней теорема Виета.

Что лучше, скажи, постоянства такого —

Умножишь ты корни, и дробь уж готова:

В числителе «с», в знаменателе «а».

И сумма корней тоже дроби равна,

Хоть с минусом дробь та, ну что за беда:

В числителе «b», в знаменателе «а»...